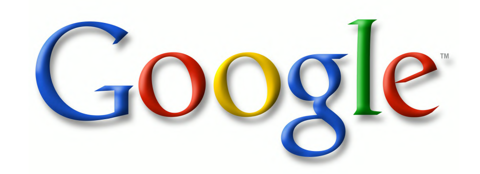
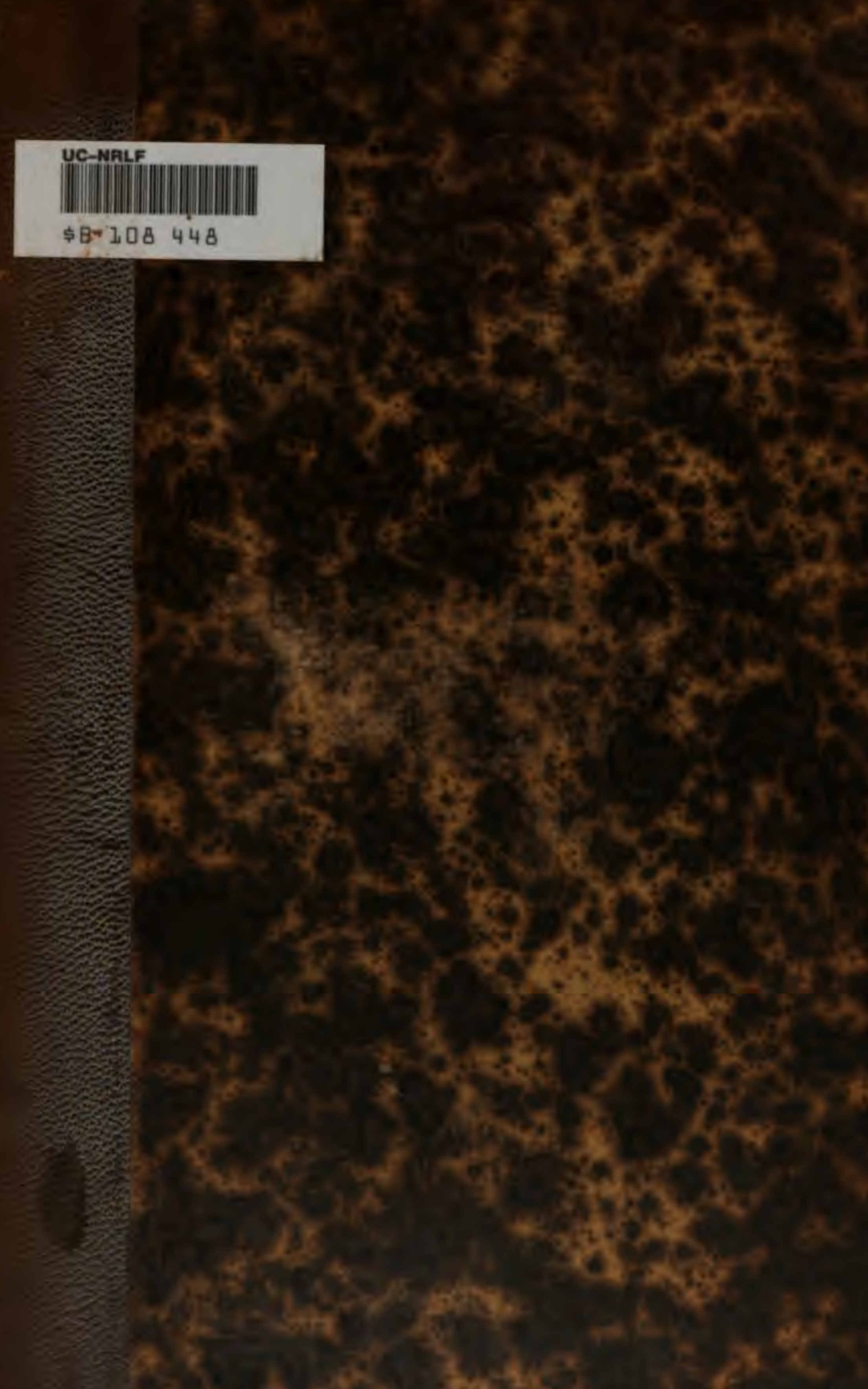
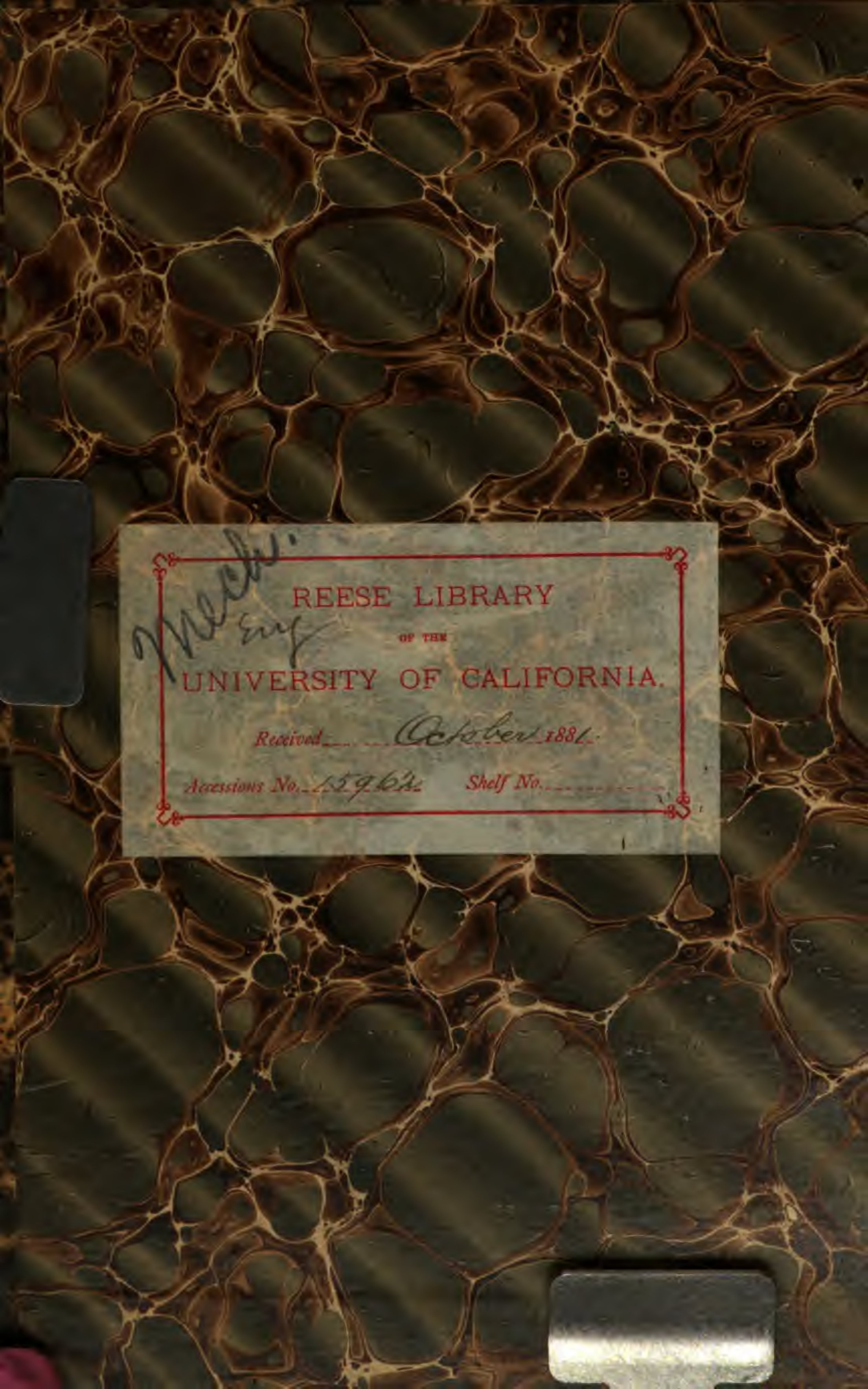
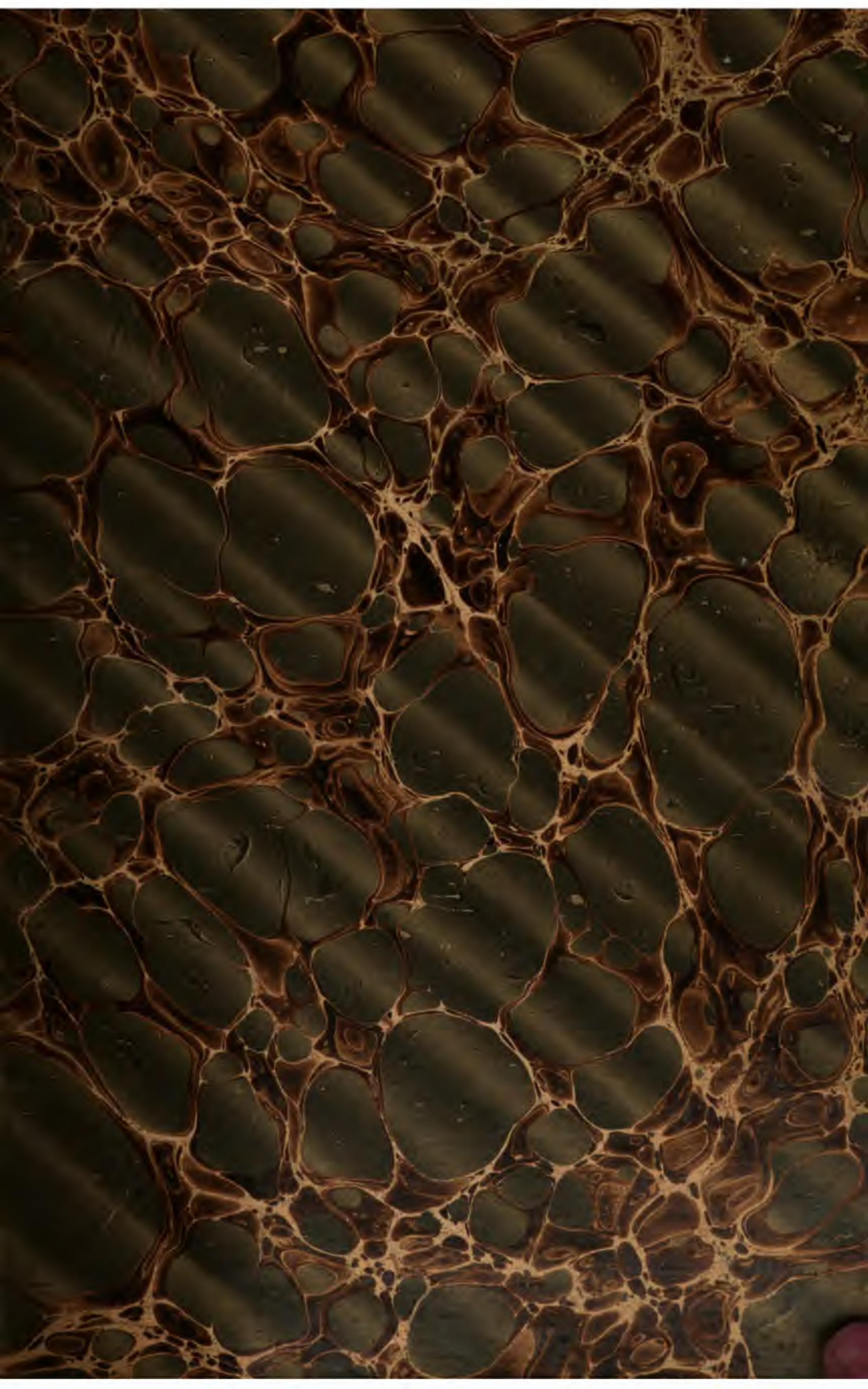



UC-NRLF
$B 108 448



REESE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.
Received October 1881.
Accessions No. 15964 Shelf No.



NOUVELLE

MÉCANIQUE

INDUSTRIELLE

PARIS. — IMP. SIMON RAÇON ET COMP., RUE D'ERFURTH, 1.

NOUVELLE
MÉCANIQUE
INDUSTRIELLE

LES MACHINES A VAPEUR — A AIR CHAUD — A GAZ
A AIR COMPRIMÉ
LES INJECTEURS A VAPEUR — LA NOUVELLE CONTRE-VAPEUR
LES CHAUDIÈRES A VAPEUR
NOUVELLES TABLES PRATIQUES

PAR

M. LÉON POCHET

INGÉNIEUR DES PONTS ET CHAUSSÉES
Attaché à la Compagnie des chemins de fer de Picardie et Flandre
Et à la Compagnie franco-algérienne

PARIS
DUNOD, ÉDITEUR
LIBRAIRE DES CORPS DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES
49, QUAI DES AUGUSTINS, 49

1874

PRÉFACE DE L'AUTEUR

L'étude des phénomènes qui s'accomplissent dans les machines thermiques constitue aujourd'hui une nouvelle science, *la théorie mécanique de la chaleur*, dont les progrès sont récents. Je me suis proposé dans cet ouvrage de faire une étude générale, sinon complète, des applications pratiques de *la théorie mécanique de la chaleur*, qualification impropre et qu'il serait utile d'abandonner, car la nouvelle science a reçu de l'expérience des preuves tellement concluantes, qu'on ne peut plus la considérer désormais comme une pure théorie. De même qu'il y a la mécanique rationnelle, la mécanique des solides, la mécanique des fluides, on pourrait dire : *la mécanique de la chaleur*. En faisant disparaître le mot *théorie*, on enlèverait à la doctrine son apparence d'abstraction, et on contribuerait à la vulgariser. Dans un pays où les mots ont souvent plus d'in-

fluence que les idées, un pareil changement de nom aurait une grande importance.

On trouvera dans le cours du présent ouvrage différentes études sur :

Les machines à vapeur,
Les machines à air chaud et à air comprimé,
Les injecteurs à vapeur,
La marche à contre-vapeur.

Nous avons laissé à la partie purement théorique la place rigoureusement nécessaire. Les lecteurs qui désireraient de plus amples développements sur ce point pourront consulter avec fruit *l'Exposé des principes de la théorie mécanique de la chaleur*, de M. Combes, excellent ouvrage auquel nous avons emprunté, quant au fond, l'exposé de la théorie. Nous avons emprunté également à M. Combes la théorie de la vapeur surchauffée, et au professeur Zeuner celle de l'écoulement des gaz et des vapeurs.

Les autres recherches nous sont personnelles et, nous demandons toute l'indulgence du public pour leur insuffisance.

Parmi les résultats les plus importants de notre étude, nous signalerons la loi des condensations pendant la détente de la vapeur d'eau. La construction graphique des formules (planche I) nous a permis de constater que dans les limites de la pratique, les quantités de vapeur condensées sont proportionnelles à l'abaissement de la température. Ce résultat

nouveau simplifie beaucoup les calculs relatifs aux machines à vapeur qui deviennent ainsi parfaitement applicables dans la pratique.

Nous avons examiné un certain nombre de systèmes de machines à air chaud, et nous avons analysé les conditions théoriques et pratiques que doit remplir ce genre de machines qui nous paraît appelé à un grand avenir.

Nous avons fait ressortir les propriétés mécaniques très-importantes de l'air comprimé, et indiqué les principes de son emploi.

L'ouvrage renferme également une théorie générale des injecteurs à vapeur avec un exposé des diverses applications de ces appareils, et une étude de la marche à contre-vapeur des locomotives.

Dans un dernier chapitre nous jetons un coup d'œil général sur l'état actuel de l'industrie des machines à vapeur.

Le livre se termine par des tables pratiques nouvelles et qui faciliteront beaucoup l'application de la théorie.

Nous n'avons pas pu éviter l'emploi du calcul intégral, mais les calculs développés, dans le cours de l'ouvrage, sont tous élémentaires..

Les résultats obtenus empruntent une importance particulière, à la crise économique que nous traversons et qui a eu pour premier effet d'augmenter d'une manière extraordinaire le prix des houilles.

Les perfectionnements à apporter aux machines motrices deviennent aujourd'hui une des nécessités de l'industrie.

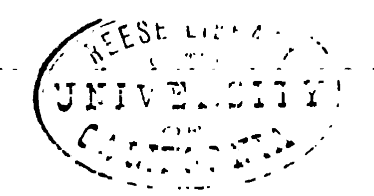
Nous serions heureux si nous pouvions contribuer, par la publication du présent livre et malgré ses imperfections, à répandre des connaissances qui sont maintenant indispensables à tous les ingénieurs.

LÉON POCHET,
Ingénieur des Ponts et Chaussées.

Paris, juillet 1875.

NOUVELLE MÉCANIQUE

INDUSTRIELLE



CHAPITRE PREMIER

THÉORIE MÉCANIQUE DE LA CHALEUR

1. **Chaleur.** — La nature de la chaleur est inconnue, mais les progrès récents de la science tendent à la faire considérer comme due à un état vibratoire des molécules des corps. La chaleur serait d'autant plus intense que les vibrations seraient elles-mêmes plus rapides, et la quantité de chaleur pourrait se mesurer par la force vive contenue dans l'unité de poids (*).

Cette conception purement hypothétique a l'avantage de rattacher à la mécanique rationnelle les phénomènes de la théorie mécanique de la chaleur, mais elle n'a rien d'indispensable.

(*) Dans les gaz, les molécules seraient animées de vitesses de translation très-rapides et dans toutes les directions. En frappant les parois des vases qui les renferment, elles seraient *réfléchies* à la manière d'une bille de billard contre la bande, et ce serait *la résultante* de ces chocs qui donnerait lieu à la *pression* sur la paroi. Clausius a développé cette hypothèse. Il a démontré qu'elle expliquait toutes les propriétés des gaz et que les vitesses de translation des molécules étaient en raison inverse de la racine quarrée du poids spécifique. Voici leurs valeurs :

Oxygène.	461	mètres à la seconde.
Azote.	492	—
Hydrogène.	1,844	—

2. **Température.** — L'état thermique d'un corps se définit par le degré thermométrique ou *température*. La température est une notion purement arbitraire et conventionnelle. Elle est l'expression et la mesure d'un seul des effets de la chaleur, la dilatation. Pour que la température pût servir de mesure à la chaleur, il faudrait que la quantité de chaleur fût proportionnelle au degré thermométrique, or c'est ce qui n'a pas lieu.

Toutes les fois qu'un corps passe par le même volume et la même pression, sa température est la même. La température est donc fonction du volume et de la pression. On peut poser en désignant par t la température, par p la pression, et par v le *volume de l'unité de poids*, $t = f(p, v)$.

f étant une fonction particulière à chaque corps.

Si le corps passe de l'état caractérisé par p et v à un état infiniment voisin où la pression devient $p + dp$ et le volume $v + dv$, l'accroissement de la température t ne sera autre chose que la *différentielle totale* de la fonction f, on pourra écrire

$$dt = \left(\frac{dt}{dp}\right) dp + \left(\frac{dt}{dv}\right) dv, \qquad (1)$$

$\left(\frac{dt}{dp}\right)$ et $\left(\frac{dt}{dv}\right)$ exprimant les dérivées partielles de la fonction f par rapport à p et v.

3. **Chaleur spécifique.** — Tous les corps mis en rapport avec une source de chaleur ne se comportent pas de la même manière. Ils absorbent plus ou moins de chaleur, et la quantité de chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kilogramme de *un degré*, par exemple de $t°$ à $(t + 1)°$ dépend :

1° De la température initiale t;

2° Du volume initial v et de la pression initiale p;

3° De la manière dont varient le volume et la pression dans le passage de la température $t°$ à la température $(t + 1)°$.

Si les circonstances de l'échauffement sont telles que la pression ne varie pas, la quantité de chaleur fournie est ce qu'on nomme *la chaleur spécifique à pression constante*, nous la désignerons par c.

Si les circonstances de l'échauffement sont telles que le volume ne varie pas, la quantité de chaleur fournie est ce qu'on nomme la *chaleur spécifique à volume constant*. Nous la désignerons par c_1.

4. **Calorie.** — Dans l'évaluation de ces chaleurs spécifiques et, en général, dans l'évaluation des quantités de chaleur, on prend pour *unité* la quantité de chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kilogramme d'eau de 0° à 1°, c'est ce qu'on nomme une *calorie*.

5. **Chaleur interne.** — La quantité de chaleur contenue dans un corps ou *chaleur interne* est la même toutes les fois que ce corps passe par le même état défini par son volume, sa pression et sa température. Mais comme la température est elle-même déterminée quand on connaît le volume et la pression, on peut dire que la *chaleur interne* ne dépend que du volume et de la pression. On peut donc poser en appelant U cette chaleur interne :

$$U = F(p, v).$$

L'accroissement de la chaleur interne, quand le corps passe de l'état (p, v) à l'état $(p + dp, v + dv)$ sera la différentielle totale de F, d'où l'équation :

$$dU = \left(\frac{dU}{dp}\right) dp + \left(\frac{dU}{dv}\right) dv, \tag{2}$$

$\left(\frac{dU}{dp}\right)$ et $\left(\frac{dU}{dv}\right)$ désignant les différentielles partielles de la fonction F par rapport à p et v.

Ces notions préliminaires étant établies, nous entrons dans le domaine de la théorie mécanique de la chaleur.

6. **Premier principe de la théorie mécanique de la chaleur.** — Lorsqu'un corps s'échauffe par son contact avec une source de chaleur, on constate que la chaleur totale qui est absorbée par le corps pour passer d'un état (p_0, v_0) à un état différent (p, v) n'est pas toujours la même. Elle varie dans des limites très-étendues. En étudiant le phénomène de plus près, on s'aperçoit que toutes les fois qu'il y a un travail mécanique *extérieur produit* pendant l'échauffement, une certaine quantité de chaleur a *disparu*. Au contraire, si le corps a *subi l'action d'un travail mécanique extérieur*, une certaine quantité de chaleur qui n'est pas empruntée à la source voisine *apparaît*.

On peut encore caractériser ce phénomène en disant que la production d'un *travail positif*, dans le changement d'état, coïncide

avec la *disparition* d'une certaine quantité de chaleur, tandis qu'au contraire la production d'un *travail négatif* coïncide avec *l'apparition* d'une certaine quantité de chaleur.

Une expérience très-simple met ce fait en évidence.

Deux cylindres A et B (fig. 1) sont l'un, le cylindre A rempli d'air atmosphérique à 10 atmosphères, l'autre le cylindre B, vide.

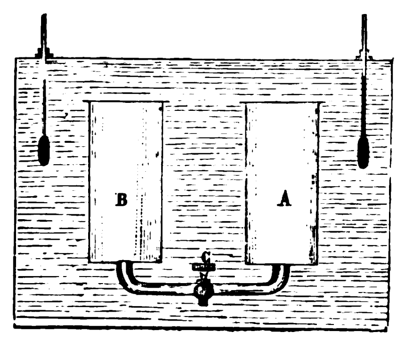


Fig. 1.

L'appareil est placé dans un calorimètre. Si l'on ouvre brusquement le robinet C qui établit la communication entre les deux cylindres, l'air du cylindre A remplira très-rapidement les deux cylindres. Au lieu d'un volume v à 10 atmosphères, on aura finalement un volume 2 v à 5 atmosphères. Il n'y aura pas eu de travail extérieur produit, aussi le calorimètre n'indiquera-t-il ni chaleur créée, ni chaleur perdue.

Au lieu de cela qu'on place dans le cylindre B (fig. 2) un piston chargé d'un poids convenable, et qu'on établisse encore la communication entre les deux cylindres en ouvrant le robinet C. Cette fois l'air soulèvera le piston et remplira peu à peu l'espace laissé vide au-dessous. Il y aura un travail mécanique produit, consistant dans l'élévation du poids P. On constatera en même temps un abaissement de température dans le calorimètre. Il y aura eu *disparition* de chaleur.

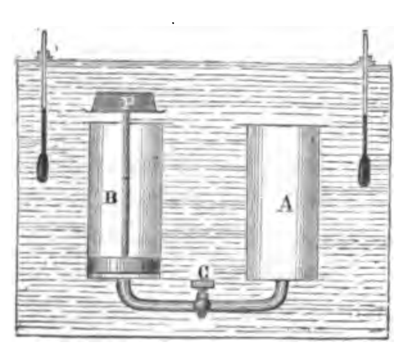


Fig. 2.

En réalité, dans la première période de l'expérience, il y a production de travail mécanique extérieur au cylindre A, puisque la tension du gaz y descend de 10 à 5 atmosphères ; mais il y a pareille *consommation* de travail mécanique dans le cylindre B,

puisque la tension du gaz y monte de 0 à 5 atmosphères. Aussi dans l'expérience de Gay-Lussac, voit-on d'un côté abaissement, de l'autre élévation de température, mais les deux effets calorifiques inverses sont parfaitement égaux, leur résultante calorifique est nulle.

Dans le second cas, au contraire, il y a comme résultat définitif *production* d'un travail mécanique extérieur, et par suite *disparition* de chaleur.

Des expériences précises ont démontré que la corrélation qui existe entre la création d'un travail mécanique et la disparition de chaleur subsiste dans tous les cas et que le travail mécanique produit ou consommé évalué en kilogrammètres est toujours proportionnel à la quantité de chaleur disparue ou créée, évaluée en calories.

Une calorie disparue ou créée correspond à 424 kilogrammètres produits ou consommés, quel que soit le corps intermédiaire et quel que soit le changement d'état.

Ce nombre 424 serait, d'après des expériences de M. Regnault, susceptible de subir des variations selon les circonstances. Mais il serait possible aussi, que les phénomènes de chaleur fussent accompagnés de phénomènes accessoires inaperçus dans les expériences, tels que dérangements moléculaires ou déformations persistantes quand il s'agit des solides, ou, dans certains cas, production d'électricité au contact de corps de nature différente, circonstances desquelles résulterait une consommation de travail difficile à évaluer.

La loi de l'*équivalence* se vérifie parfaitement snr les gaz permanents, et cette loi doit être considérée comme une loi naturelle applicable dans toutes les circonstances où l'on peut écarter l'influence des causes perturbatrices. Elle serait probablement rigoureusement exacte si l'on pouvait tenir compte de ces causes perturbatrices, les mesurer, et les évaluer en calories ou en kilogrammètres.

Les considérations qui précèdent nous permettent maintenant de formuler le premier principe de la théorie mécanique de la chaleur.

Premier principe. — *Toutes les fois qu'un corps change d'état en*

produisant un travail mécanique extérieur positif ou négatif, le phénomène est accompagné d'une consommation ou d'une création de chaleur. Cette quantité de chaleur peut être considérée comme équivalente au travail mécanique, et l'équivalence a lieu sur la base de une calorie pour 424 kilogrammètres (*).

Nous désignerons par $\frac{1}{A}$ le nombre 424. D'après cela $\frac{1}{A}$ est l'*équivalent mécanique de la chaleur*, et A est l'*équivalent calorifique du travail.*

(*) Tout changement d'état comporte un travail *intérieur* de séparation ou de rapprochement des molécules. L'énoncé du premier principe devrait donc être ainsi complété : *La chaleur disparue est équivalente au travail intérieur + au travail extérieur.* Mais dans la plupart des cas, et notamment pour les corps fluides, le travail intérieur est à peu près nul, et l'énoncé peut être réduit à celui du texte. Le travail intérieur est encore nul lorsque le corps, après avoir accompli une série plus ou moins complète d'évolutions, revient à son état initial. On dit alors que l'évolution est *complète* ou que le *cycle* est *fermé*. Cette circonstance se présente dans toutes les machines.

La constance de la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur, quel que soit le corps qui serve d'intermédiaire, a été établie de la manière suivante par Clapeyron. — Supposons que l'équivalent soit A pour un corps et A' pour un autre corps.

Au moyen d'une quantité de chaleur q, on pourra produire, avec le premier corps, un travail $\frac{q}{A}$, au moyen d'une quantité de chaleur q', on pourra produire, avec le second corps, une quantité de travail $\frac{q'}{A'}$.

Si l'on prend m évolutions du premier corps et n évolutions *inverses* du second, on pourra produire un travail

$$\frac{mq}{A} \text{ avec le premier corps,}$$

et recevoir un travail

$$\frac{nq'}{A'} \text{ du deuxième corps.}$$

Au total, on aura produit un travail définitif égal à

$$\frac{mq}{A} - \frac{nq'}{A'},$$

et on aura dépensé une quantité de chaleur égale à

$$mq - nq'.$$

On peut choisir m et n, de manière que $mq = nq'$. Alors la chaleur dépensée sera nulle. Donc le travail produit devra être nul également, car s'il en était autrement, on pourrait produire *du travail mécanique sans consommation de chaleur*, conséquence qui paraît absurde, donc

$$\frac{mq}{A} - \frac{nq'}{A'} = 0, \quad \text{et par suite} \quad A = A'.$$

Donc l'équivalent est un nombre constant pour tous les corps.

Cette démonstration s'appuie sur un prétendu axiome de physique qui n'est pas évident. C'est pourquoi nous ne la considérons pas comme rigoureuse.

7. **Quantité de chaleur fournie ou dépensée.** — Lorsque par le fait de son contact avec une source de chaleur, un corps passe du volume v_0 au volume v en exerçant constamment sur le milieu ambiant une pression égale à celle de ce milieu, le travail extérieur produit est représenté par l'intégrale,

$$\int_{v_0}^{v} pdv.$$

p et v étant la pression et le volume à un instant quelconque.

Soient U_0, U, les chaleurs internes au commencement et à la fin de l'échauffement, soit Q *la quantité de chaleur fournie* pendant l'échauffement.

Si l'échauffement n'était accompagné de la production d'aucun travail extérieur, la chaleur fournie par la source ne serait autre chose que l'accroissement de la chaleur interne. On aurait évidemment :

$$Q = U - U_0.$$

Mais, comme il y a production d'un travail,

$$\int_{v_0}^{v} pdv,$$

il y a nécessairement disparition d'une quantité de chaleur

$$A \int_{v_0}^{v} pdv,$$

qui ne peut provenir que de la source. Cette dernière devra donc fournir non-seulement : 1° la quantité de chaleur $(U - U_0)$ nécessaire pour amener le corps dans son nouvel état (p, v), qui comporte une chaleur interne égale à U, mais encore : 2° la quantité de chaleur $A \int_{v_0}^{v} pdv$ nécessaire pour produire le travail $\int_{v_0}^{v} pdv$ qui accompagne le passage de l'état (p_0, v_0) à l'état (p, v).

Seulement, tandis que la première quantité de chaleur $(U - U_0)$ est constante et ne dépend que des circonstances *initiale et finale* du changement d'état, la seconde partie $A \int_{v_0}^{v} pdv$ variera avec les circonstances *intermédiaires* du changement d'état.

Mais on aura dans tous les cas :

$$Q = U - U_0 + A \int_{v_0}^{v} p dv. \qquad (3)$$

Si le corps passe d'une température t à une autre température $(t + dt)$ infiniment voisine et par suite d'un état (p, v) à un état infiniment voisin $(p + dp, v + dv)$, l'équation précédente devient différentielle, et l'on a :

$$dQ = dU + Apdv, \qquad (4)$$

équation qui, en y remplaçant dU par sa valeur (éq. 2), peut encore s'écrire :

$$dQ = \left(\frac{dU}{dp}\right) dp + \left(\frac{dU}{dv} + Ap\right) dv. \qquad (5)$$

Cette dernière équation n'est pas intégrable, car les dérivés secondes des coefficients de dp et de dv sont respectivement : $\frac{d^2U}{dpdv}$ et $\left(\frac{d^2U}{dvdp} + A\right)$. Ces deux fonctions ne peuvent être égales comme l'exigeraient les règles du calcul différentiel à moins que $A = 0$, condition impossible. Donc Q ne peut pas être exprimé en fonction des valeurs initiale et finale de p et de v. Ce résultat n'a rien d'étonnant, puisque nous avons vu que Q dépend précisément des circonstances *intermédiaires* du changement d'état lesquelles peuvent être quelconques.

Introduisons maintenant dans l'équation (5) les données ordinaires de la physique, à savoir les chaleurs spécifiques à pression constante c et à volume constant c_1. Lorsqu'un corps s'échauffe de t à $t + dt$ en conservant son même volume, il n'y a pas de travail extérieur produit. L'équation (3) nous donne en y faisant $dv = 0$,

$$dQ = \left(\frac{dU}{dp}\right) dp.$$

D'un autre côté, la chaleur fournie, d'après la définition de la chaleur spécifique à volume constant, n'est autre chose que :

$$c_1 dt.$$

On a donc :

$$c_1 dt = \left(\frac{dU}{dp}\right) dp,$$

d'où

$$\left(\frac{dU}{dp}\right) = c_1 \left(\frac{dt}{dp}\right). \qquad (6)$$

$\left(\frac{dt}{dp}\right)$ désigne la dérivée partielle de t par rapport à p.

Si, au contraire, le corps passe de la température t à la température $(t + dt)$ sous une pression constante, on doit faire $dp = 0$ dans l'expression de Q et il vient :

$$dQ = \left(\frac{dU}{dv} + A\right) dv.$$

En vertu de la définition de la chaleur spécifique à pression constante, la chaleur fournie par la source sera :

$$cdt.$$

On aura donc :

$$cdt = \left[\left(\frac{dU}{dv}\right) + Ap\right] dv,$$

d'où l'on tire

$$\left(\frac{dU}{dv}\right) + Ap = c \left(\frac{dt}{dv}\right). \qquad (7)$$

$\frac{dt}{dv}$ désigne la dérivée partielle de t par rapport à v.

Les équations (6) et (7) substituées dans l'équation (5) ;

$$dQ = \left(\frac{dU}{dp}\right) dp + \left[\left(\frac{dU}{dv}\right) + Ap\right] dv,$$

donnent une seconde expression de dQ :

$$dQ = c_1 \left(\frac{dt}{dp}\right) dp + c \left(\frac{dt}{dv}\right) dv. \qquad (8)$$

8. **Élimination de U.** — En éliminant U entre les équations (6) et (7), on est conduit à une formule importante pour les gaz permanents.

J'écris ici les deux équations :

$$\left(\frac{dU}{dp}\right) = c_1 \left(\frac{dt}{dp}\right) \qquad (6)$$

$$Ap + \left(\frac{dU}{dv}\right) = c \left(\frac{dt}{dv}\right). \qquad (7)$$

Différentions par rapport à v la première de ces équations et par rapport à p la seconde.

Le premier membre de l'équation (6) donnera

$$\left(\frac{d^2U}{dpdv}\right),$$

et le premier membre de l'équation (7).

$$A+\left(\frac{d^2U}{dvdp}\right).$$

Retranchant l'une de l'autre et membre à membre, les deux équations différentiées, il viendra :

$$(c-c_1)\left(\frac{d^2t}{dpdv}\right)+\left(\frac{dc}{dp}\right)\left(\frac{dt}{dv}\right)-\left(\frac{dc_1}{dv}\right)\left(\frac{dt}{dp}\right)=A, \qquad (9)$$

équation qui ne renferme plus que la température et les chaleurs spécifiques et qui est applicable à tous les corps.

9. **Deuxième principe de la théorie mécanique de la chaleur.** — Avant d'énoncer le second principe de la théorie mécanique de la chaleur, montrons comment on peut donner une représentation géométrique du travail mécanique.

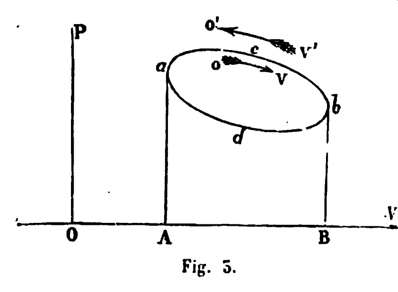


Fig. 3.

Sur l'axe des abscisses OV (fig. 3), portons les volumes, et prenons pour ordonnées les pressions.

Il est clair que si le contour *acbd* représente l'évolution complète d'un corps qui se dilate du volume OA au volume OB pour reprendre finalement son volume OA, le travail produit sera représenté par l'aire du contour fermé *acbd*.

Le travail sera compté positivement lorsque l'évolution suivra le sens de la flèche *ov* et négativement quand elle suivra le sens de la flèche *o'v'*.

Ceci posé, un corps de volume *o*A (fig. 4) et de température t est mis en contact avec une source de chaleur qui entretient sa température constante à t pendant qu'il se dilate de OA à OB. Soit Q la quantité de chaleur fournie par la source.

On laisse ensuite le corps se dilater librement sans addition ni soustraction de chaleur jusqu'à ce que son volume devienne OC. Sa température s'abaisse à t_0.

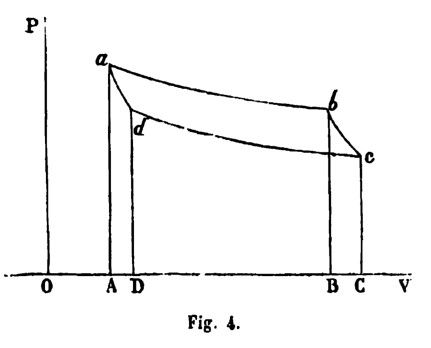


Fig. 4.

A ce moment, on met le corps en rapport avec une source de chaleur à cette même température t_0 et on le comprime de façon à réduire son volume à OD, sa température restant constante et égale à t_0; une certaine quantité de chaleur Q′ passera dans la source.

Enfin, on continue la compression sans addition ni soustraction de chaleur de manière que le volume revienne à sa valeur primitive OA. La température s'élève et remonte à t.

Le corps a ainsi accompli ce que nous nommerons une *évolution complète*. Il est clair que le travail produit dans cette évolution est représenté par l'aire T du quadrilatère curviligne *abcd*. D'un autre côté, le corps a enlevé à la source supérieure une quantité de chaleur. . . . . Q

Il a restitué à la source inférieure une quantité de chaleur. . . . . Q′

Il a donc disparu une quantité de chaleur. . . . . . Q — Q′

Et d'après le premier principe de la théorie mécanique de la chaleur, on doit avoir :

$$Q - Q' = AT.$$

Le second principe fondamental va plus loin. Il exprime que le rapport des quantités de chaleur Q, et Q′ reçue et transmise est indépendant de la nature du corps et ne dépend absolument que de la température. En voici l'énoncé :

Deuxième principe. — *Lorsqu'un corps est mis successivement en rapport avec deux sources de chaleur, l'une à une température supérieure* t, *l'autre à une température inférieure* t_0, *sa température restant constante et égale à celle de chaque source pendant toute la durée du*

contact, et le corps ne recevant ni ne perdant de chaleur en dehors de son contact avec les deux sources, le rapport de la quantité de chaleur Q *fournie par la source supérieure, à la quantité de chaleur* Q' *transmise à la source inférieure est indépendant de la nature du corps et ne dépend que des températures* t *et* t_0 *des deux sources* (*).

Il est impossible de donner de ce principe une démonstration rigoureuse. Il faut donc le considérer ainsi que le premier principe comme un *postulatum* dont l'exactitude est d'ailleurs confirmée par l'expérience dans les conséquences qu'il fournit.

Nous allons en déduire une équation importante.

Supposons que l'écart de température entre les sources soit infiniment petit. Leurs températures seront t et $t+dt$. Considérons d'ailleurs, au contraire de ce que nous avons fait jusqu'à présent, la température t et le volume v comme les variables indépendantes et déterminantes de l'état du corps.

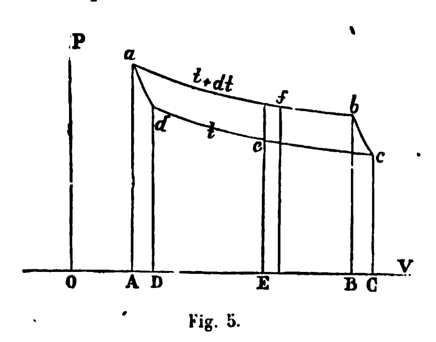


Fig. 5.

La pression p sera une fonction de v et de t.

On aura toujours :

$$Q - Q' = AT. \qquad (10)$$

T est ici l'intégrale de v_0 à v des aires élémentaires telles que ef (fig. 5). Or si l'ordonnée Ee est égale à p, Ef représente ce que devient la pression p lorsque le volume, restant constant, la température éprouve un accroissement dt, fe mesure donc l'accroissement différentiel :

$$\left(\frac{dp}{dt}\right) dt,$$

où $\left(\frac{dp}{dt}\right)$ représente la dérivée partielle de p par rapport à t.

L'équation précédente pourra donc s'écrire :

$$Q - Q' = A\int_{v_0}^{v}\left(\frac{dp}{dt}\right) dt dv = A dt \int_{v_0}^{v}\left(\frac{dp}{dt}\right) dv, \qquad (11)$$

en faisant sortir du signe $\int$ la variable indépendante dt.

(*) Clausius a cherché à établir ce deuxième principe en se fondant sur l'axiome suivant : *La chaleur ne peut passer d'elle-même d'un corps froid sur un corps chaud* Cet axiome n'est pas absolument évident.

Q′ représente la quantité de chaleur nécessaire pour entretenir à t degrés la température d'un corps qui se dilate de v_0 à v, par conséquent Q′ est une fonction de la température t, de la nature du corps, et des volumes v_0 et v. Nous poserons seulement :

$$Q' = F(t).$$

les variables v_0 et v étant implicitement contenues dans F.

D'après cela Q n'est autre chose que ce que devient Q′ quand on change t en $t + dt$, on aura :

$$Q = F(t + dt) = F(t) + F'(t)\,dt.$$

Le rapport $\frac{Q}{Q'}$, sera donc :

$$\frac{Q}{Q'} = 1 + \frac{F'(t)}{F(t)}\,dt.$$

D'après le deuxième principe fondamental $\frac{Q}{Q'}$ est indépendant de la nature du corps et n'est fonction que de la température.

On a par suite les transformations suivantes :

$$Q - Q' = Q' \frac{F'(t)}{F(t)}\,dt,$$

et l'équation (11) devient :

$$Q' \frac{F'(t)}{F(t)}\,dt = A\,dt \int_{v_0}^{v} \left(\frac{dp}{dt}\right) dv,$$

d'où l'on tire :

$$Q' = A \frac{F(t)}{F'(t)} \int_{v_0}^{v} \left(\frac{dp}{dt}\right) dv.$$

Nous pouvons poser d'après ce qui a été dit plus haut :

$$\frac{F(t)}{F'(t)} = \varphi(t), \qquad \text{(11 \textit{bis})}$$

$\varphi(t)$ étant une fonction de t qui est la même pour tous les corps, d'où :

$$Q' = A\varphi(t) \int_{v_0}^{v} \left(\frac{dp}{dt}\right) dv.$$

Dans cette équation, Q′ est la quantité de chaleur nécessaire

pour maintenir invariable la température t du corps pendant qu'il se dilate du volume v_0 au volume v.

Supposons maintenant que la différence $(v - v_0)$ devienne infiniment petite et égale à dv, Q' deviendra égal à dQ, Q étant la quantité de chaleur nécessaire pour entretenir à t la température d'un corps dont le volume augmente de dv, et on aura l'équation différentielle du premier ordre :

$$dQ = A\varphi(t)\left(\frac{dp}{dt}\right)dv. \qquad (12)$$

Telle est l'équation que nous avions en vue et qu'on pourrait appeler l'équation différentielle du deuxième principe fondamental.

10. **Calcul de la fonction φ (t).** — La fonction φ (t) peut recevoir diverses formes.

Dans l'équation (12),

$$dQ = A\varphi(t)\left(\frac{dp}{dt}\right)dv:$$

Q représente la quantité de chaleur nécessaire pour entretenir la température constante. Si dans l'équation (1),

$$dt = \left(\frac{dt}{dp}\right)dp + \left(\frac{dt}{dv}\right)dv,$$

on fait $dt = 0$, on trouve :

$$\left(\frac{dt}{dp}\right)dp + \left(\frac{dt}{dv}\right)dv = 0. \qquad (13)$$

Or l'équation (8) donne :

$$dQ = c_1\left(\frac{dt}{dp}\right)dp + c\left(\frac{dt}{dv}\right)dv.$$

Remplaçons dans cette équation dp par sa valeur tirée de l'équation (13).

$$dp = -\frac{\left(\frac{dt}{dv}\right)}{\left(\frac{dt}{dp}\right)}dv.$$

Nous aurons :

$$dQ = (c - c_1)\left(\frac{dt}{dv}\right)dv. \qquad (14)$$

En outre $\left(\frac{dp}{dt}\right)$ dans l'équation (12) représente la dérivée partielle de p par rapport à t, quand v est constant, si l'on fait $dv = 0$ dans l'équation (1), on tire :

$$\left(\frac{dp}{dt}\right) = \frac{1}{\left(\frac{dt}{dp}\right)}.$$

Par suite l'équation (12) peut s'écrire :

$$dQ = A\varphi(t)\,\frac{dv}{\left(\frac{dt}{dp}\right)}. \qquad (15)$$

égalant les volumes de dQ dans les équations (14) et (15), il vient :

$$(c - c_1)\left(\frac{dt}{dp}\right)\left(\frac{dt}{dv}\right) = A\varphi(t), \qquad (16)$$

équation qui permettra de calculer $\varphi\,(t)$ avec les données de la physique.

Reportons-nous enfin à l'équation (9) et supposons qu'on l'applique à des corps dont les chaleurs spécifiques c et c_1 soient indépendantes, la première de la pression, et la seconde du volume comme cela a lieu, par exemple, pour les gaz permanents. Dans ces conditions, $\left(\frac{dc}{dp}\right)$ et $\left(\frac{dc_1}{dv}\right)$ sont nuls et l'équation (9) se réduit à :

$$(c - c_1)\left(\frac{d^2t}{dpdv}\right) = A. \qquad (17)$$

Si l'on divise l'équation (16) par l'équation (17) membre à membre, on trouve la relation suivante :

$$\frac{\left(\frac{dt}{dp}\right)\left(\frac{dt}{dv}\right)}{\left(\frac{d^2t}{dpdv}\right)} = \varphi\,(t), \qquad (18)$$

qui donne $\varphi\,(t)$ en fonction de $t = f\,(p, v)$ et de ses dérivées partielles.

11. Résumé. — Les équations fondamentales de la théorie méca-

nique de la chaleur sont, en définitive, les équations (1), (2), (5) et (12), que nous transcrivons ici :

$$dt = \left(\frac{dt}{dp}\right) dp + \left(\frac{dt}{dv}\right) dv \tag{A}$$

$$dU = \left(\frac{dU}{dp}\right) dp + \left(\frac{dU}{dv}\right) dv \tag{B}$$

$$dQ = \left(\frac{dU}{dp}\right) dp + \left(\frac{dU}{dv} + Ap\right) dv \tag{C}$$

$$dQ = A\varphi(t) \left(\frac{dp}{dt}\right) dv. \tag{D}$$

Les équations A et B sont données par les lois de la physique ;

L'équation C est la conséquence du premier principe;

L'équation D est la conséquence du deuxième principe de la théorie mécanique de la chaleur.

En y introduisant les chaleurs spécifiques à pression constante c et à volume constant c_1, l'équation C prend encore la forme :

$$dQ = c_1 \left(\frac{dt}{dp}\right) dp + c \left(\frac{dt}{dv}\right) dv. \tag{E}$$

L'élimination de U nous a conduit à l'équation suivante qui subsiste pour tous les corps :

$$(c - c_1) \left(\frac{d^2t}{dpdv}\right) + \left(\frac{dc}{dp}\right) \left(\frac{dt}{dv}\right) - \left(\frac{dc_1}{dv}\right) \left(\frac{dt}{dp}\right) = A. \tag{F}$$

Enfin la fonction $\varphi(t)$ qui est la même pour tous les corps est donnée par l'équation (16),

$$A\varphi(t) = (c - c_1) \left(\frac{dt}{dp}\right) \left(\frac{dt}{dv}\right), \tag{G}$$

qui ne contient que des données de la physique.

Lorsque la nature du corps est telle que les chaleurs spécifiques c et c_1 sont invariables avec la pression et le volume respectivement, $\varphi(t)$ peut encore se calculer par la formule :

$$\varphi(t) = \frac{\left(\frac{dt}{dp}\right) \frac{dt}{dv}}{\left(\frac{d^2t}{dpdv}\right)}, \tag{H}$$

qui ne renferme plus l'équivalent calorifique du travail A.

Les huit équations (A), (B), (C), (D), (E), (F), (G), (H), qui, au fond, se réduisent à quatre, constituent les équations principales de la théorie mécanique de la chaleur.

Nous répétons ici que les deux principes fondamentaux de la théorie doivent être considérés comme des *postulatum* analogues à ceux qui forment la base de la mécanique rationnelle. Malgré les efforts des savants qui ont créé la théorie mécanique de la chaleur, ces deux principes ne sont pas susceptibles d'une démonstration *a priori*. Nous avons donc cru bien faire en n'acceptant pas les démonstrations qu'en ont donné l'illustre Clapeyron et ses successeurs. Ces démonstrations reposent sur de prétendus axiomes et supposent d'avance comme exact le fait de l'équivalence. Elles constituent à nos yeux des pétitions de principe, et la science didactique n'a rien à gagner en les conservant. C'est dans l'expérience physique qu'il faut chercher la confirmation de la théorie, de même que la mécanique rationnelle trouve la confirmation de ses principes dans les phénomènes astronomiques.

Jusqu'à présent la preuve faite par les expériences de Gay-Lussac, Rumford, Foucault et plus récemment de MM. Joule, Clausius, Regnault, Hirn, est éclatante, et l'on est autorisé à penser, ainsi que nous l'avons déjà dit, que les écarts tiennent à des phénomènes accessoires dont l'influence n'a pas encore été mesurée. Les développements d'électricité qui ont lieu au contact des surfaces de nature différente ou par le fait du frottement des corps les uns contre les autres ne sont probablement pas étrangers à ces divergences. S'il était possible d'évaluer en kilogrammètres ou en calories les quantités d'électricité, leur transport dans les équations fondamentales aurait sans doute pour effet de faire disparaître toutes les anomalies.

Enfin, le principe de l'équivalence de la chaleur et du travail mécanique rend assez probable la conception indiquée au commencement de ce chapitre et d'après laquelle la quantité de chaleur pourrait se mesurer par la force vive d'une vibration ou d'une translation. Le *théorème* de mécanique dit *des forces vives* démontre, en effet, que le travail mécanique se transforme en force vive et réciproquement. D'après cela le premier principe ou principe de l'équivalence n'introduirait aucune idée nouvelle dans la science.

Quant au deuxième principe, il montre pour un cas particulier, dans quelles proportions se fait le partage entre la *force vive dynamique* et *la force vive calorifique*. Les progrès de la nouvelle science consisteront désormais à préciser les circonstances de la transformation de la chaleur en travail ou réciproquement et à en calculer les proportions pour les cas les plus compliqués.

CHAPITRE II

LES GAZ

Avant d'appliquer aux gaz la théorie mécanique de la chaleur, nous rappellerons les données que la physique fournit à leur égard.

12. **Loi de Mariotte.** — La loi de Mariotte exprime la propriété suivante :

A égalité de température, les volumes d'un gaz sont en raison inverse des pressions, en d'autres termes le produit de la pression par le volume est un nombre constant pour chaque gaz à la même température.

On a donc :

$$pv = p_0 v_0,$$

ou $\frac{pv}{p_0 v_0} = 1$.

En réalité, le rapport $\frac{pv}{p_0 v_0}$, p désignant une pression plus forte que p_0, est :

Toujours plus grand que 1 pour l'hydrogène ;

Toujours plus petit que 1 pour les autres gaz.

Cette dernière inégalité est d'autant plus marquée que les gaz sont plus voisins de leur point de liquéfaction.

La loi de Mariotte peut être considérée comme la loi de nature de l'état gazeux, et il n'y a généralement pas d'inconvénient pratique à l'appliquer rigoureusement.

13. **Loi de Gay-Lussac. — Dilatation.** — La loi de dilatation est la même pour tous les gaz. Ils se dilatent tous, quelle que soit la

pression, de la même fraction de leur volume initial : 0,003666 ou $\frac{1}{273}$ par degré de température.

C'est la loi de Gay-Lussac. Elle n'est pas absolument exacte, mais elle ne subit de perturbations que dans le voisinage des points de liquéfaction.

14. **Chaleurs spécifiques.** — Les expériences de M. Regnault ont établi que quand les gaz obéissent à la loi de Mariotte et sont loin de leur point de liquéfaction :

1° La chaleur spécifique à pression constante est indépendante de la température.

2° Elle est indépendante de la pression. Elle est la même pour tous les gaz simples quand on la rapporte au volume.

3° Quand les gaz n'obéissent pas à la loi de Mariotte et sont rapprochés de leur point de liquéfaction, la chaleur spécifique augmente en général avec la température, elle dépend probablement de la pression.

La chaleur spécifique à volume constant n'a pu être mesurée par l'expérience directe. Laplace l'a déduite de la théorie du son, et la théorie mécanique de la chaleur nous en fournira également la valeur.

Nous réunissons dans le tableau suivant les principales données d'expériences concernant les gaz.

DONNÉES PHYSIQUES RELATIVES AUX GAZ

	POIDS SPÉCIFIQUE.	COEFFICIENT DE DILATATION — (Pression 0,76)	CHALEUR SPÉCIFIQUE de 1 kilogramme à pression constante.	CONSTANTE R.
	k.			
Hydrogène.	0,08955	0,003661	3,4046	422,98
Air atmosphérique.	1,29274	0,003670	0,2375	29,27
Oxygène.	1,42980	»	0,2182	»
Azote.	1,25616	0,003668	0,2410	»
Oxyde de carbone.	1,237 »	0,003669	0,2479	»
Acide carbonique.	1,97741	0,003710	0,2164	»
Protoxyde d'azote.	1,965 »	0,003719	0,2238	»

15. Application aux gaz des équations de la théorie mécanique de la chaleur. — Si l'on appelle α le coefficient de dilatation d'un gaz permanent, on a :

$$\frac{pv}{1+\alpha t}=p_0v_0.$$

v_0 étant le volume à 0_0, posons $\alpha=\frac{1}{a}=\frac{1}{273}$, et l'équation précédente pourra s'écrire :

$$pv=\frac{p_0v_0}{a}(a+t).$$

$\frac{p_0v_0}{a}$ est une constante spécifique à chaque gaz que nous désignerons par R.

Par exemple, pour l'air atmosphérique, on aurait à 0_0 et sous la pression d'une atmosphère ou 10333 kil. par mètre carré,

$$\mathrm{R}=\frac{10{,}333^{\text{kilos}}\times 1}{273\times 1{,}293}=29{,}27.$$

Pour un autre gaz, R serait en raison inverse du poids spécifique.

L'équation,

$$pv=\mathrm{R}(a+t), \tag{19}$$

nous donne une relation entre t, p et v.

Si l'on fait $t=-a=-273°$, on trouve $v=0$. On appelle cette température le *zéro absolu*. C'est la température à laquelle le volume du gaz se réduirait à zéro, si la loi de la dilatation pouvait s'appliquer jusqu'à cette limite.

De l'équation (19) on tire :

$$\left(\frac{dt}{dp}\right)=\frac{v}{\mathrm{R}},\quad \left(\frac{dt}{dv}\right)=\frac{p}{\mathrm{R}},\quad \left(\frac{d^2t}{dpdv}\right)=\frac{1}{\mathrm{R}}.$$

Ces différentielles portées dans les équations (F), (H) du chapitre précédent, donnent les résultats suivants :

$$\frac{(c-c_1)}{\mathrm{R}}=\mathrm{A},$$

et

$$\varphi(t)=\frac{pv}{R},$$

d'où l'on tire en ayant égard à l'équation (19),

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= c - AR \\ \varphi(t) &= a + t \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

La première de ces équations nous permet de calculer la chaleur spécifique sous volume constant, dont la détermination expérimentale offre des difficultés insurmontables et qui n'était connue jusqu'à présent que par la théorie du son.

On a pour l'air atmosphérique :

$$c_1 = 0{,}2375 - \frac{29{,}27}{424} = 0{,}1685.$$

Le rapport $\frac{c}{c_1}$ que nous désignerons par k est égal à 1.41.

La seconde des équations (20) nous donne la valeur de la fonction φ (t) qui est la même pour tous les corps. On appelle la somme $(a+t)$, la *température absolue.*

16. **Expression de la chaleur interne.** — Les équations (C) et (E) combinées donnent par la substitution des différentielles partielles et de la valeur de c :

$$dU = c_1\frac{vdp}{R} + c\frac{pdv}{R} - Apdv$$

ou

$$dU = \frac{c_1}{R}(vdp + pdv).$$

Intégrant, il vient :

$$U = \frac{c_1}{R}pv + \text{const} = c_1(a+t) + \text{const}.$$

ou

$$U = c_1 t + \text{const}. \qquad (21)$$

C'est l'expression de la chaleur interne. Elle s'accroît de c_1 par chaque degré.

17. **Expression de la chaleur fournie pendant l'échauffement.** — La formule (E) nous donne cette expression :

$$dQ = \frac{c_1 vdp + cpdv}{R}. \qquad (22)$$

Cette équation n'est pas intégrable, sans relation donnée entre p et v.

Nous allons examiner les cas les plus simples.

18. **Échauffement d'un gaz sous volume constant.** — En faisant :

$$dv = 0,$$

dans l'expression de dQ (équation 22), il vient :

$$dQ = \frac{c_1 v dp}{R},$$

v étant constant, on intègre immédiatement :

$$Q = \frac{c_1 v (p - p_0)}{R} = c_1 (t - t_0). \quad (23)$$

C'est la définition même de la chaleur spécifique à volume constant.

19. **Échauffement d'un gaz sous pression constante.** — On fera dans l'expression de dQ, $dp = 0$ puisque p est constant, on intégrera immédiatement et on aura :

$$Q = c(t - t_0). \quad (24)$$

C'est la définition même de la chaleur spécifique à pression constante.

L'augmentation de la chaleur interne étant

$$c_1 (t - t_0),$$

il y a disparition d'une quantité de chaleur

$$(c - c_1)(t - t_0),$$

qui correspond au travail produit

$$pv - pv_0 = R(a + t) - R(a + t_0) = R(t - t_0).$$

Ce travail représente en calories :

$$AR(t - t_0).$$

Sous cette forme, on voit que cette chaleur représentative d'un travail mécanique est bien celle qui a disparu, car on a :

$$c - c_1 = AR.$$

20. **Dilatation ou détente d'un gaz à température constante** · C'est le cas auquel s'applique la loi de Mariotte.

L'équation

$$pv = R(a+t),$$

nous donne alors

$$pv = \text{const.}$$

et en différentiant,

$$pdv + vdp = 0.$$

On en tire :

$$vdp = -pdv.$$

portant cette valeur dans l'expression (22) de dQ, elle devient :

$$dQ = \frac{(c-c_1)pdv}{R} = Apdv.$$

Or

$$p = \frac{R(a+t)}{v},$$

donc

$$dQ = AR(a+t)\frac{dv}{v}.$$

cette équation différentielle s'intègre immédiatement, et l'on a :

$$Q = AR(a+t)\operatorname{lognep}\frac{v}{v_0},$$

ou

$$Q = Ap_0v_0\operatorname{lognep}\frac{v}{v_0}. \qquad (25)$$

C'est la formule ordinairement employée pour calculer le travail dans la détente, sauf le coefficient d'équivalence A. L'emploi de cette formule revient donc à supposer que la température est constante pendant toute la durée de la détente, et que, par suite, la chaleur correspondante au travail accompli a été fournie par les corps environnants.

21. **Dilatation ou détente d'un gaz sans addition ni perte de chaleur, c'est-à-dire dans une enveloppe imperméable à la chaleur.** — La chaleur fournie étant nulle, il faut faire dans ce cas :

$$dQ = 0,$$

ce qui donne (équation 22) :

$$c_1 v dp + c p dv = 0,$$

d'où en désignant le rapport $\frac{c}{c_1}$ par k, et divisant par pv :

$$\frac{dp}{p} + k\frac{dv}{v} = 0.$$

L'intégrale de cette équation de (p_0, v_0) à (p, v), est :

$$\log \text{nep} \frac{p}{p_0} + k \log \text{nep} \frac{v}{v_0} = 0,$$

d'où l'on tire :

$$\log \text{nep} \frac{p}{p_0} = \log \text{nep} \frac{v_0^k}{v^k},$$

et par suite :

$$p = p_0 \frac{v_0^k}{v^k} \quad \text{ou} \quad pv^k = p_0 v_0^k, \tag{26}$$

Telle est la loi qui exprime la variation de la pression en fonction du volume, lorsqu'un gaz se détend ou est comprimé dans une enveloppe imperméable à la chaleur. Le produit pv^k est constant.

Cette loi est analogue à la loi de Mariotte. Seulement les volumes au lieu d'être pris à la première puissance doivent être élevés dans la formule à la puissance $k = 1.41$.

Quel sera le travail développé pendant la détente? Il a pour expression :

$$\int_{v_0}^{v} p dv = \int_{v_0}^{v} p_0 v_0^k \frac{dv}{v^k}.$$

Cette intégrale est :

$$\mathfrak{T} = \frac{p_0 v_0^k}{k-1}\left(\frac{1}{v_0^{k-1}} - \frac{1}{v^{k-1}}\right) = \frac{p_0 v_0}{k-1}\left[1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{k-1}\right]. \tag{27}$$

Dans l'hypothèse où nous sommes placés, aucune quantité de chaleur n'est reçue du dehors, par conséquent, il faut que la chaleur équivalente au travail mécanique dont nous venons de calculer l'expression, soit empruntée à la chaleur interne du gaz. Si t_0 et t sont les températures initiale et finale, l'abaissement de tempéra-

ture pendant la détente sera $(t_0 - t)$, la diminution de la chaleur interne sera :

$$c_1(t_0 - t),$$

et en vertu de l'équivalence de la chaleur disparue au travail produit, on doit avoir :

$$c_1(t_0 - t) = A\frac{p_0 v_0}{k-1}\left[1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{k-1}\right]. \qquad (28)$$

C'est ce qu'il est facile de vérifier.

En effet, on peut écrire les relations suivantes :

$$\left.\begin{aligned} p_0 v_0 &= R(a + t_0) \\ pv &= R(a + t) \end{aligned}\right\} \qquad (29)$$

et l'on a, en outre, dans le cas particulier qui nous occupe, l'équation (26) :

$$pv^k = p_0 v_0^k.$$

Les deux équations (29) donnent en éliminant R :

$$\frac{pv}{a+t} = \frac{p_0 v_0}{a+t_0},$$

divisant les deux dernières équations membre à membre, il suit :

$$v^{k-1}(a+t) = v_0^{k-1}(a+t_0),$$

d'où

$$\frac{v_0^{k-1}}{v^{k-1}} = \frac{a+t}{a+t_0}. \qquad (30)$$

Portant cette dernière relation dans l'équation (28) et remplaçant $p_0 v_0$ par sa valeur $R(a + t_0)$, cette dernière donne :

$$c_1(t_0 - t) = \frac{AR}{k-1}(t_0 - t).$$

Cette équation devient une identité quand on y fait $K = \frac{c}{c_1}$ et $AR = c - c_1$.

L'équivalence de la chaleur disparue au travail mécanique produit est donc démontrée.

Le travail mécanique développé pendant la détente peut encore recevoir une autre expression en fonction de la température et de la pression.

On a (équation 27) :

$$\mathfrak{T} = \frac{p_0 v_0}{k-1}\left[1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{k-1}\right].$$

Les équations (19) et (26) donnent :

$$p_0 v_0 = \mathrm{R}(a + t_0)$$

$$\left(\frac{v_0}{v}\right)^{k-1} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Par suite on peut encore écrire :

$$\mathfrak{T} = \frac{p_0 v_0}{k-1}\left(1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right) = \frac{\mathrm{R}(a+t_0)}{k-1}\left(1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right). \qquad (31)$$

La fraction $\frac{k-1}{k}$ est égale à 0.2908...

Cette expression est fréquemment employée.

22. **Variations de la température d'un gaz pendant sa détente, ou sa compression dans une enveloppe imperméable à la chaleur.** — On a souvent besoin de calculer le refroidissement causé par la détente ou l'échauffement causé par la compression d'une masse d'air enfermée dans une capacité imperméable à la chaleur. Les formules que nous venons d'établir permettent de les calculer. L'abaissement de température est donné par la formule (28) :

$$t_0 - t = \frac{\mathrm{A}}{c_1}\frac{p_0 v_0}{k-1}\left[1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{k-1}\right].$$

Remplaçons $p_0 v_0$ par sa valeur R $(a + t_0)$, la formule devient après réductions :

$$t_0 - t = (a + t_0)\left\{1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{k-1}\right\}. \qquad (32)$$

Telle est la valeur de l'abaissement de température d'une masse d'air qui s'est détendue du volume v_0 au volume v.

On voit que cet abaissement est proportionnel à la *température absolue* initiale $(a + t_0)$.

D'une manière générale les variations de température sont exprimées par la relation (30)

$$\frac{a+t}{a+t_0}=\left(\frac{v_0}{v}\right)^{k-1}, \tag{30}$$

qu'on peut remplacer par la suivante, quand ce sont les pressions initiale et finale qui sont connues :

$$\frac{a+t}{a+t_0}=\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} (^*). \tag{33}$$

Nous aurons occasion d'employer souvent cette formule dans la théorie des machines à air chaud et à air comprimé.

On avait constaté depuis longtemps que la détente d'un gaz amenait un refroidissement, et que la pression était toujours accompagnée d'un échauffement. Dans le briquet pneumatique, cet échauffement est tel qu'il peut enflammer de l'amadou. Mais avant la théorie mécanique de la chaleur, on ne savait pas calculer les variations de température d'un gaz détendu ou comprimé dans une enveloppe imperméable à la chaleur, cas qui se présente le plus fréquemment dans la pratique. On supposait la température constante, et on appliquait la loi de Mariotte pour le calcul du travail mécanique; ce mode de procéder est tout à fait inexact, ainsi qu'on a pu le constater par la comparaison des formules (25) et (27). L'étude des variations de température qui se produisent dans les cylindres où l'air se détend ou se comprime, a la plus grande importance pratique, comme on le verra plus tard, et les détentes même les plus courtes amènent toujours des abaissements de température considérables, qui peuvent réduire en glaçons les parties

(*) Il est utile de connaître les valeurs du rapport $\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}$, en voici quelques-unes avec leurs valeurs réciproques.

Valeurs de $\frac{p}{p_0}$. . . .	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
Valeurs de $\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}$.	1	1,22	1,37	1,49	1,60	1,68	1,76	1,83	1,88	1,95	2,39	2,68
Valeurs de $\left(\frac{p}{p_0}\right)^{-\frac{k-1}{k}}$.	1	0,820	0,730	0,671	0,625	0,595	0,568	0,546	0,532	0,513	0,418	0,373

de vapeur d'eau contenues dans l'air et gêner le fonctionnement des machines.

Voici un tableau des valeurs du refroidissement calculées par la formule (32) pour divers degrés de détente de l'air supposé à 15 degrés à l'origine de la détente.

Nous y avons joint le calcul des pressions finales.

REFROIDISSEMENT CAUSÉ PAR LA DÉTENTE ($t_0 = 15°$).

DEGRÉS DE DÉTENTE DU RAPPORT $\frac{V_0}{V}$.	ABAISSEMENT DE TEMPÉRATURE.	PRESSION FINALE RAPPORTÉE A LA PRESSION INITIALE OU $\frac{P}{P_0}$.
$\frac{1}{2}$	71°,63	0,376
$\frac{1}{3}$	104°,98	0,213
$\frac{1}{4}$	125°,57	0,142
$\frac{1}{5}$	140°,07	0,105
$\frac{1}{6}$	151°09	0,080
$\frac{1}{10}$	177°,19	0,039
$\frac{1}{15}$	194°,59	0,022

Ce tableau démontre :

1° Que les abaissements de température atteignent des valeurs considérables, même pour de faibles détentes.

2° Que les pressions finales sont beaucoup plus faibles que ne l'indiquerait la loi de Mariotte. Par exemple, pour une détente au $\frac{1}{5}$, la pression au lieu d'être réduite au $\frac{1}{5}$ est réduite au $\frac{1}{10}$.

Nous reviendrons sur ces résultats et sur leurs conséquences pratiques.

23. **Problèmes relatifs aux gaz.** — Les quatre cas simples que nous venons d'examiner relatifs aux changements d'état d'une masse de gaz :

1° à volume constant;

2° à pression constante;

3° à température constante;

4° sans addition ni soustraction de chaleur,

donnent la clef de toutes les questions qui peuvent se présenter relativement aux machines à air chaud ou à air comprimé. Il est très-rare que chacune des périodes d'une évolution dans une machine ne rentre pas dans l'un des quatre cas simples, et qu'on ait à la fois comme variables, la température, le volume, la pression, et la chaleur fournie.

Il importe donc que le lecteur se familiarise avec les problèmes simples que nous avons résolus et dont on trouvera des applications dans toutes les machines à air. Le cas d'une enveloppe imperméable à la chaleur est celui qui se présente le plus fréquemment dans les applications, car les cylindres de machines peuvent être généralement considérés comme imperméables à la chaleur.

CHAPITRE III

LES VAPEURS

24. **Formation des vapeurs. — Vapeurs saturées.** — Les propriétés des vapeurs, telles qu'elles ont été établies par les recherches de Gay-Lussac, Dulong, Arago et Regnault, sont les suivantes :

1° Si un liquide est placé dans une atmosphère indéfinie à la pression p, ce liquide émet des vapeurs à toute température, mais il existe une température à laquelle le liquide se transforme tumultueusement en vapeur. Ce phénomène se nomme l'ébullition.

2° Si l'on enferme le liquide dans un vase de manière que la communication avec l'atmosphère extérieure n'ait lieu que par l'intermédiaire d'un robinet R (fig. 5 *bis*), plus ou moins ouvert, et qu'on entretienne ainsi au-dessus du liquide une atmosphère de vapeur A à pression constante, la température du liquide est invariable pendant toute la durée de l'ébullition.

Fig. 5 *bis*.

3° Si dans les mêmes conditions, on augmente la pression de l'atmosphère de vapeur A par la fermeture partielle du robinet R, on constate que la température de l'ébullition s'élève avec la pression et qu'elle est toujours la même à la même pression.

4° Tant qu'il reste une parcelle de liquide, la température de l'ébullition reste la même pour la même pression.

5° Supposons qu'on place au-dessus du vase un cylindre C garni d'un piston P (fig. 6) et muni d'un robinet R′ à la partie inférieure. Le piston P étant au bas de sa course, on ferme le robinet R′, le robinet R étant toujours ouvert. En ce moment le liquide

est recouvert d'une atmosphère de vapeur A. Élevons lentement le piston C. De nouvelles quantités de vapeur viendront remplir le vide laissé au-dessous du piston. Si la température de la masse liquide est entretenue constante pendant le mouvement du piston, les nouvelles quantités de vapeur formées auront la même pression p qui correspond à la température d'ébullition t.

Fig. 6.

6° Si maintenant on abaisse lentement le piston P, en maintenant encore la masse liquide à la température t, la vapeur se condensera et sa pression sera à chaque instant égale à celle qui correspond pendant l'ébullition à la température t.

7° Le piston P étant au haut de sa course, on ferme le robinet R (fig. 7) et l'on ouvre le robinet R′ communiquant avec un récipient plein d'eau froide, on verra immédiatement la vapeur se condenser et le vide se faire au-dessous du piston P. La condensation est presque *instantanée*. Après cette condensation, la tension de la vapeur sera celle qui correspond à la température de la masse liquide froide.



Fig. 7.

Il résulte de ces faits d'expériences que tant qu'une vapeur est en contact avec son liquide, sa tension ne peut pas dépasser une certaine limite, limite qui est fonction de la température du liquide et de cette température seule. Si la vapeur est mise en contact avec une masse liquide plus froide, elle se condense instantanément et reprend la tension qui convient à la température du liquide froid.

En désignant par t la température d'ébullition sous la pression p, on a :

$$p = f(t),$$

f, désignant une fonction à déterminer par l'expérience.

L'espace rempli d'une vapeur en contact avec son liquide à la température t et à la pression p ne peut plus recevoir d'autres quantités de vapeur. On dit alors que la vapeur est *saturée* ou que l'espace est *saturé de vapeur*, ou encore que la vapeur a son *maximum de densité*.

25. **Quantités de chaleur absorbées par la formation des vapeurs.** — Tant que le liquide ne produit pas de vapeur, la chaleur fournie par la source est employée à élever la température du liquide et à le dilater. Si l'on désigne par l la chaleur spécifique du liquide à la température variable t, on aura pour cette quantité de chaleur L, et pour 1 kilog. de liquide :

$$L = \int_0^T l dt. \qquad (34)$$

A partir du moment où se forme la vapeur à la température t, la chaleur fournie par la source n'élève ni la température du liquide, ni celle de la vapeur, elle est employée tout entière à produire le changement d'état. On désigne cette quantité de chaleur, en physique, sous le nom de *chaleur latente*. Nous la désignerons sous le nom de *chaleur de vaporisation* et nous l'appellerons r.

Pour nous, la chaleur de vaporisation sera donc la différence entre la chaleur totale nécessaire pour transformer un kilogramme de liquide à 0_0, en vapeur à t, sous la pression p, et la quantité de chaleur nécessaire pour porter un kilogramme de liquide de 0_0 à t.

Si λ désigne cette chaleur totale, on a pour la chaleur de vaporisation :

$$r = \lambda - \int_0^t l dt. \qquad (34\ bis)$$

26. **Données de la physique. — Loi des tensions. — Chaleurs spécifiques et chaleurs latentes de l'eau. — Expériences de M. Regnault.** — Les expériences très-précises de M. Regnault ont fourni à la science des données très-importantes pour la théorie des vapeurs. M. Regnault a déterminé par l'expérience les trois fonctions que nous venons de définir, savoir, p, λ et L.

Loi des tensions. — Ce savant a dressé une table des tensions de la vapeur correspondant aux différentes températures ; il a dé-

montré que la loi des tensions était bien représentée par la formule suivante, due à Biot :

$$\log F = a - b\alpha^{t}, \qquad (35)$$

où a, b, α, sont trois constantes, t la température en degrés centigrades, et F la tension de la vapeur en millimètres de mercure.

On la transforme en pressions par mètre carré, en posant :

$$p = F \times \frac{10330}{760} = 13{,}59F. \qquad (36)$$

Dans le courant de cet exposé nous aurons à calculer la dérivée $\left(\frac{dp}{dt}\right)$; or l'équation en F donne, en remarquant que p est proportionnel à F :

$$\frac{dp}{dt} = -p\,\frac{b\log\alpha}{M^2}\,\alpha^{t}, \qquad (37)$$

où M représente le module des logarithmes vulgaires 0,4342945.

Voici les valeurs des constantes a, b, α pour quelques liquides :

NATURE DES LIQUIDES.	COEFFICIENT DE LA FORMULE $\text{Log.}\,F = a - b\alpha^{t}$.			LIMITES DES TEMPÉRATURES entre lesquelles les constantes de la formule sont calculées.	TEMPÉRATURE D'ÉBULLITION sous la pression de 760 millim. de mercure.
	a.	Log. b.	Log. α.		
Eau	5,42352	0,6821547	$\bar{1}$,9972311	−20 et +220	100°, »
Alcool	5,54320	0,6446983	$\bar{1}$,9972021	−20 et +150	78°,26
Éther sulfurique.	5,17838	0,4647731	$\bar{1}$,9970505	−20 et +120	34°,97
Sulfure de carbone. . . .	5,03302	0,4680207	$\bar{1}$,9970960	−20 et +140	46°,20

Les calculs de p et $\left(\frac{dp}{dt}\right)$ sont assez longs, mais la table de *Zeuner*, que nous reproduisons à la fin de cet ouvrage, dispense de tout calcul, au moins en ce qui concerne la vapeur d'eau.

Chaleur totale. — M. Regnault a trouvé que la quantité de chaleur totale nécessaire pour transformer un kilogramme de liquide à 0° en vapeur à $t°$ pouvait généralement, et dans les limites de ses expériences, se représenter par la formule algébrique :

$$\lambda = a + bt + ct^2 + dt^3.$$

La quantité de chaleur L nécessaire pour porter un kilogramme de liquide en contact avec sa vapeur de 0 à t est représentée par une formule de même forme que λ :

$$L = a' + b't + c't^2 + d't^3.$$

En retranchant L de λ, on a ce qu'en physique on nomme la chaleur latente et ce que nous avons appelé la chaleur de vaporisation r (équation 34 *bis*).

Voici un tableau des valeurs de λ, L et r pour différents liquides.

Eau. — (De 13 millimètres de mercure à 14 atmosphères).

$$\lambda = 606{,}5 + 0{,}305t$$
$$L = T + 0{,}00002t^2 + 0{,}0000003t^3$$
$$\lambda - L = r = 606{,}5 - 0{,}695t - 0{,}00002t^2 - 0{,}0000003t^3.$$

Sulfure de carbone. — (De 0° à 140°.)

$$\lambda = 90 + 0{,}14601t - 0{,}0004123t^2$$
$$L = 0{,}23523t + 0{,}00008151t^2$$
$$\lambda - L = r = 90 - 0{,}08922t - 0{,}0004938t^2.$$

Alcool. — (De 0° à 150°.)

λ.... Formule incertaine.
$= 236{,}5$ à 0°
$= 264$ à 50°
$= 267{,}3$ à 100°
$= 285{,}3$ à 150°

$$L = 0{,}54754t + 0{,}0011218t^2 + 0{,}0000022060t^3$$

$\lambda - L = r$ Formule variable.

Éther. — (De 0° à 120°.)

$$\lambda = 94 + 0{,}4500t - 0{,}0005555t^2$$
$$L = 0{,}529t + 0{,}00029587t^2$$
$$\lambda - L = r = 94 - 0{,}079t - 0{,}00085137t^2.$$

Ces chiffres indiquent d'une manière générale :

1° Que les capacités calorifiques des liquides varient peu avec la température, mais qu'elles augmentent avec elle ;

2° Que les chaleurs de vaporisation diminuent avec la tempéra-

ture. La diminution est surtout sensible pour l'eau, qui présente aux diverses températures les chaleurs de vaporisation suivantes :

à 0°.	606,5 calories.
à 100°.	536,5 —
à 200°.	464,3 —
à 230°.	441,9 —

En résumé, la physique nous donne les tables des tensions des vapeurs saturées, et les chaleurs totale et de vaporisation des différents liquides. Nous pouvons maintenant entrer dans l'étude des vapeurs au point de vue de la théorie mécanique de la chaleur.

27. **Équation donnée par le premier principe.** — Si nous appliquons les équations fondamentales de la théorie (A), (B), (C), à la formation de la vapeur dans un vase fermé et entretenu à une température et à une pression constantes, nous devrons considérer la vapeur qui se forme comme un gaz d'abord réduit au volume de l'eau qui lui donne naissance, se dilatant par l'action de la chaleur et remplissant peu à peu l'espace à la pression p et à la température constante t. Pendant tout le temps de la formation de la vapeur, son volume augmente sans que sa température change, on a donc $\frac{dt}{dv} = 0$. De plus, la température étant invariable, la différentielle totale $dt = 0$, et la différentielle $dp = 0$, par suite les trois équations se réduisent à :

$$dU = \left(\frac{dU}{dv}\right) dv$$

$$dQ = \left[\left(\frac{dU}{dv}\right) + Ap\right] dv.$$

Ici, Q représente la chaleur fournie pendant la vaporisation.

Si l'on intègre la dernière équation depuis le volume w que possède l'eau qui donne naissance à la vapeur, jusqu'au volume v que prend la vapeur saturée ou en d'autres termes si on intègre depuis le commencement jusqu'à la fin du phénomène de la vaporisation, en remarquant que p est constant, on aura pour la chaleur totale fournie, qui n'est autre chose que la chaleur de vaporisaio nr,

$$r = U + Ap(v - w). \qquad (38)$$

Cette formule démontre que la chaleur de vaporisation est employée en deux parts :

1° La quantité U est l'accroissement de la *chaleur interne* de la vapeur par rapport à celle de l'eau qui lui a donné naissance. Cette chaleur interne est nécessaire pour maintenir les molécules de la vapeur aux distances qui sont nécessaires d'après sa nature spécifique.

2° $Ap(v - w)$ est la chaleur nécessaire pour produire le travail $p(v - w)$ que la vapeur exerce sur son enveloppe pendant sa formation et qu'on nomme habituellement *travail* de la vapeur *à pleine pression*.

28. **Équation donnée par le deuxième principe.** — L'équation (D) du deuxième principe est aussi applicable à la formation de la vapeur saturée, puisqu'elle donne la différentielle de la chaleur fournie par une source qui entretient un corps à une température constante. On pourra donc écrire :

$$dQ = A\varphi(t)\left(\frac{dp}{dt}\right) dv,$$

ou en remplaçant la fonction $\varphi(t)$ par la valeur déduite de la théorie des gaz permanents (équation 20) :

$$\varphi(t) = a + t$$

$$dQ = A(a + t)\left(\frac{dp}{dt}\right) dv. \tag{39}$$

Dans cette équation, dQ représente l'élément de chaleur nécessaire pour procurer l'accroissement de volume dv ; par conséquent, si l'on considère un kilogramme de la substance depuis le moment où elle est à l'état liquide à t, jusqu'au moment où elle s'est transformée en vapeur saturée à t, $\int dQ$ représentera la chaleur totale fournie par la source dans cette transformation, c'est-à-dire la chaleur de vaporisation r, $\left(\frac{dp}{dt}\right)$ représente la dérivée partielle de la pression par rapport à la température t, ou en d'autres termes l'accroissement que prendrait la pression si la température augmentait de 1 degré.

Or nous connaissons la fonction qui relie la pression à la température, dans la formation d'une vapeur saturée, et nous avons

montré comment on peut calculer $\left(\frac{dp}{dt}\right)$. C'est donc une fonction connue qui sera donnée par les tables de M. Regnault ou par la formule empirique qui les résume (équation 37). Enfin dv représente l'accroisement du volume correspondant à la chaleur consommée dQ. Par conséquent, la somme des dv ne sera autre chose que

$$v - w,$$

v représentant le volume de 1 kilogramme de vapeur saturée à t, et w représentant le volume de 1 kilogramme de liquide à la même température t.

L'intégration de l'équation (1) donne par conséquent :

$$r = A(a+t)\left(\frac{dp}{dt}\right)(v - w). \tag{40}$$

29. **Trois équations relatives aux vapeurs.** — Les deux équations (38) et (40) sont applicables aux vapeurs et suffiront à étudier les différentes questions qui peuvent se présenter. Nous les transcrivons ici :

$$r = U + Ap(v - w) \tag{38}$$

$$r = A(a+t)\left(\frac{dp}{dt}\right)(v - w). \tag{40}$$

Nous représenterons par u l'excès de volume $(v - w)$ de la vapeur sur le liquide à $t°$. Ici w est une quantité relativement très-petite et à peu près constante, car le coefficient de dilatation des liquides est très-petit. Ainsi, pour l'eau $w = 0{,}001$, volume en mètres cubes de 1 kilogramme.

U représente l'excès de la chaleur interne de la vapeur à $t°$ sur le liquide à $t°$.

Si l'on veut avoir l'excès de la chaleur interne Q de la vapeur à $t°$ sur l'eau à 0°, il faut ajouter à U la chaleur nécessaire pour porter l'eau de 0 à $t°$, chaleur que nous avons désignée par L et qui est donnée par les formules empiriques de M. Regnault.

D'après cette nouvelle notation, on peut donc écrire :

$$U = r - Apu \tag{I}$$

$$Q = r + L - Apu \tag{J}$$

$$r = A(a+t)\left(\frac{dp}{dt}\right)u. \tag{K}$$

Les valeurs des trois quantités L, r, Apu sont données, pour la vapeur d'eau, dans le tableau de Zeuner dont nous avons déjà parlé.

30. **Calcul des densités des vapeurs. — Vérification du deuxième principe fondamental.** — La physique ne nous fournit que peu de données sur les densités des vapeurs, à cause des difficultés de leur détermination. L'équation (K), où tout est connu, nous permet de calculer les valeurs de u, et par suite de connaître le volume occupé par un kilogramme de vapeur saturée à chaque température. La fraction inverse $\frac{1}{v}$ nous donnera ensuite le poids spécifique de la vapeur à cette même température.

Ce calcul appliqué à la vapeur d'eau à 100° se fera de la manière suivante :

$$r = 637$$
$$a + t = 373$$
$$\frac{dp}{dt} = 27,142.$$

On en déduit :

$$u = v - w = 1^{m3},581$$

d'où

$$v = 1^{m3},582$$

et

$$\frac{1}{v} = 0^{k},63.$$

Le nombre fourni par les expériences de Dumas et Gay-Lussac est 0 kilog. 622, et celui qui résulte de la composition atomique de la vapeur d'eau est le même.

Les densités de vapeur calculées par la formule (K) concordent donc avec celles fournies par l'expérience.

C'est là une confirmation très-importante de l'exactitude du deuxième principe dont la formule (K), n'est que la traduction mathématique.

31. **Données relatives à la vapeur d'eau. — Tableau de Zeuner ou table A.** — Zeuner a réuni dans un tableau toutes les données relatives à la vapeur d'eau saturée de 0 à 14 atmosphères. Nous le reproduisons avec quelques utiles modifications,

La table A, contient :

Les pressions de dixième en dixième d'atmosphère ;

Les températures ;

La chaleur externe ou chaleur employée en travail externe dans la formation des vapeurs, Apu;

La chaleur de vaporisation r;

La chaleur spécifique par rapport à 0° ou excès de la chaleur interne d'un kilogramme d'eau à t sur un kilog. d'eau à 0°, L;

Le volume $u = v - w$;

Le poids spécifique $\frac{1}{v}$.

Zeuner a calculé les quantités U et Q par les formules empiriques suivantes, qui sont à très-peu près exactes :

$$U = 575,03 - 0,7882t$$
$$Q = 573,34 + 0,2342t.$$

Il a également démontré que le terme Apu pouvait se représenter approximativement par la formule empirique,

$$Apu = 30,456 \operatorname{lognep} \frac{a+t}{100},$$

formule qui est souvent employée dans les calculs.

Ce tableau est certainement le plus exact que l'on possède sur les différentes quantités qui entrent dans les calculs relatifs à la vapeur d'eau, et notamment sur les poids spécifiques.

32. **Ce qu'on nomme vapeur humide.** — La vapeur qui se produit dans nos machines à vapeur est rarement sèche, c'est-à-dire qu'à la faveur des mouvements tumultueux causés par l'ébullition, la vapeur entraîne toujours une certaine quantité d'eau à l'état *globulaire* ou *vésiculaire*. L'expérience a démontré que la proportion d'eau entraînée pouvait s'élever à 30 et 40 pour 100 du poids de la vapeur. Jusque dans ces derniers temps, on avait considéré ce phénomène comme un phénomène parasite, accessoire de l'ébullition ; mais la théorie nouvelle et l'expérience ont fait voir que la présence de cette eau non vaporisée, mais ayant cependant la ténuité d'une vapeur, exerçait une influence capitale sur les phénomènes qui s'accomplissent dans nos machines à vapeur ; c'est ce que les considérations suivantes démontreront amplement.

33. **Expression de la chaleur interne d'une vapeur humide.** — Ainsi que nous venons de le dire, nous appelons ici vapeur humide une vapeur qui est mélangée avec une partie de son liquide et qui est par conséquent saturée.

Soit x le poids de vapeur par kilogramme de mélange,

$(1 - x)$ le poids du liquide.

D'après l'équation J, l'excès de chaleur interne de la vapeur à t°, par rapport à l'eau à 0° de la quantité de vapeur x, sera :

$$(r + \mathrm{L} - \mathrm{A}pu)x.$$

L'excès de chaleur interne du liquide à t° par rapport au liquide à 0° sera :

$$\mathrm{L}(1 - x).$$

La quantité de chaleur interne du mélange ou en d'autres termes, de ce que nous nommons la vapeur humide, sera la somme de ces deux quantités :

$$\mathrm{X} = \mathrm{L}(1 - x) + (r + \mathrm{L} - \mathrm{A}pu)x,$$

soit après réductions :

$$\mathrm{X} = \mathrm{L} + (r - \mathrm{A}pu)x = \int_0^t l dt + (r - \mathrm{A}pu)x. \qquad (41)$$

Telle est l'expression de la chaleur interne d'une vapeur humide par rapport à 0°.

34. **Chaleur absorbée pendant la détente d'une vapeur humide.** — Si l'on suppose que la capacité du vase qui renferme la vapeur humide et qui est en contact avec une source de chaleur, augmente d'une quantité infiniment petite en produisant un travail extérieur, la température, la pression et la chaleur interne du mélange varieront aussi de quantités infiniment petites : on aura l'accroissement de la chaleur interne en différentiant l'équation (41) :

$$d\mathrm{X} = l dt + d.(rx) - \mathrm{A}pd.(ux) - \mathrm{A}ux.dp. \qquad (42)$$

Or, d'après l'équation (K), on a :

$$\mathrm{A}udp = \frac{rdt}{a + t}.$$

Portant cette valeur dans l'équation (42), elle devient :

$$dX + Ap.d.(ux) = ldt + d(rx) - \frac{(rx)dt}{a+t},$$

$pd\,(ux)$ représente évidemment le travail effectué par la vapeur dans l'accroissement de volume (ux) du mélange, par conséquent :

$$dX + Apd.(ux)$$

représente l'accroissement de la chaleur interne augmenté de la chaleur absorbée par le travail mécanique externe ; c'est donc la chaleur totale fournie par la source dans le changement élémentaire que nous avons supposé. Si donc on désigne par Y la quantité de chaleur totale qui a été fournie par la source, dY sera l'accroissement de cette chaleur et l'on aura :

$$dY = ldt + d(rx) - \frac{(rx)dt}{a+t}. \qquad (42)$$

Telle est l'expression de la chaleur qui doit être fournie pendant la *détente* d'une vapeur humide, tant qu'il reste du liquide dans le mélange et que par suite cette vapeur reste saturée.

35. **Condensations qui ont lieu pendant la détente de la vapeur d'eau.** — Il a été généralement admis pendant longtemps que la détente de la vapeur d'eau avait pour effet de vaporiser les parcelles de liquide entraînées par la vapeur. La théorie mécanique de la chaleur démontre que le résultat de la détente est précisément contraire. Dans les cas ordinaires, la détente de la vapeur d'eau donne lieu à la condensation d'une partie de la vapeur, et sa compression produit la vaporisation d'une partie du liquide qui entre dans le mélange.

Ce fait découvert théoriquement, dès 1856, par Clausius, a d'ailleurs été complétement démontré par les expériences de Hirn.

L'équation (42) permet de se rendre aisément compte de ces faits remarquables.

Si l'on suppose que la vapeur humide soit enfermée dans une enveloppe imperméable à la chaleur par exemple dans un cylindre de machine, il faut faire dY$=0$ dans cette équation. Elle devient :

$$ldt + d(rx) - \frac{rx.dt}{a+t} = 0. \qquad (43)$$

En la divisant par $(a + t)$, cette équation est intégrale, et l'on a, en intégrant entre t_0 et t :

$$\int_{t_0}^{t} \frac{ldt}{a+t} + \frac{rx}{a+t} - \frac{r_0 x_0}{a+t_0} = 0. \qquad (44)$$

Posons $x = x_0(1 + z)$, x_0 étant la proportion de vapeur avant la détente et z étant une petite fraction, et remarquons que :

$$\int_{t_0}^{t} = \int_{0}^{t} - \int_{0}^{t_0}.$$

L'équation (8) pourra s'écrire :

$$z\frac{x_0 r}{a+t} = \frac{x_0 r_0}{a+t_0} + \int_0^{t_0} \frac{ldt}{a+t} - \left(\frac{x_0 r}{a+t} + \int_0^t \frac{ldt}{a+t}\right). \qquad (45)$$

D'après cette équation, il est aisé de voir que le signe de z dépend du signe du second membre, c'est-à-dire du sens dans lequel croît ou décroît la fonction

$$\frac{x_0 r}{a+t} + \int_0^t \frac{ldt}{a+t};$$

plus exactement z aura un signe contraire à la dérivée de cette fonction. Cette dérivée est :

$$\frac{x_0}{a+t}\left(\frac{dr}{dt}\right) - \frac{x_0 r}{(a+t)^2} + \frac{l}{a+t},$$

ou

$$\frac{1}{(a+t)^2}\left\{(a+t)\left[\frac{dr}{dt}x_0 + l\right] - rx_0\right\}.$$

Le signe de z sera donc contraire à celui de la quantité entre parenthèses. Appelons-la δ ; on aura :

$$\left.\begin{array}{c}\delta = (a+t)\left(\frac{dr}{dt}x_0 + l\right) - rx_0 \\ z = \text{signe contraire à } \delta.\end{array}\right\} \qquad (46)$$

Vapeur sèche. — Supposons d'abord la vapeur sèche et par suite $x_0 = 1$. Si l'on se reporte aux formules 34 et 34 *bis*, on se rappellera que

$$\lambda = r + L \quad \text{et} \quad L = \int_0^t ldt,$$

d'où l'on tire :

$$\frac{dr}{dt}+l=\frac{d\lambda}{dt}$$

$$r=\lambda-\mathrm{L},$$

δ peut donc s'écrire en y introduisant la condition $x_0=1$:

$$\delta=(a+t)\frac{d\lambda}{dt}-\lambda+\mathrm{L}.. \qquad (47)$$

z sera positif quand δ sera négatif ;

z sera négatif quand δ sera positif.

Dans le premier cas, la proportion de vapeur aura une tendance à *augmenter* avec la température, c'est-à-dire qu'elle *augmentera* par la *compression* et *diminuera* par la *détente*.

Dans le second cas, la proportion de vapeur aura une tendance à *diminuer* quand la température augmentera, c'est-à-dire qu'elle *diminuera* par la *compression* et *augmentera* par la *détente*.

On peut dire encore :

1° Pour les liquides qui donnent δ négatif, la détente d'une vapeur *saturée et sèche* produit une condensation partielle.

2° Pour les liquides qui donnent δ positif, la compression d'une vapeur *saturée et sèche* produit une condensation partielle.

Pour la *vapeur d'eau*, on a, d'après les formules de M. Regnault :

$$\lambda=606,5+0,305t$$

$$\frac{d\lambda}{dt}=0,305$$

$$\mathrm{L}=t-0,00002t^2-0,0000003t^3,$$

et par suite :

$$\delta=-523,23+t+0,00002t^2.$$

Cette valeur est négative dans la limite des expériences. Par conséquent, l'eau fait partie des liquides de la première espèce :

Pour l'*éther sulfurique* :

$$\lambda=94+0,4500t-0,00055556t^2$$

$$\frac{d\lambda}{dt}=0,4500-0,00111112t$$

$$\mathrm{L}=0,5290t+0,0002958t^2$$

d'où :

$$\delta=28,85+0,22597t-0,0002591t^2.$$

Cette valeur est positive dans les limites d'application des for-

mules. Par conséquent, l'éther est un liquide de la seconde espèce.

La plupart des autres liquides sur lesquels les expériences de M. Regnault nous donnent des formules, appartiennent à la première espèce.

Ainsi que nous l'avons dit, M. Hirn, en *détendant* de la vapeur d'eau et en *comprimant* de la vapeur d'éther dans un cylindre de cristal, a parfaitement réalisé le nuage de condensation dans ces deux cas différents, et vérifié par conséquent les indications de la théorie de la chaleur.

Vapeur humide. — Reprenons l'équation (44) :

$$\int_{t_0}^{t} \frac{l dt}{a+t} + \frac{rx}{a+t} - \frac{r_0 x_0}{a+t_0} = 0. \tag{44}$$

Considérons la capacité calorifique de l'eau comme constante et égale à sa valeur moyenne entre t_0 et t, ce qui est d'une exactitude très-suffisante dans les limites pratiques, par suite de cette hypothèse :

$$\int_{t_0}^{t} \frac{l dt}{a+t} = l \operatorname{lognep}\left(\frac{a+t}{a+t_0}\right).$$

On peut alors tirer la valeur de x de l'équation (44) :

$$x = \frac{r_0 x_0}{a+t_0}\frac{a+t}{r} + \frac{(a+t)}{r} l \operatorname{lognep}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right),$$

ou

$$x = \frac{a+t}{r}\left\{\frac{r_0 x_0}{a+t_0} + l \operatorname{lognep}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right)\right\}. \tag{45}$$

Pour nous rendre compte de la manière dont variera la proportion de vapeur pendant la détente, c'est-à-dire quand x décroîtra, il faut étudier les variations du second membre de l'équation (45).

Pour la vapeur d'eau, on a :

$$r = 606{,}5 - 0{,}695t.$$

Nous poserons en conséquence :

$$r = M - Nt. \tag{46}$$

Par suite,

$$r_0 = M_0 - Nt_0,$$

et

$$\frac{dr}{dt} = -N.$$

En outre, nous supposerons la capacité calorifique de l'eau égale à 1, nous ferons donc $l = 1$.

Si maintenant nous prenons la dérivée de x dans l'équation (45), nous aurons :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{M + Na}{(M - Nt)^2}\left(\frac{r_0 x_0}{a + t_0} + \log\text{nep}\frac{a + t_0}{a + t}\right) - \frac{1}{(M - Nt)},$$

ou après réductions et en remplaçant $(M - Nt)$ par r, $(M - Nt_0)$ par r_0, et $\log\text{nep}\left(\frac{a + t_0}{a + t}\right)$ par sa valeur approchée $\left(\frac{t_0 - t}{a + t_0}\right)$,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{r_0}{a + t_0}\,\frac{(M + aN)x_0 - (a + t)}{r^2}. \tag{47}$$

Faisons dans l'équation (47),

$$M = 606{,}5, \quad N = 0{,}695, \quad a = 273,$$

elle donnera :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{r_0}{r^2(a + t_0)}[796x_0 - (273 + t)]. \tag{48}$$

Cette équation va nous fournir des résultats très-importants pour la théorie des machines à vapeur.

x_0 étant toujours compris entre 0 et 1, et la température variant dans ces machines de 190°, température maxima des chaudières, à 30°, température minima des condenseurs, on voit d'abord que, à mesure que la vapeur se détend, c'est-à-dire que t diminue, x diminue quand la parenthèse de l'équation (48) est positive et augmente quand elle est négative.

A l'origine de la détente, la vapeur est toujours presque sèche; par conséquent, x_0 est voisin de 1, $(273 + t)$ ne dépasse guère 400°, par conséquent, la parenthèse est positive et x diminue. La vapeur se condense partiellement.

A mesure que la vapeur se détend, t diminue et la parenthèse de l'équation (48) augmente. Elle restera toujours positive.

Par conséquent, *une détente qui donne lieu à une condensation à l'origine, donnera lieu à une condensation croissante à mesure qu'elle se prolongera.*

Mais il peut arriver qu'à l'origine la valeur de x_0 soit telle que la parenthèse de l'équation (48) soit négative, alors les choses se passeront tout autrement.

Si la parenthèse est négative, c'est que :

$$x_0 < \frac{273 + t_0}{796}.$$

Dans ce cas, la détente se prolongeant, t diminuera, la parenthèse augmentera, elle finira par être égale à 0 et elle redeviendra positive pour croître indéfiniment. Il s'ensuit que la détente aura produit à l'origine l'évaporation d'une portion de l'eau qui entre dans le mélange. A un moment donné, lorsque la température sera descendue à la limite qui annule la parenthèse et donnée par la formule :

$$t = 796x_0 - 273, \tag{49}$$

une détente infiniment petite ne donnera lieu ni à évaporation, ni à condensation ; mais si la détente se prolonge, la vapeur se condensera constamment et de plus en plus à mesure que la détente se prolongera.

Les proportions limites du mélange qui intervertissent le phénomène de la condensation pendant la détente sont intéressantes à connaître, en voici le tableau calculé par la formule $x_0 = \frac{273 + t_0}{796}$.

TEMPÉRATURES t_0.	Proportions limites d'eau et de vapeur dont le mélange ne donne lieu par la détente ni à condensation, ni à évaporation : $x_0 = \frac{273 + t_0}{796}$	
	VAPEUR x_0.	EAU $1 - x_0$.
0	0,343	0,657
25	0,375	0,625
50	0,407	0,593
75	0,439	0,561
100	0,472	0,528
125	0,506	0,494
150	0,539	0,461
175	0,572	0,427
200	0,604	0,396

Ainsi donc deux cas à considérer :

1° Lorsque la proportion d'eau liquide contenue dans un kilogramme de mélange d'eau et de vapeur dépasse celle indiquée dans le tableau précédent, eu égard à la température, la *détente* donne lieu à une *évaporation*. Cette évaporation va en diminuant à mesure que la détente se prolonge, et si cette dernière est poussée assez loin, elle finit toujours par amener une *condensation*.

2° Lorsque la proportion d'eau liquide contenue dans le mélange à l'origine de la détente est inférieure à celle indiquée dans le tableau précédent, la détente, aussi loin qu'on la prolonge, donne toujours lieu à une *condensation*.

Habituellement, dans la pratique les quantités d'eau entraînées par la vapeur n'atteignent pas 30 pour 100, c'est donc la deuxième hypothèse qui se réalise, et la détente produit toujours une condensation. Nous reviendrons sur ce point, mais nous pouvons poser la conclusion suivante, qui résulte dès à présent de cette analyse importante : *Dans le cylindre de nos machines sans surchauffe, la vapeur est toujours en présence d'un excès d'eau et par conséquent elle est toujours saturée.*

56. **Courbes et tables numériques pour le calcul des quantités d'eau condensées par la détente.** — L'évaluation des quantités d'eau contenues dans une vapeur humide constitue la base de tous les calculs relatifs aux machines à vapeur.

Nous avons construit un tableau graphique qui permet d'apprécier d'un seul coup d'œil les effets de la détente ou de la compression sur une vapeur humide d'une composition donnée et à une température déterminée.

Reportons-nous à l'équation (44), on peut la mettre sous la forme

$$\frac{rx}{a+t}+\int_0^t \frac{ldt}{a+t}=\frac{r_0x_0}{a+t_0}+\int_0^{t_0}\frac{ldt}{a+t}.$$

Cette équation démontre que la quantité :

$$\varepsilon=\frac{rx}{a+t}+\int_0^t\frac{ldt}{a+t}, \tag{50}$$

est constante pour un mélange donné.

Sur une ligne horizontale AB (fig. 8), comptons les températures de 10° en 10°, depuis 190° jusqu'à 40°.

Sur une ligne verticale OA, comptons les proportions de vapeur sèche contenue dans un kilogramme de vapeur humide, 1,00, 0,95, 0,90, etc.. 0.

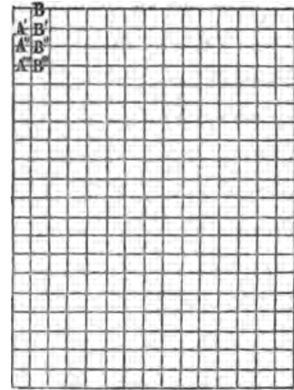


Fig. 8.

Dans l'équation (50), faisons $t=190°$ et calculons les deux termes :

$$\frac{r}{a+t} \quad \text{et} \quad \int_0^t \frac{l dt}{a+t} \text{(*)},$$

désignons-les par m et n, on aura :

$$\varepsilon = mx + n.$$

Connaissant m et n, il nous sera facile de calculer ε pour

$$x=0, \quad 0{,}05, \quad 0{,}10, \quad 0{,}15, \quad 0{,}20, \ldots \quad 1{,}00,$$

c'est-à-dire de 5 centièmes en 5 centièmes. Nous pourrons donc inscrire les valeurs de ε sur chaque point A, A', A'', A'''... du tableau graphique.

De même, en faisant $t = 180°$ dans la valeur de ε, nous pourrons avoir les nouvelles valeurs de m et n, et calculer ε pour chacun des points B, B', B'', B'''...... de la deuxième colonne verticale.

En continuant de la même manière, on finira par avoir un quadrillage où chaque point de croisement portera une valeur de ε.

Les *lignes de détente* seront celles qui passent par les points où les valeurs de ε sont les mêmes. L'interpolation permettra de les tracer. Par exemple :

$$\text{pour} \quad t = 190°, \quad x = 1, \quad \varepsilon = 7{,}48856.$$

On retrouve cette même valeur de ε, pour

$$t = 180° \quad x = 0{,}986$$
$$t = 170° \quad x = 0{,}972$$
$$\vdots$$
$$t = 40° \quad x = 0{,}770$$

(*) L'intégrale exacte $\int_0^t \frac{l dt}{a+t}$ est :

$$\int_0^t \frac{l dt}{a+t} = 1{,}05016 \operatorname{lognep}(273+t) - 0{,}0002057t + 0{,}00000045t^2.$$

ce qui veut dire que si l'on prend une vapeur sèche à 190°, cette vapeur, en se détendant, abaissera sa température à 180°, 170°, 160°, etc., et qu'alors la proportion de vapeur sèche s'abaissera successivement à 0,986, 0,972, etc.

Réciproquement, si l'on prend une vapeur humide à 40°, contenant 0,770 de vapeur sèche, il sera possible par la *compression* de porter la température de cette vapeur à 50°, 60°...... 180°, 190°, alors l'eau contenue dans la vapeur se vaporisera, de sorte qu'il n'y en aura plus dans le mélange, quand sa température se sera élevée à 190° par le fait de la compression.

Le tracé des courbes est très-régulier, il fait ressortir les conséquences suivantes :

1° La vapeur sèche ou presque sèche se condense à peu près uniformément à mesure que la température baisse, c'est-à-dire que toutes les courbes tracées au-dessus de l'horizontale $x=0,70$ convergent très-sensiblement vers un même point situé sur la ligne $x = 0,50$ et à 147 degrés au-dessous de la température zéro (fig. 9). Par conséquent, dans les limites qui conviennent à toutes nos machines à vapeur où la température ne s'élève pas au-dessus de 170° et ne s'abaisse pas au-dessous de 50°, et où la proportion d'eau entraînée ne dépasse pas 30 pour 100, on peut considérer la ligne de détente comme une ligne droite.

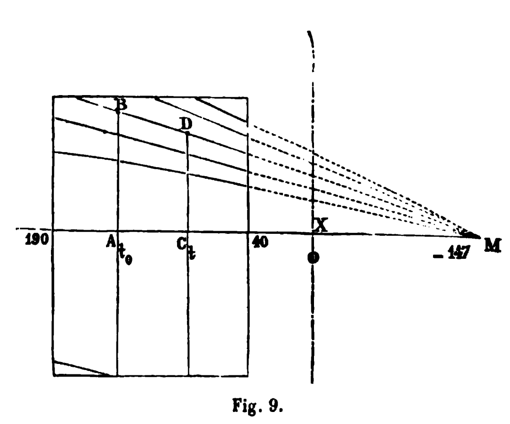


Fig. 9.

On a par conséquent la proportion :

$$\frac{AB}{CD}=\frac{AM}{CM},$$

d'où

$$\frac{x_0-0,50}{x-0,50}=\frac{t_0+147}{t+147}.$$

et enfin,

$$x = 0,50 + \frac{(x_0 - 0,50)}{(147 + t_0)}(147 + t). \tag{51}$$

Cette formule est d'une exactitude très-suffisante pour la pratique. Elle a l'avantage d'être du premier degré en t.

2° Le tracé des courbes démontre que la détente de la vapeur donne lieu dans nos machines à grande détente à des condensations qui s'élèvent à plus de 15 pour 100 du poids total de vapeur.

Plus la vapeur est sèche à l'origine, plus la condensation est importante pendant la détente.

Dans les machines à faible détente, la condensation est relativement moins forte. Elle est d'autant moins forte que la vapeur de la chaudière est plus humide.

Dans les locomotives qui utilisent de la vapeur à 30 pour 100 d'eau et qui la prennent à 150° pour la laisser échapper à 110°, la condensation pendant la détente ne dépasse pas 3 pour 100.

3° Tant que la vapeur ne contient pas 40 pour 100 d'eau, la détente dans les limites de la table (de 190° à 140°) donne toujours lieu à une condensation, et réciproquement, la compression à une évaporation.

Mais au-dessus de 40 pour 100 d'eau, les courbes présentent une tangente horizontale, ce qui veut dire qu'il y a une température *d'équilibre* pour chaque mélange, température pour laquelle un changement de volume, soit par détente, soit par compression, ne donne lieu ni à condensation, ni à évaporation. Ces températures se détermineront en faisant :

$$\frac{dx}{dt} = 0,$$

dans l'équation des courbes,

$$\varepsilon = \frac{rx}{a+t} + \int_0^t \frac{ldt}{a+t} = \text{const}.$$

Différentiant cette équation, il vient :

$$\frac{dr}{dt}\frac{x}{a+t} + \frac{dx}{dt}\frac{r}{a+t} - \frac{rx}{(a+t)^2} + \frac{l}{a+t} = 0,$$

faisant $\frac{dx}{dt}=0$, on aura

$$x=\frac{l(a+t)}{r-(a+t)\frac{dr}{dt}},$$

faisant enfin :

$$l=1,$$

et

$$r=606,5-0,695t,$$

on obtiendra pour la valeur de x ·

$$x=\frac{273+t}{796}.$$

C'est la valeur donnée par l'équation (49).

La ligne pointillée indique les *points d'équilibre* des mélanges.

Ils sont compris entre les lignes horizontales $x = 0,60$ et $x = 0,39$.

Au-dessous de cette dernière ligne, c'est-à-dire quand la proportion d'eau dépasse 61 pour 100, les courbes sont toutes ascendantes, c'est-à-dire qu'une détente donne toujours lieu à une évaporation et une compression à une condensation.

Ces diverses conséquences sont très-importantes pour la théorie des machines à vapeur. Elles renversent complétement les théories admises jusqu'à présent et d'après lesquelles la température de la vapeur restait constante pendant la détente. On admettait aussi que la détente donne lieu à une évaporation de l'eau entraînée, et que la vapeur suivait la loi de Mariotte. Toutes ces règles, enseignées presque partout, doivent être maintenant abandonnées comme étant en contradiction avec la théorie de la chaleur et avec les expériences de M. Hirn qui l'ont pleinement confirmée.

Les courbes de détente que nous avons tracées précisent d'une manière complète le phénomène de la détente de la vapeur d'eau dans une enveloppe imperméable à la chaleur; elles permettront de calculer approximativement la température et, par suite, la pression d'une vapeur détendue dont on connaît le volume, la propor-

tion d'eau et la température initiale, en même temps que le volume final ; c'est le problème ordinaire de la détente dans les machines à vapeur. Nous avons joint au tableau graphique des tables dressées au moyen de ce tableau et qui faciliteront beaucoup les calculs dans chaque cas particulier.

37. **Tables de détente.** — Les tables B comprennent quinze tableaux relatifs à des températures initiales de 190°, 180°, 170°, 160°, etc., jusqu'à 40°. L'usage de ces tables ne nécessite aucune explication particulière, nous allons seulement en donner un exemple. On veut savoir quelle est la proportion de vapeur sèche contenue dans une vapeur humide qui contenait 5 pour 100 d'eau quand sa température était de 170°, et dont la pression est descendue à 1 atmosphère?

Puisque la pression de la vapeur est descendue à 1 atmosphère, la température est de 100 degrés. On cherchera dans le tableau à température initiale 170° dans la colonne $x = 0,95$. En face de la température 100°, on trouvera $x_0 = 0,850$. La vapeur contient donc 0,15 ou 15 pour 100 d'eau. Telle est la réponse à la question posée.

La table numérique B renferme en regard de chaque valeur de x, un nombre appelé δ. C'est le degré de détente, c'est-à-dire le rapport entre le volume final de la vapeur et son volume initial. Ce rapport est d'une grande importance pratique, et il est ordinairement donné dans les questions de machines à vapeur. Dans l'exemple que nous avons choisi tout à l'heure, on trouve $\delta = 6,21$. Cela veut dire que la vapeur à 5 pour 100 d'eau à 170°, une fois détendue à 100°, contient 15 pour 100 d'eau, et occupe un volume 6,21 fois plus grand que son volume initial.

Détendue à 40°, elle occuperait un volume 71,40 fois plus grand que son volume primitif ainsi que l'indique la valeur de δ placée en face de la température 40°.

Quant au nombre δ, il est clair que sa valeur n'est autre chose que celle du rapport $\frac{ux}{u_0 x_0}$ u et u_0 représentant à 0,001 près les volumes spécifiques de la vapeur aux températures finale et initiale. Ce sont des données de la physique ou du tableau A de Zeuner.

38. **Évaluation du travail extérieur produit pendant la détente de la vapeur humide dans une enveloppe imperméable à la chaleur.** — Pour évaluer le travail de la vapeur, il suffit de retrancher la chaleur interne finale de la chaleur interne initiale; il est clair que la différence a disparu pendant la détente et a été transformée en travail mécanique, puisque par hypothèse, l'enveloppe ne reçoit ni n'émet de chaleur. L'équation (41)

$$X = L + (r - Apu)x,$$

nous donne la chaleur interne au-dessus de 0° d'un mélange qui contient la proportion x par kilogramme de vapeur.

Nous pourrons donc représenter le travail mécanique extérieur produit par

$$\begin{aligned} \mathfrak{T} &= 424(X_0 - X) \\ &= 424\{L_0 - L + (r_0 - Ap_0u_0)x_0 - (r - Apu)x\}. \end{aligned} \qquad (52)$$

Cette quantité est facile à calculer, car $L_0 - L$ n'est autre chose que la chaleur spécifique de l'eau entre t_0 et t.

Les tables de Zeuner, reproduites dans ce volume sous le titre table A, la donnent comme la différence de deux nombres de la colonne 5.

$(r - Apu)$ est donné par cette même table, colonne 6 — colonne 7, pour chaque température.

x_0 est donné, et quant à x sa valeur résulte soit de la formule (45), soit des courbes, soit de la table B dont nous avons déjà indiqué le mécanisme.

Ici se termine la partie purement théorique et pour ainsi dire préparatoire de cet ouvrage; nous allons maintenant appliquer aux machines industrielles les notions qui viennent d'être exposées.

CHAPITRE IV

DES MACHINES THERMIQUES EN GÉNÉRAL

39. **Tout travail mécanique vient de la chaleur.** — Si l'on considère les machines motrices utilisées par l'industrie, on reconnaîtra aisément que toutes ces machines tirent leur puissance de la chaleur. Dans chacune d'elles, un corps combustible est consommé ou plutôt transformé par la combustion, la chaleur qui en résulte est employée à dilater un corps intermédiaire, gaz ou vapeur, mis ensuite en contact avec une source de chaleur qui refroidit le corps intermédiaire en le ramenant à son état initial.

Les moteurs animés ne font pas exception à cette loi générale et M. Hirn a parfaitement démontré que malgré les apparences contraires, un homme qui gravit une pente consomme de la chaleur, tandis qu'il produit de la chaleur en descendant la pente.

Les moteurs hydrauliques ont pour cause première l'évaporation de l'eau des mers par la chaleur du soleil. Les eaux ainsi évaporées, se condensent sur les sommets des continents et en coulant vers la mer sur des pentes plus ou moins rapides elles restituent une partie du travail mécanique équivalent à la chaleur qui les avait évaporées.

Les vents qui règnent à la surface de la terre et qui sont employés comme moteurs sur mer pour mouvoir les navires, sur terre pour actionner les moulins, sont le résultat des différences de température des zones terrestres. Ici encore la chaleur est la cause du travail mécanique.

Il est permis de croire que cette corrélation de la chaleur et du travail mécanique est une loi absolument générale, et que les forces

naturelles telles que la pesanteur, l'électricité et la lumière, qui semblent distinctes de la chaleur, n'en sont en réalité que des manifestations différentes.

Toutes nos machines motrices ont donc pour cause première la chaleur. Mais on appelle plus spécialement machine thermique, toute machine ayant pour but la transformation directe de la chaleur en travail mécanique. Une pareille machine est d'autant plus parfaite qu'elle transforme une plus grande partie de la chaleur fournie par la source. Toutefois cette utilisation a une limite maxima qu'on ne peut dépasser par aucun moyen. C'est ici le lieu de démontrer cette proposition importante.

40. **Rendement théorique maximum d'une machine thermique.** — Considérons un corps qui est mis successivement en rapport avec deux sources de chaleur, l'une à une température supérieure T, l'autre à une température inférieure t, la température du corps étant toujours égale à celle de la source avec laquelle il est en contact. Les conditions sont celles qui nous ont servi à énoncer le deuxième principe fondamental (page 11).

Dans l'évolution complète du corps une quantité de chaleur Q est prise à la source supérieure et une quantité de chaleur Q′ est restituée à la source inférieure ou récepteur. Il y a par conséquent disparition d'une quantité de chaleur (Q — Q′) et création d'un travail mécanique $\left(\frac{Q-Q'}{A}\right)$; $\left(A=\frac{1}{424}\right)$.

On appelle *rendement calorifique*, le rapport de la chaleur transformée en travail mécanique, à la chaleur totale fournie par la source.

Ici le rendement calorifique a pour expression :

$$\frac{Q-Q'}{Q}.$$

Nous allons en chercher la valeur.

Nous avons établi page 13, qu'en désignant par F (t), une fonction de la température, qui dépend de la nature du corps intermédiaire, on pouvait poser :

$$Q=F(T)$$
$$Q'=F(t).$$

La fonction F (t) est d'ailleurs déterminée par l'équation (11 *bis*)

$$\frac{F(t)}{F'(t)} = \varphi(t),$$

et nous savons maintenant que la fonction $\varphi(t)$ qui est la même pour tous les corps, a pour valeur $(a + t)$ (équation 20).

Dès lors :

$$\frac{F(t)}{F'(t)} = a + t,$$

d'où l'on tire :

$$\frac{F'(t)}{F(t)} = \frac{1}{a+t},$$

multipliant par dt et intégrant il vient :

$$\log F(t) = \log \frac{a+t}{c},$$

c étant une quantité indépendante de t, ou en supprimant les logarithmes

$$F(t) = \frac{a+t}{c}. \qquad (58)$$

Le rendement calorifique a donc pour valeur :

$$\rho = \frac{Q - Q'}{Q} = \frac{F(T) - F(t)}{F(T)} = \frac{\frac{a+T}{c} - \frac{a+t}{c}}{\frac{a+T}{c}},$$

et après réductions :

$$\rho = \frac{T - t}{a + T}. \qquad (59)$$

Ce rendement est proportionnel à l'écart des températures et en raison inverse de la température absolue $(a + T)$.

Rappelons d'ailleurs que le nombre a est égal à 273°. Le rendement sera donc d'autant plus grand pour une même *chute de chaleur*, suivant l'expression en usage dans l'ancienne théorie, que la température T sera plus basse.

La valeur du rendement donnée par la formule (59) est bien le maximum qu'il soit possible d'obtenir entre deux sources de chaleur à des températures données T et t. En effet, supposons que

pendant son contact avec chaque source les températures T′ et t' du corps soient différentes de celles de chaque source. Pour qu'il y ait écoulement de chaleur de la source supérieure vers le corps, il faudrait nécessairement qu'on eût :

$$T' < T.$$

Et pour qu'il y ait écoulement de chaleur du corps vers la source inférieure, il faudrait nécessairement qu'on eût :

$$t' > t.$$

Or le corps pourrait être considéré dans l'hypothèse où nous nous plaçons comme en contact avec des sources de chaleur aux températures respectives T′ et t', par conséquent le rendement calorifique d'une évolution complète serait :

$$\rho' = \frac{T' - t'}{a + T'}.$$

Posons :

$$T' = T - \varepsilon, \qquad t' = t + \eta,$$

ρ' deviendra :

$$\rho' = \frac{T - t - \varepsilon - \eta}{a + T - \varepsilon},$$

quantité toujours plus petite que

$$\rho = \frac{T - t}{a + T},$$

comme il est facile de le vérifier.

On peut donc énoncer le théorème suivant :

Le rendement maximum qu'il soit possible d'obtenir au moyen d'une machine thermique entre deux sources de température constante T et t est égal à la fraction $\frac{T - t}{a + T}$, *c'est-à-dire au quotient de la chute de chaleur par la température absolue.*

Nous verrons que toutes les machines industrielles rentrent dans l'énoncé que nous venons de donner, et que par conséquent, on peut calculer pour chacune d'elles le rendement théorique maximum.

On démontre dans la mécanique rationnelle que le *travail utile*,

est toujours plus petit que le *travail moteur*, et que dans une machine parfaite, il lui serait égal. Le théorème que nous venons d'énoncer offre une certaine analogie avec le *théorème du travail*. La chaleur utilisée par la transformation en travail mécanique est toujours plus petite que la fraction $\frac{T-t}{a+T}$ de la chaleur fournie par la source; dans une machine parfaite, elle serait égale à cette fraction.

Le rendement d'une machine est d'autant plus grand : 1° que la chute de chaleur ($T - t$) est plus grande; 2° que la température absolue ($a + T$) est plus petite.

Ces deux conditions sont presque contradictoires, car il est à peu près impossible d'opérer au-dessous de la température ordinaire de l'atmosphère, de sorte que la température inférieure t ne peut osciller que dans des limites très-restreintes.

C'est surtout dans l'élévation de température T de la source supérieure qu'il faut chercher le perfectionnement des machines industrielles et la tendance à l'emploi des pressions élevées dans les machines à vapeur est un progrès dans ce dernier sens.

41. **De l'imperfection des machines actuelles en général.** — Les machines thermiques actuelles sont loin d'atteindre au degré de perfection indiqué par la théorie comme une limite possible. Quelques calculs très-simples feront comprendre la portée de cette assertion.

Un kilogramme de houille développe par la combustion 8,000 calories, et ces 8,000 calories équivalent à 8,000 × 424 ou 3,392,000 kilogrammètres.

La limite supérieure de température à laquelle il est possible de porter pratiquement la vapeur ou l'air atmosphérique est de 300 degrés. La température la plus basse des condenseurs est de 30°. On peut donc considérer qu'une machine industrielle parfaite pourrait utiliser une fraction égale à

$$\frac{300-30}{273+300}=0,47$$

de la chaleur fournie par le combustible.

On sait qu'un cheval-vapeur correspond à 75 kilogrammètres

par seconde ou à 75 kil. × 3,600″ = 270,000 kilogrammètres par heure.

Dans la machine parfaite dont nous venons de parler, la consommation de combustible par cheval et par heure, serait de :

$$\frac{270000}{0,47 \times 3,392,000} = 0^{k},169,$$

soit 0,17 kilog.

Nos machines industrielles consomment, savoir :

Les machines de grande puissance, les plus parfaites, 1 kilogramme.

Les machines de moyenne puissance 2 kilog. 5.

Les machines de faible puissance, de 4 à 6 kilog.

Ce simple rapprochement fait voir qu'on peut encore espérer obtenir des améliorations importantes dans la construction de nos moteurs actuels. La suite de ce livre montrera dans quel sens, on doit poursuivre la recherche des perfectionnements.

42. **Importance croissante de l'amélioration des machines motrices.** — Les machines motrices jouent un rôle tellement important dans le monde moderne, que leur suppression ou seulement l'amoindrissement de leur rôle industriel équivaudrait à une véritable catastrophe sociale. C'est pourtant une situation vers laquelle nous marchons peut-être, sans nous en douter.

Les mines de houille vont sans cesse en s'appauvrissant, leur exploitation est de plus en plus difficile, de sorte que sans même prévoir le terme où la production de la houille serait totalement arrêtée, terme que quelques statisticiens ont fixé à 150 ans pour les mines de la Grande-Bretagne, on est fondé à se préoccuper de la cherté croissante de ce combustible si précieux. C'est là un des motifs qui militent en faveur de tous les perfectionnements qu'on doit rechercher pour les machines motrices, et qui ne peuvent être obtenus que par une application raisonnée de la théorie mécanique de la chaleur.

CHAPITRE V

LES MACHINES A VAPEUR

L'ordre rationnel des matières exigerait que nous commencions l'étude des machines par les machines à gaz, de même que nous avons donné la théorie des gaz avant celle des vapeurs ; mais jusqu'à présent les machines à vapeur sont à peu près seules entrées dans la pratique, elles sont donc mieux connues, et leur théorie est d'ailleurs plus facile. Nous commencerons par leur étude.

43. **La machine à vapeur parfaite. — Son rendement.** — Nous avons établi dans le chapitre précédent que pour obtenir, au moyen d'un corps intermédiaire entre une source de chaleur entretenue à la température supérieure t_0 et un récepteur entretenu à la température inférieur t, le maximum de rendement calorifique, il fallait :

1° Dilater le corps intermédiaire de A en B (fig. 10) en maintenant sa température constante par son contact avec la source supérieure qui lui fournit une quantité de chaleur Q.

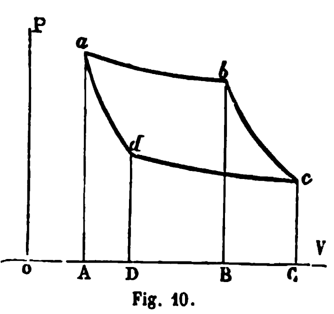


Fig. 10.

2° L'isoler de la source et le laisser se dilater librement de B en C, sans addition ni soustraction de chaleur jusqu'à ce que sa température se soit abaissée à t.

3° Le mettre en contact avec le récepteur à la température t, et le comprimer de C en D par une force extérieure en entretenant sa température constamment égale à t. Le récepteur recueille la chaleur abandonnée et égale à Q'.

4° Comprimer le corps de D en A, sans addition ni soustraction de chaleur. Sa température s'élève et finit par être égale à t_0.

En ce moment, l'évolution est complète, le *cycle est fermé*, la chaleur intérieure n'a pas changé, et toute la chaleur disparue a été employée en travail extérieur. Le rendement calorifique est :

$$\frac{Q-Q'}{Q}.$$

Nous avons démontré que quel que fût le corps intermédiaire, ce rendement était constant et égal à (Éq. 59) :

$$\rho=\frac{t_0-t}{a+t_0}.$$

Nous appellerons ce rendement le *rendement absolu*.

Appliquons les considérations précédentes à une machine à vapeur :

1° Un kilogramme d'eau à t_0 est enfermé dans la chaudière. On le vaporise, et on fournit pour cela une quantité de chaleur :

$$Q=r_0x_0,$$

r_0 étant la chaleur de vaporisation de l'eau, x_0 étant la proportion de valeur sèche contenue dans l'unité de poids. A mesure qu'elle se forme, la vapeur occupe l'espace, chasse derrière elle le piston dans le cylindre, et produit ce qu'on nomme le travail de la *pleine pression*.

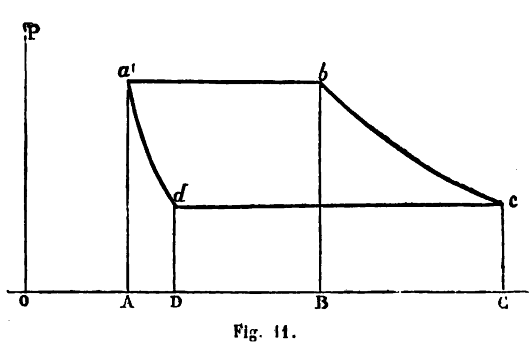


Fig. 11.

Le volume varie de oA à oB. La pression est restée constante, la ligne ab est donc horizontale (fig. 11).

2° On interrompt la communication entre la chaudière et le cylindre. La vapeur se détend dans le cylindre sans addition ni soustraction de chaleur. A la fin de la détente, sa température est descendue à t, elle possède encore une chaleur interne X (équa-

tion 41), et elle renferme une fraction x de vapeur sèche par kilogramme ; on sait qu'on a (équations 44 et 45) :

$$\frac{rx}{a+t}+\int_0^t \frac{ldt}{a+t}=\frac{r_0x_0}{a+t_0}+\int_0^{t_0} \frac{ldt}{a+t}, \qquad (60)$$

et

$$X=\int_0^t ldt+(r-Apu)x. \qquad (61)$$

Le volume a crû de oB à oC.

3° On conduit la vapeur dans un *récepteur* où on la comprime, en maintenant sa température à t. Pour cela on exerce un certain travail extérieur. La vapeur se condense en partie. A la fin de cette compression, la vapeur a encore la température t, elle possède une chaleur interne X_1, et toute la chaleur interne disparue ainsi que celle qui a été engendrée par le travail de compression

$$pu(x-x_1),$$

a passé dans le récepteur. Ce dernier a donc reçu une quantité de chaleur :

$$Q'=X-X_1+Apu(x-x_1).$$

On a d'ailleurs :

$$X_1=\int_0^t ldt+(r-Apu)x_1. \qquad (62)$$

Le volume a décru à pression constante de oC à oD.

4° A un moment donné, l'on intercepte la communication entre la vapeur et le récepteur, et on continue de la comprimer par un travail extérieur sans addition ni soustraction de chaleur. Sa température s'élève, et cette dernière période a dû commencer en temps utile pour qu'à la fin de la compression, la température atteigne t_0, température de la chaudière. En ce moment, toute la vapeur a été transformée en eau à t_0. Par suite, puisque la compression a eu lieu sans addition ni soustraction de chaleur, l'équation (44) est applicable, et l'on a :

$$\frac{rx_1}{a+t}+\int_0^t \frac{ldt}{a+t}=\int_0^{t_0} \frac{ldt}{a+t}. \qquad (63)$$

Le *cycle étant fermé*, le rendement définitif est :

$$\rho = \frac{Q - Q'}{Q} = \frac{r_0 x_0 - X + X_1 - Apux + Apux_1}{r_0 x_0}.$$

Remplaçant X et X_1 par leurs valeurs (61), (62), on a :

$$\rho = \frac{r_0 x_0 - rx + rx_1}{r_0 x_0}. \tag{64}$$

Or, en retranchant membre à membre les équations (61) et (62), il vient :

$$\frac{r(x - x_1)}{a + t} = \frac{r_0 x_0}{a + t_0},$$

d'où

$$r(x - x_1) = r_0 x_0 \frac{a + t}{a + t_0}. \tag{65}$$

L'expression du rendement peut donc s'écrire :

$$\rho = \frac{r_0 x_0 \left(1 - \frac{a + t}{a + t_0}\right)}{r_0 x_0} = \frac{t_0 - t}{a + t_0}. \tag{66}$$

La machine à vapeur ainsi conçue donne donc le rendement théorique maximum.

Voici comment pourrait être construite une machine à vapeur satisfaisant à ces conditions théoriques.

Trois cylindres (fig. 12) seraient montés sur un même axe. D'abord le cylindre à vapeur ordinaire D, dans lequel s'accompliraient la première et la deuxième phase de l'évolution. Dans sa course de retour le piston de ce cylindre enverrait la vapeur dans un cylindre R placé dans une bâche remplie d'eau froide. Ce cylindre R ferait fonction de récepteur. La vapeur y serait comprimée jusqu'au degré x, et envoyée ensuite au cylindre C extérieur imperméable à la chaleur et dans lequel s'accomplirait la quatrième phase, c'est-à-dire que la vapeur y serait comprimée jusqu'à ce qu'elle fût complétement réduite en eau à la température de la chaudière, et refoulée dans la chaudière elle-même.

Une machine ainsi conçue s'alimenterait elle-même, ou du moins n'exigerait que la quantité d'eau strictement nécessaire pour réparer les pertes. Elle donnerait un rendement théorique un peu

supérieur à celui des machines ordinaires les plus perfectionnées, mais elle aurait l'inconvénient d'être plus encombrante que les machines ordinaires.

La transmission d'un cylindre à l'autre, du cylindre R au cylindre C, d'une vapeur très-humide, présenterait aussi des difficultés pratiques qui sans doute ne sont pas insolubles.

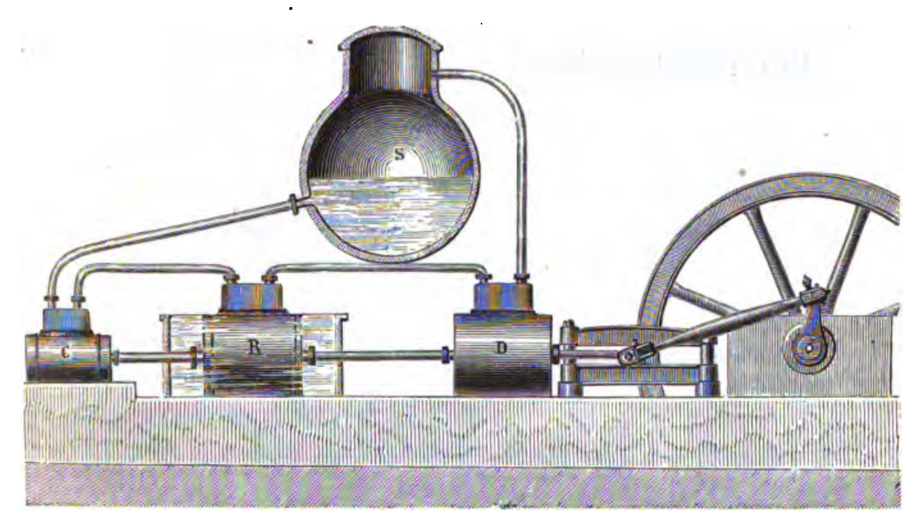


Fig. 12.

En résumé, cette machine théorique pourrait être construite.

Voici un exemple du calcul de ses principales dimensions. Soit 6 atmosphères la pression dans la chaudière et

$$t_0 = 159°,22,$$

sa température.

Admettons que la température de la vapeur dans le récepteur puisse être entretenue moyennement à 40°; on aura :

$$t = 40°.$$

Le volume du cylindre D serait celui de la vapeur après la détente. Celui du cylindre R lui serait nécessairement égal, puisque ce cylindre doit recevoir la vapeur une fois détendue. Enfin le volume du cylindre C serait égal à celui de la vapeur déjà comprimée à température constante dans le cylindre récepteur R. En

d'autres termes, les volumes des trois cylindres seraient entre eux dans les rapports :

$$ux, \quad ux, \quad ux_1.$$

En appelant V le volume commun des cylindres D, R et V' celui du cylindre C, on devra avoir :

$$\frac{V'}{V}=\frac{x_1}{x}.$$

Or l'équation (65) donne :

$$x-x_1=x_0\frac{r_0(a+t)}{r(a+t_0)},$$

d'où

$$\frac{x_1}{x}=1-\frac{x_0r_0(a+t)}{xr(a+t_0)}=\frac{\dfrac{xr}{a+t}-\dfrac{x_0r_0}{a+t_0}}{\dfrac{xr}{a+t}},$$

En tenant compte de l'équation (60), on trouve :

$$\frac{V'}{V}=\frac{x_1}{x}=\frac{\displaystyle\int_{t_0}^{t}\left(\frac{ldt}{a+t}\right)}{\dfrac{r_0x_0}{a+t_0}+\displaystyle\int_{t}^{t_0}\left(\frac{ldt}{a+t}\right)}.$$

Le second membre ne renferme plus que des données.

Si, par exemple, on suppose que la vapeur contient 10 pour 100 d'eau, on fera $x_0=0{,}90$, et l'on aura, tous calculs faits :

$$\frac{V'}{V}=0{,}248.$$

Le rendement calorifique absolu d'une pareille machine serait :

$$\frac{159{,}22-40}{273+159{,}22}=0{,}275.$$

44. **Comparaison de la machine à vapeur théorique avec les machines à vapeur ordinaires.** — Pour peu qu'on ait suivi la discussion qui précède, on reconnaîtra facilement en quoi les machines à vapeur ordinaires diffèrent de la machine théorique.

Aucune différence sous le rapport de la pleine pression.

Mais, dans les machines ordinaires, la détente n'est pas poussée aussi loin que l'exigeraient les conditions d'économie de la théorie;

ainsi, par exemple, nos tables B et les courbes de détente démontrent que :

De 170°, température correspondant à environ huit atmosphères, à 100°, température correspondant à une amosphère, la détente est dans le rapport de 1 à 6,16. C'est un rapport de détente inusité dans les machines sans condensation.

De 152°, température correspondant à cinq atmosphères, à 40° , température entretenue dans un bon condenseur, la détente théorique est de 1 à 44,81 ; aucune machine à condensation n'offre l'exemple d'une pareille détente.

La détente théorique de la vapeur n'est donc jamais complétement utilisée. En vue de permettre à la vapeur de sortir rapidement du cylindre, on lui ménage toujours un excès de pression considérable, soit par rapport à l'atmosphère, si la machine est sans condensation, soit par rapport à la pression du condenseur, si la machine est à condensation.

On conçoit que cet excès de pression sera d'autant moindre que l'allure de la machine sera plus lente.

Tandis que dans une machine d'épuisement à balancier, cet excès de pression est presque nul, dans les locomotives, au contraire, qui marchent à grande vitesse, cet excès de pression est considérable, et il atteint quelquefois deux ou trois atmosphères.

C'est surtout dans la troisième et la quatrième phase de l'évolution théorique complète que les machines à vapeur ordinaires diffèrent de la machine théorique.

La compression à température constante représentée dans le diagramme de la figure 11 par la ligne *cd*, existe bien encore, mais cette compression à température constante est poussée jusqu'aux limites qui amènent la liquéfaction complète de la vapeur, de sorte que la masse d'eau et de vapeur se trouve à la fin de la condensation, *non plus à la température* t_0 *de la chaudière, comme dans la machine théorique, mais bien à la température du condenseur t.*

C'est là qu'est le principal *défaut théorique* de nos machines à vapeur actuelles.

La limite moins étendue donnée à la détente dans les machines industrielles, ne crée aucune différence de principe entre les

modes d'action de la vapeur dans ces dernières machines et dans la machine à vapeur théorique. Le principe de la détente est conservé, seulement on ne l'applique pas dans toute sa rigueur. Au contraire, l'absence de la quatrième phase théorique dans les machines industrielles établit de ce chef une distinction fondamentale entre les deux genres de machines.

Nous croyons savoir que quelques essais ont été pratiqués en Angleterre pour tenter d'introduire dans les machines à vapeur la compression finale et la réintroduction de l'eau dans la chaudière conformément à l'indication de la théorie. Il y a là certainement quelques difficultés pratiques à vaincre, qui seront peut-être vaincues, mais le problème ne présente pas un aussi grand intérêt qu'on serait tenté de le supposer. C'est ce que nous démontrerons.

45. **Des machines à vapeur ordinaires parfaites.** — Étant donnée une machine ordinaire, nous disons que cette machine est *parfaite*, si la pression de la vapeur dans le cylindre est égale à la pression à la chaudière, si la détente est poussée aussi loin que possible, c'est-à-dire jusqu'au terme où elle est égale à la contre-pression du condenseur. Quand la machine est sans condensation, cette contre-pression est égale à une atmosphère.

Une pareille machine est dite *parfaite*, parce que étant donné le programme du mode d'action de la vapeur dans nos machines industrielles tel qu'il est pratiqué, nos définitions correspondent évidemment au maximum de rendement de ce genre de machines. Nous allons examiner successivement les conditions de ce rendement et le comparer au rendement théorique, en étudiant successivement les machines à condensation et les machines sans condensation.

46. **Formule du rendement calorifique d'une machine à vapeur ordinaire parfaite à condensation.** — La machine prend 1 kilogramme d'eau dans le condenseur à la température t. Elle l'introduit dans la chaudière. Cette dernière vaporise l'eau partiellement et fournit un mélange d'eau et de vapeur contenant x_0 de vapeur sèche par kilogramme du mélange.

Ce mélange a reçu une quantité de chaleur :

$$Q = \int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0. \qquad (67)$$

Cette chaleur est partiellement convertie en travail mécanique par la *pleine pression*, et par la *détente* dans le cylindre.

Nous savons que pendant la détente, la température s'abaisse en même temps que la pression ; la vapeur reste toujours saturée. (Chapitre III.) A la fin de la détente, il reste un mélange d'eau et de vapeur à la pression et à la température t du condenseur (puisque la détente a été poussée aussi loin que possible), contenant x de vapeur sèche par kilogramme. Ce mélange possède une chaleur interne au-dessus de 0° égale à (équation 41) :

$$X = \int_0^t l dt + (r - Apu)x. \qquad (68)$$

Dans la course de retour cette vapeur est refoulée par le piston dans le condenseur, et ce dernier, qui la condense complétement, reçoit et emporte toute la chaleur interne X contenue dans le mélange à la fin de la détente, augmentée de la chaleur $Apux$ produite par la compression et diminuée de la chaleur spécifique de l'eau à la température t, chaleur qui est introduite dans la chaudière, quand on pompe l'eau du condenseur pour alimenter la chaudière.

La chaleur reçue par le condenseur est donc :

$$X + Apux - \int_0^t l dt,$$

ou

$$rx.$$

On a donc :

$$\begin{array}{ll} \text{Chaleur fournie. . .} & Q = \int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0 \\ \text{Chaleur restituée.. .} & Q' = rx \\ \hline \text{Chaleur disparue. . .} & Q - Q' = \int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0 - rx \\ \text{Travail produit.. . .} & \mathfrak{G} = 424 \left(\int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0 - rx\right), \end{array} \qquad (69)$$

et le rendement calorifique d'une machine à condensation sera :

$$\rho_1 = \frac{Q - Q'}{Q} = \frac{\int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0 - rx}{\int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0}. \qquad (70)$$

47. **Formule du rendement calorifique d'une machine ordinaire parfaite sans condensation.** — Considérons maintenant une machine sans condensation parfaite, c'est-à-dire dans laquelle la détente est poussée assez loin pour que la température de la vapeur humide à la fin de la détente soit précisément égale à celle qui correspond à la pression atmosphérique.

L'eau d'alimentation de la chaudière est puisée dans l'atmosphère extérieure à la température θ et injectée dans la chaudière. Cette dernière la vaporise partiellement et lui fournit pour cela une quantité de chaleur :

$$Q = \int_{\theta}^{t_0} l dt + r_0 x_0.$$

La vapeur exerce son travail mécanique dans le cylindre. Au retour du piston, elle est comprimée dans l'atmosphère extérieure, et elle emporte avec elle toute sa chaleur interne X, augmentée de l'équivalent calorifique du travail de compression $Apux$, et diminuée de la chaleur spécifique de l'eau à la température de l'atmosphère θ, chaleur qui pourra être transportée à la chaudière par l'alimentation.

La chaleur rendue à l'atmosphère sera donc :

$$X + Apux - \int_{0}^{\theta} l dt.$$

En désignant par t la température de saturation correspondant à la pression atmosphérique, c'est-à-dire 100°, on aura (équation 41) :

$$X = \int_{0}^{t} l dt + (r - Apu) x.$$

Par suite, la chaleur restituée à l'atmosphère est égale à

$$\int_{\theta}^{t} l dt + rx.$$

On aura donc :

Chaleur fournie. . .	$Q = \int_{\theta}^{t_0} l dt + r_0 x_0$
Chaleur restituée.. .	$Q' = \int_{\theta}^{t} l dt + rx$
Chaleur disparue.. .	$Q - Q' = \int_{t}^{t_0} l dt + r_0 x_0 - rx$
Travail produit. . .	$\mathcal{E} = 424 \left(\int_{t}^{t_0} l dt + r_0 x_0 - rx \right)$. (71)

Le rendement calorifique d'une machine sans condensation, parfaite, est donc :

$$\rho_2 = \frac{Q - Q'}{Q} = \frac{\int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0 - r x}{\int_0^{t_0} l dt + r_0 x_0}. \qquad (72)$$

48. **Rapprochement des formules de rendement.** — Les équations (66), (70) et (72) vont nous fournir des indications très-importantes sur l'état de perfection de nos machines à vapeur les plus parfaites.

Je transcris ici ces équations.

Rendement calorifique maximum :

1° De la machine à vapeur théorique. $\rho = \dfrac{t_0 - t}{a + t_0}$. (66)

2° Des machines à vapeur ordinaires parfaites à condensation. . . . . . $\rho_1 = \dfrac{\int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0 - r x}{\int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0}$. (70)

3° Des machines à vapeur ordinaires parfaites sans condensation. . . . $\rho_2 = \dfrac{\int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0 - r x}{\int_\theta^{t_0} l dt + r_0 x_0}$. (72)

Si l'on suppose les mêmes valeurs à t_0 et t, on voit d'abord que la machine à condensation *rend plus* que la machine sans condensation, car les numérateurs de ρ_1 et ρ_2 sont les mêmes, mais le dénominateur de ρ_2 est plus grand que celui de ρ_1.

L'ordre de grandeur des températures est le suivant :

θ température de l'atmosphère, varie moyennement, dans nos climats, de 0° à 35°.

t (formule 70), température du condenseur, variant de 30° à 60°.

t (formule 72), température de l'ébullition sous la pression atmosphérique, en moyenne 100°.

t_0, température de la chaudière. Elle varie de 120° pour les machines à basse pression, à 180° pour les machines à haute pression.

49. Étude du rendement dans une machine à vapeur ordinaire, parfaite, à condensation. — Influence de l'eau entraînée par la vapeur. — Étudions d'abord le rendement de la machine parfaite à condensation,

$$\rho_1 = \frac{\int_t^{t_0} l\,dt + r_0 x_0 - rx}{\int_t^{t_0} l\,dt + r_0 x_0}. \tag{70}$$

D'après l'équation fondamentale de la détente (équation 44), on a :

$$\frac{rx}{a+t} = \frac{r_0 x_0}{a+t_0} + \int_t^{t_0} \frac{l\,dt}{a+t}, \tag{71}$$

d'où

$$r_0 x_0 - rx = r_0 x_0 \frac{t_0 - t}{a+t_0} - (a+t) \int_t^{t_0} \frac{l\,dt}{a+t}.$$

Transportant cette valeur dans le numérateur de ρ^1, x se trouve éliminé et tout ce qui reste est connu :

$$\rho_1 = \frac{t_0 - t}{a+t_0} \left\{ \frac{r_0 x_0 + \frac{a+t_0}{t_0 - t} \int_t^{t_0} l\,dt - \frac{(a+t_0)(a+t)}{t_0 - t} \int_t^{t_0} \frac{l\,dt}{a+t}}{r_0 x_0 + \int_t^{t_0} l\,dt.} \right\}.$$

On peut avec une très-grande approximation supposer l constant et égal en moyenne à 1,02 ; par suite, on écrira :

$$\rho_1 = \rho \frac{r_0 x_0 + 1{,}02\,(a+t_0) - 1{,}02\,(a+t_0) \frac{a+t}{t_0 - t} \operatorname{log\,nep} \frac{a+t_0}{a+t}}{r_0 x_0 + 1{,}02\,(t_0 - t)}.$$

Développant le logarithme népérien en série :

$$\operatorname{log\,nep} \frac{a+t_0}{a+t} = \log\left(1 - \frac{t_0 - t}{a+t}\right) = \frac{t_0 - t}{a+t} - \frac{1}{2}\left(\frac{t_0 - t}{a+t}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{t_0 - t}{a+t}\right)^3 - \text{etc},$$

et portant cette valeur dans ρ_1, il vient après réductions :

$$\rho_1 = \rho \frac{r_0 x_0 + 1,02\,(a+t_0)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^2 + \dots\right]}{r_0 x_0 + 1,02\,(t_0 - t)}.$$

La seconde partie du numérateur est positive, mais elle est plus petite que $\frac{1,02}{2}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right)(t_0 - t)$, qui est lui-même plus petit que le terme $1,02\ (t_0 - t)$ du dénominateur; par conséquent on peut poser :

$$\rho_1 = \rho \frac{r_0 x_0 + \mathrm{K}}{r_0 x_0 + \mathrm{H}},$$

K étant plus petit que H.

Telle est l'expression du rendement.

On voit de suite que le rendement effectif est plus petit que le rendement théorique absolu ρ ; nous appellerons désormais le coefficient de ρ, le *rendement relatif* de la machine et nous le désignerons par ε. Ce coefficient dépend de la conception mécanique plus ou moins parfaite du système, et il sera d'autant plus élevé que la machine sera mieux établie. Pour une machine parfaite, il serait égal à 1.

Quant au rendement calorifique absolu ρ, il dépend seulement des températures de la source et du récepteur. Son choix est pour ainsi dire étranger à la plus ou moins bonne réalisation mécanique du système.

Ceci posé, étudions l'influence de x_0 sur la valeur du rendement. Nous avons posé $\rho_1 = \rho\varepsilon$, on a :

$$\varepsilon = \frac{r_0 x_0 + \mathrm{K}}{r_0 x_0 + \mathrm{H}}.$$

La dérivée

$$\frac{d\varepsilon}{dr_0} = \frac{(\mathrm{H} - \mathrm{K})r_0}{(r_0 r_0 + \mathrm{K})^2}.$$

Cette dérivée est toujours positive, par conséquent ε_1 augmente ou diminue en même temps que x_0, et l'on peut dire que :

Dans les machines à vapeur à condensation, le rendement diminue quand la proportion d'eau entraînée augmente.

Pour apprécier de plus près cette influence, nous avons dressé le tableau suivant, au moyen de la formule (70) et de la table A.

INFLUENCE SUR LE RENDEMENT RELATIF ε D'UNE MACHINE A VAPEUR PARFAITE A CONDENSATION DE LA PROPORTION D'EAU ENTRAÎNÉE PAR LA VAPEUR

PROPORTIONS D'EAU ET DE VAPEUR par kilogramme DE VAPEUR HUMIDE.		RENDEMENTS RELATIFS.		
VAPEUR x_0.	EAU $1-x_0$.	$t_0=160°$ $t=50°$	$t_0=140°$ $t=50°$	$t_0=120°$ $t=50°$
1,00	0,00	0,917	0,930	0,945
0,80	0,20	0,903	0,917	0,933
0,60	0,40	0,879	0,896	0,912
0,40	0,60	0,840	0,859	0,884
0,20	0,80	0,761	0,787	0,811
0,00	1,00	0,553	0,545	0,533

L'examen de cette table fournit plusieurs remarques importantes.

D'abord le rendement diminue à mesure qu'augmente la proportion d'eau entraînée, mais la perte de rendement dans les limites pratiques les plus extrêmes, c'est-à-dire jusqu'à 40 pour 100 d'eau entraînée, ne dépasse pas 3 ou 4 pour 100.

On sait que l'eau entraînée lubrifie les surfaces, et diminue beaucoup les frottements. Il peut donc se faire que cet avantage compense et au delà la diminution du rendement qui résulte de l'eau entraînée, et l'on peut formuler cette règle :

Dans les machines à vapeur à condensation, à très-grande détente, la proportion d'eau entraînée par la vapeur n'influe pas sensiblement sur le rendement.

Le tableau précédent fournit un autre résultat en apparence singulier, c'est que le *rendement relatif* d'une machine à basse pression est supérieur à celui d'une machine à haute pression. Mais ce fait n'a rien d'étonnant si l'on se rappelle que d'après les considérations de la page 67, c'est surtout à la perte de la chaleur

emportée par la vapeur condensée, dans les machines industrielles, qu'est due leur infériorité par rapport à la machine à vapeur théorique parfaite. Or cette chaleur perdue qui est exprimée par $\int_{t_0}^{t_0} l dt$ est d'autant moindre que les températures t_0 et t sont plus rapprochées l'une de l'autre et par conséquent que la machine à vapeur est à plus basse pression. Cela n'empêche pas que le rendement définitif des machines à condensation ne soit plus élevé dans les machines à haute pression que dans celles à basse pression. Voici, du reste, un tableau des rendements calorifiques définitifs des machines à condensation pour les cas examinés dans le tableau précédent.

RENDEMENTS CALORIFIQUES DÉFINITIFS D'UNE MACHINE A VAPEUR PARFAITE A CONDENSATION

PROPORTIONS D'EAU ET DE VAPEUR POUR 1 KILOGRAMME DU MÉLANGE.		RENDEMENTS CALORIFIQUES DÉFINITIFS ρ_1.		
VAPEUR.	EAU.	$t_0 = 160°$ (6 atmosph.) $t = 50°$	$t_0 = 140°$ (3 atmosph., 6) $t = 50°$	$t_0 = 120°$ (2 atmosph.) $t = 50°$
1,00	»	0,233	0,205	0,168
0,80	0,20	0,229	0,200	0,166
0,60	0,40	0,223	0,195	0,162

Ce tableau démontre qu'il y a un grand avantage à employer de la vapeur à haute pression. Si l'on compare le rendement calorifique définitif de la machine à haute pression de six atmosphères, à celui de la machine à basse pression de deux atmosphères, on voit que cette dernière a un rendement inférieur de presque 30 pour 100 à celui de la machine à haute pression.

Enfin, revenant au tableau des rendements relatifs, nous constaterons que ces rendements varient dans la limite ordinaire de 0,90 à 0,95, de sorte que la différence qui sépare le type de la machine théorique de celui des machines industrielles et qui consiste

dans la suppression de la quatrième phase (page 63) ou phase de compression dans la chaudière, ne ferait perdre que 5 à 10 pour 100 du rendement théorique. Si l'on remarque que la machine théorique parfaite comporte un cylindre à la place du condenseur, et un troisième cylindre supplémentaire, que par conséquent elle introduit une grande complication dans les machines à vapeur, on est porté à croire que le *type des machines actuelles doit être préféré au type de la machine théorique*, et que c'est de l'amélioration du premier qu'il faut surtout se préoccuper.

Voyons donc quelles réductions subit en pratique le rendement qu'auraient nos machines à condensation si elles étaient parfaites.

50. **Étude du rendement des machines à condensation ordinaires de l'industrie.** — Si, au lieu de considérer une machine parfaite à condensation, nous passons aux machines ordinaires plus ou moins parfaites de l'industrie, nous aurons à introduire dans nos données les modifications suivantes :

1° La détente n'est jamais poussée jusqu'à une limite telle que la pression, et par suite la température finale dans le cylindre, soient égales à celle du condenseur, ainsi que nous l'avons supposé. La température t de la vapeur à la fin de la détente est supérieure à celle du condenseur τ.

2° Le condenseur, au lieu d'être un récepteur indéfini de chaleur où la température reste constante, est en réalité un espace limité où l'eau est constamment renouvelée, ce qui oblige à pomper l'eau de condensation et l'air qu'elle a entraîné.

3° Il faut encore tenir compte du travail nécessaire à l'alimentation de la chaudière, lequel est, il est vrai, peu important si on le compare au travail utile. Considérons d'abord ce dernier travail. Évalué en calories, il a pour expression :

$$Ap_0w,$$

p^0 étant la pression dans la chaudière et w le volume de l'eau ou 0,001. Or le travail de la vapeur à pleine pression est :

$$Ap_0u_0.$$

Celui de la détente vient encore s'ajouter à celui de la pleine

pression. En n'en tenant pas compte, le travail relatif de l'alimentation serait représenté par la fraction :

$$\frac{Ap_0w}{Ap_0u_0} = \frac{w}{u_0}.$$

Or le rapport du volume de la vapeur à celui de l'eau qui lui a donné naissance varie d'après la table A :

De 857 pour 2 atmosphères ;

A 190 pour 1 atmosphère.

Dans ces conditions, $\frac{w}{u_0}$ varie de $\frac{1}{857}$ à $\frac{1}{190}$.

On ne commet donc qu'une erreur insignifiante en négligeant le travail de l'alimentation de la chaudière.

Maintenant reportons-nous à la page 69, et introduisons dans les équations les modifications qui résultent des paragraphes 1° et 2° ci-dessus.

L'eau étant conduite dans la chaudière à la température τ du condenseur, la quantité de chaleur fournie par la chaudière par kilogramme de vapeur humide, sera :

$$Q = \int_{\tau}^{t_0} l dt + r_0 x_0. \qquad (72)$$

La chaleur reçue par le condenseur sera égale à la chaleur interne de la vapeur à la fin de la détente (équation 41),

$$\int_0^t l dt + (r - Apu)x \ldots,$$

augmentée de la chaleur engendrée par le refoulement de la vapeur :

$$Ap_1ux,$$

en désignant par p_1 la valeur de la contre-pression du condenseur (il faut remarquer, en effet, qu'au moment où l'échappement commence, la vapeur du cylindre se met immédiatement en équilibre de température et de pression avec le condenseur), diminuée de la chaleur de l'eau,

$$\int_0^{\tau} l dt,$$

laquelle est emportée dans l'alimentation.

On a donc pour la chaleur reçue par le condenseur :

$$Q' = \int_0^t ldt + (r - Apu)x + Ap_1ux - \int_0^\tau ldt$$

$$= \int_\tau^t ldt + rx + Ap_1ux - Apux. \qquad (73)$$

Pour avoir la chaleur utilisée, il faudrait encore retrancher de Q l'équivalent calorifique du travail de la pompe à air.

Soit w le volume d'un kilogramme d'eau, μ le nombre de kilogrammes d'eau employés dans le condenseur par kilogramme de vapeur :

π la pression atmosphérique $= 10,300$ kil.;

p_1 la pression dans le condenseur.

Le travail de l'aspiration de l'eau du condenseur correspondant à 1 kilogramme de vapeur sorti de la chaudière aura pour équivalent calorifique :

$$A(\pi - p_1)\mu w.$$

Or

$$A = 424, \quad \pi - p_1 = \text{habituellement 8 à } 9000^k,$$
$$\mu = 25 \text{ à } 30, \quad w = 0,001 \text{ environ.}$$

Par conséquent, l'équivalent calorifique de l'aspiration de l'eau du condenseur est :

$$\frac{1}{424} \times 9000 \times 30 \times 0,001 = 0^{cal},64.$$

Si l'on suppose que l'air soit entraîné par l'eau de condensation dans la proportion de 40 litres par mètre cube, son volume sera à 50°.

$$40(1 + 0,00366 \times 50) = 47^{litres},2.$$

L'aspiration de l'air du condenseur et sa compression dans l'atmosphère peuvent être considérées comme faites à température constante, par conséquent l'équivalent calorifique du travail exercé sera, par kilogramme de vapeur de la chaudière :

$$\frac{\mu}{424} 0,0000472 \times 10300 \times \log\text{nep} \frac{\pi}{p_1}.$$

En faisant $\mu = 30$, $\frac{\pi}{p_1} = 10$, on trouve pour cette chaleur :

$$0^{cal},08.$$

En résumé, la pompe à air absorberait une chaleur égale à

$$0^{cal},64+0^{cal},08, \quad \text{soit} \quad 0^{cal},72.$$

Nous ajouterons une remarque. En se précipitant dans le condenseur, sous la charge de la pression atmosphérique, l'eau et l'air qu'elle entraîne prennent une certaine vitesse et une certaine *force vive* qui est détruite par les tourbillonnements et les frottements dans le condenseur. Il y a destruction d'un travail et création correspondante de chaleur. Si donc l'on supposait le condenseur absolument imperméable à la chaleur, le travail de la pompe à air ne devrait intervenir dans les calculs que par les frottements *extérieurs* qu'il occasionne. Mais il n'y a aucun avantage à ce que le condenseur soit imperméable à la chaleur; tout au contraire, on doit s'attacher à abaisser le plus possible sa température. Par conséquent, toute cause d'élévation de sa température est nuisible, et c'est à ce titre que l'arrivée de l'eau doit être aussi lente que possible. D'ailleurs l'élévation de température dont il vient d'être parlé n'est pas bien importante.

Nous avons dit qu'abstraction faite du frottement, l'équivalent calorifique du travail de la pompe à air devait être estimé dans des conditions ordinaires à

$$0^{cal},72 \text{ ou } 300 \text{ kilogrammètres.}$$

Ce chiffre ne représente guère qu'une très-petite fraction du travail total, qui s'élève moyennement dans les bonnes machines à 18,000 kilogrammètres par kilogramme de vapeur.

Nous considérerons donc le travail de la pompe à air, et celui de l'alimentation comme faisant partie des résistances *passives* de la machine, et ce mode de procéder est d'autant mieux fondé que les combinaisons mécaniques ont une grande influence sur le plus ou moins de grandeur de ces résistances de nature spéciale.

Ceci posé, nos formules ne tiendront plus compte que d'un nouvel élément, c'est-à-dire du plus ou moins de perfection de la détente.

On aura pour le travail mécanique d'une machine ordinaire à condensation (équations 72 et 73) :

$$\mathfrak{E}=424\left(\int_{t}^{t_0} l dt+r_0 x_0-r x+\mathrm{A}(p-p_1)ux\right), \tag{74}$$

et pour le rendement calorifique d'une pareille machine :

$$\rho_1' = \frac{\int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0 - rx + A(p - p_1)ux}{\int_\tau^{t_0} l dt + r_0 x_0}. \qquad (75)$$

Nous rappellerons ici la signification des lettres :

t_0, température de la vapeur à son arrivée dans le cylindre;

x_0, proportion de vapeur sèche contenue dans un kilogramme de vapeur à son entrée dans le cylindre à la température t_0;

x, proportion de vapeur sèche contenue à la fin de la détente, à la température t;

t, température de la vapeur à la fin de la détente ;

r_0, chaleur de vaporisation à la température t_0 ;

r, chaleur de vaporisation à la température t ;

u, volume spécifique de la vapeur à la température t ;

τ, température entretenue dans le condenseur.

Rien n'est plus simple que de calculer cette formule pour une machine donnée, ainsi que nous le ferons voir ; mais notre table C épargne toute espèce de calcul.

Nous reviendrons sur la construction de cette table et sur les conséquences qu'on peut en tirer relativement à la déperdition de travail mécanique qu'entraîne une détente incomplète.

51. **Étude du rendement dans une machine à vapeur ordinaire, parfaite, sans condensation. — Influence de l'eau entraînée par la vapeur.** — D'après la formule (72), l'expression du rendement calorifique définitif dans une machine à vapeur parfaite, sans condensation, est :

$$\rho_2 = \frac{\int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0 - rx}{\int_\theta^{t_0} l dt + r_0 x_0}. \qquad (72)$$

Les machines à vapeur sans condensation sont toujours à haute pression; par conséquent, t_0 dépasse 140°; θ, température de l'atmosphère qui entoure l'eau d'alimentation, varie dans nos climats de 0 à 35°; la température t de l'ébullition à la pression atmosphérique est à peu près uniformément égale à 100°.

La formule (72) peut, par suite d'une analyse absolument sem-

blable à celle relative à la formule (70) se développer en faisant disparaître le terme rx au moyen de l'équation (51) de la détente ; nous employons seulement le coefficient 1,03 au numérateur, au lieu de 1,02, parce que la moyenne des températures initiale et finale dans les machines sans condensation est plus élevée que dans celles à condensation. Par suite, on a :

$$\rho_2 = \frac{t_0 - t}{a + t_0} \left\{ \frac{r_0 x_0 + 1,03(a + t_0)\left[\frac{1}{2}\frac{t_0 - t}{a + t} - \frac{1}{3}\left(\frac{t_0 - t}{a + t}\right)^2 + \dots\right]}{r_0 x_0 + 1,02(t_0 - \theta)} \right\}. \quad (76)$$

Si l'on écrit :

$$\rho_2 = \rho \frac{r_0 x_0 + K}{r_0 x_0 + H} = \rho \varepsilon',$$

on voit aisément que K est plus petit que H, par conséquent ρ_2 décroîtra avec x, c'est-à-dire que le *rendement relatif* ε' *d'une machine parfaite sans condensation diminue quand la proportion d'eau entraînée augmente.*

Voici un tableau qui indique l'influence des quantités d'eau entraînées sur le rendement.

INFLUENCE DE L'EAU ENTRAÎNÉE SUR LE RENDEMENT MÉCANIQUE DES MACHINES PARFAITES SANS CONDENSATION.

PROPORTIONS D'EAU ET DE VAPEUR POUR 1 KILOGRAMME DE MÉLANGE.		RENDEMENT RELATIF ε'		
VAPEUR.	EAU.	$t_0 = 180$ (10 atmosph.) $t = 100°$ $\theta = 15°$	$t_0 = 160$ ($6^{at},2$) $t' = 100°$ $\theta = 15°$	$t_0 = 140°$ ($3^{at},6$) $t = 100°$ $\theta = 15°$
1,00	0,00	0,811	0,828	0,852
0,80	0,20	0,777	0,795	0,823
0,60	0,40	0,737	0,753	0,779
0,40	0,60	0,658	0,679	0,714
0,20	0,80	0,535	0,555	0,585
0,00	1,00	0,265	0,251.	0,252

Il résulte de ce tableau que dans les limites pratiques, c'est-à-dire pour 40 pour 100 d'eau entraînée au plus, la perte du rende-

ment mécanique peut atteindre 9 pour 100. Ce chiffre est déjà important. Dans les locomotives, par exemple, l'eau entraînée par la vapeur peut aller jusqu'à cette proportion de 40 pour 100, ainsi qu'il résulte de plusieurs faits d'expériences. Dans ces conditions, la perte serait de 9 pour 100 par rapport à ce que serait le rendement obtenu avec de la vapeur sèche. L'influence de l'eau entraînée est donc plus considérable dans les machines sans condensation. *Dans ces machines, le rendement diminue d'environ 2 pour 100 par chaque dixième d'eau entraînée.*

L'équation (76) met en lumière un autre fait, c'est que le rendement est d'autant plus élevé que la température de l'atmosphère ou plus exactement de l'eau d'alimentation est elle-même plus élevée. Nous avons pris θ égale en moyenne à 15°. Mais θ peut varier de 0 à 30°. Dans une machine où la vapeur est chauffée à six atmosphères, c'est-à-dire à 160°, on a $t_0 = 160°$, $r_0 = 494$, et $1,02\ (t_0 - \theta) =$ en moyenne 147 pour $\theta = 15°$; par conséquent,

$$r_0 x_0 + 1,02\,(t_0 - \theta) = 641.$$

Une différence de 15° en plus ou en moins sur θ fera varier le rendement mécanique de

$$\frac{15}{640} \quad \text{ou} \quad 2,34 \text{ p. } 100.$$

Il peut donc y avoir de l'été à l'hiver une différence de rendement de

$$4,68 \text{ p. } 100,$$

et cette différence n'est pas à beaucoup près négligeable.

Si l'on compare le rendement relatif des machines sans condensation à celui des machines à condensation, on reconnaîtra à l'avantage de ces dernières un bénéfice très-important. Tandis que le rendement relatif des premières oscille autour de 93 pour 100 nous le voyons s'abaisser à 80 pour 100 en moyenne pour les secondes. On peut en conclure que, abstraction faite du rendement calorifique absolu, les machines à condensation sont plus parfaites que les machines sans condensation.

Mais c'est surtout quand on tient compte de la chute de chaleur

différente dans les deux cas que l'avantage économique des machines à condensation apparaît complétement. Le tableau suivant donne la valeur du rendement calorifique définitif d'une machine sans condensation.

RENDEMENT CALORIFIQUE DÉFINITIF DES MACHINES PARFAITES SANS CONDENSATION.

PROPORTIONS D'EAU ET DE VAPEUR POUR 1 KILOGRAMME DU MÉLANGE.		RENDEMENT CALORIFIQUE DÉFINITIF.		
VAPEUR.	EAU.	$t_0=180°$ (10 atmosph.) $t=100°$ $\theta=15°$	$t_0=160°$ (6at,2) $t=100°$ $\theta=15°$	$t_0=140°$ (3at,6) $t=100°$ $\theta=15°$
1,00	»	0,143	0,115	0,0825
0,80	0,20	0,137	0,110	0,0797
0,60	0,40	0,130	0,104	0,0754

Ce tableau, comparé à celui de la page 68, démontre *que le rendement calorifique définitif des machines parfaites sans condensation, à égalité de pression dans la chaudière, n'est guère que la moitié du rendement calorifique définitif des machines ordinaires parfaites à condensation.*

Les machines sans condensation présentent l'avantage d'être moins encombrantes, tant à cause de la suppression du condenseur et de ses accessoires, qu'à cause du moindre volume des cylindres, et aussi pour ce motif que le piston d'une machine sans condensation marche ordinairement plus vite que celui d'une machine à condensation.

52. **Étude du rendement d'une machine sans condensation ordinaire de l'industrie.** — Si nous comparons les machines sans condensation de l'industrie à la machine sans condensation, *parfaite*, que nous venons d'examiner, nous trouverons les différences suivantes :

1° La pression dans le cylindre est toujours inférieure à celle de la chaudière, à cause de la grande vitesse dont sont animées d'or-

dinaire ces machines, et par suite du peu de temps pendant lequel sont ouverts les orifices de distribution.

2° La détente n'est jamais poussée très-loin, ce qui fait que la pression de la vapeur à la fin de la détente est bien supérieure à celle de l'atmosphère.

3° Les orifices d'échappement étant généralement petits et ouverts rapidement, la contre-pression est bien supérieure à celle de l'atmosphère.

Pour le moment, nous ne nous occuperons que des modifications 2 et 3; introduisons-les dans la formule (72) du rendement.

D'après les notations adoptées jusqu'à présent, la chaleur interne existant dans la vapeur à la fin de la détente, est :

$$X = \int_0^t l dt + (r - Apu)x.$$

Ici t désigne une température supérieure à 100°, tandis que dans la machine sans condensation parfaite, nous supposions t égal à 100°, et la pression finale de la vapeur égale à 1 atmosphère.

Cette chaleur interne s'écoule dans l'atmosphère, et la vapeur emporte en outre la chaleur créée par le travail de la contre-pression; soit p_1 cette contre-pression, u le volume de 1 kil. de vapeur, et x la proportion de vapeur à la fin de la détente. La chaleur équivalente aura pour expression :

$$Ap_1ux,$$

p_1 est une pression qui dépend de la grandeur des orifices d'échappement.

De cette chaleur emportée par la vapeur et perdue, il faut retrancher la chaleur spécifique de l'eau de 0 à θ, température de l'atmosphère, chaleur qui est transportée à la chaudière par l'alimentation.

$$\int_0^\theta l dt.$$

Nous avons donc, pour la chaleur perdue,

$$Q' = \int_0^t l dt + (r - Apu)x + Ap_1ux - \int_0^\theta l dt$$

$$= \int_\theta^t l dt + (r - Apu)x + Ap_1ux. \qquad (78)$$

La chaleur fournie par la chaudière est d'ailleurs

$$Q=\int_{\theta}^{t_0} ldt+r_0x_0. \tag{79}$$

On a donc pour le travail mécanique :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}&=424\,(Q-Q')\\ &=424\left(\int_{t}^{t_0} ldt+r_0x_0-rx+Apux-Ap_1ux,\right)\end{aligned} \tag{80}$$

et pour le rendement calorifique définitif :

$$\rho_1=\frac{Q-Q'}{Q}=\frac{\int_{t}^{t_0} ldt+r_0x_0-rx+Apux-Ap_1ux}{\int_{\theta}^{t_0} ldt+r_0x_0}. \tag{81}$$

Ces formules sont analogues à celles des machines à condensation.

Si nous comparons le rendement tel qu'il résulte de l'équation ci-dessus à celui de la machine parfaite sans condensation, nous voyons qu'il en diffère par l'addition au numérateur du terme

$$-\int_{100}^{t} ldt+Apux-Ap_1ux.$$

Ce terme est nécessairement négatif.

Son importance dépend des valeurs de la pression p à la fin de la détente, et de la contre-pression p_1, qui résulte elle-même des dimensions données aux orifices de sortie ainsi que de la vitesse de marche des tiroirs.

Dans les locomotives à grande vitesse où le rapport de détente ne dépasse guère le chiffre 3 et où la contre-pression atteint ou dépasse 1 atmosphère et demie, le terme négatif dont nous avons donné l'expression acquiert une grande valeur. Il y a donc intérêt à adopter de trés-larges orifices d'échappement. Sous ce rapport, les systèmes de distribution actuellement en usage sont loin d'être très-satisfaisants, parce que les orifices ne sont démasqués que progressivement. Aussi les diagrammes de l'*Indicateur* de Watt à grande vitesse, sont-ils assez éloignés des diagrammes théoriques qu'il serait possible de réaliser.

53. **Formule pour calculer le degré de détente.** — Le degré de

détente est ordinairement une des données des problèmes pratiques relatifs aux machines à vapeur. Dans la théorie de la chaleur, au contraire, ce rapport ne peut guère se calculer qu'après les autres inconnues. C'est là une des raisons qui empêchent de donner pour les calculs pratiques des formules simples.

Si l'on appelle u le volume spécifique de la vapeur à la fin de la détente,

x la proportion de vapeur sèche à ce moment, le volume du kilogramme sera ux,

u_0, x_0 étant les quantités analogues à l'origine de la détente, le volume initial du kilogramme sera u_0x_0. Par conséquent, le rapport de détente δ n'est autre chose que,

$$\delta = \frac{ux}{u_0x_0}. \qquad (82)$$

54. **Résumé des formules relatives aux machines à vapeur. — Applications.** — Pour peu qu'on ait suivi avec attention le développement des considérations qui précèdent, on n'éprouvera pas de difficultés à résoudre les différents problèmes qui peuvent se présenter dans l'étude des machines à vapeur. Résumons les notations et les formules. En appelant :

t_0 la température correspondant à la pression dans la chaudière;
u_0 le volume de 1 kilogramme de vapeur sèche à t_0;
r_0 la chaleur de vaporisation correspondante, colonne 7 du tableau A;
$\int_0^{t_0} ldt$ la chaleur de l'eau correspondante, colonne 6 du tableau A;
x_0 la proportion de vapeur sèche contenue dans la vapeur au sortir de la chaudière;
t la température de la vapeur à la fin de la détente;
u le volume de 1 kilog. de vapeur sèche à t;
p la pression correspondante;
r la chaleur de vaporisation correspondante, colonne 7 du tableau A;
$\int_0^{t} ldt$ la chaleur de l'eau correspondante, colonne 6 du tableau A;

x la proportion de vapeur sèche contenue dans 1 kilogramme de vapeur à la fin de la détente, proportion plus grande qu'au commencement;

p_1 la contre-pression au condenseur ou dans les tuyaux d'échappement;

τ la température du condenseur;

θ la température de l'atmosphère;

δ le degré de détente;

on a :

$$x = 0{,}50 + \frac{x_0 - 0{,}50}{147 + t_0}(147 + t). \qquad (51)$$

Le travail mécanique a pour expression :

$$\mathfrak{T} = 424\left[\int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0 - r x + Apux\left(1 - \frac{p_1}{p}\right)\right]. \qquad (80)$$

Le rendement théorique possible est :

$$\rho = \frac{t_0 - t}{273 + t_0}. \qquad (66)$$

Le rendement calorifique réel est :

Machines à condensation. . $\rho_1 = \frac{\mathfrak{T}}{424} \frac{1}{\int_\tau^{t_0} l dt + r_0 x_0}. \qquad (75)$

Machines sans condensation. $\rho_2 = \frac{\mathfrak{T}}{424} \frac{1}{\int_\theta^{t_0} l dt + r_0 x_0}. \qquad (81)$

Enfin le rapport de détente est donné par la formule

$$\delta = \frac{ux}{u_0 x_0}. \qquad (82)$$

Ces formules rappelées, nous allons les appliquer à plusieurs problèmes pratiques dans lesquels on trouvera la marche à suivre pour résoudre les différentes questions qui peuvent se présenter sur les machines à vapeur.

Premier problème. — *La vapeur est à six atmosphères dans la chaudière, elle contient 10 pour 100 d'eau. A la fin de la détente, sa pression est $\frac{6}{10}$ d'atmosphère, la contre-pression au condenseur étant*

de $\frac{1}{10}$ d'atmosphère. On demande de calculer le travail de la vapeur, le degré de détente et les températures au commencement et à la fin de la détente?

La température de la vapeur dans la chaudière est donnée par le tableau A, colonne 4. Elle est de 159°,22. On trouvera dans la même colonne, en face du chiffre 0,8, la température de la vapeur à la fin de la détente; elle est de 86°,32. Les volumes spécifiques respectifs sont (colonne 8) :

$$u_0 = 0,3058$$
$$u = 2,6638.$$

On a d'ailleurs $x_0 = 0,90$.

Pour calculer la proportion x de vapeur sèche à la fin de la détente, on peut ou faire usage des courbes de détente, planche 1, ou employer la formule empirique (51) :

$$x = 0,50 + \frac{x_0 - 0,50}{147 + t_0}(147 + t). \qquad (51)$$

formule dans laquelle on fera :

$$t_0 = 159°,22$$
$$t = 86°,32$$
$$x_0 = 0,90.$$

Elle donnera :

$$x = 0,8046.$$

Les courbes de la planche 1 donnent à vue d'œil :

$$x = 0,803.$$

Ce chiffre est probablement plus exact que le précédent, mais en général il vaudra mieux se servir de la formule pour éviter toute erreur de lecture des courbes. Adoptons :

$$x = 0,804.$$

Le degré de détente aura pour valeur :

$$\delta = \frac{ux}{u_0 x_0} = \frac{2,6638 \times 0,804}{0,3058 \times 0,900} = 7,79.$$

Calculons le travail mécanique au moyen de la formule (82). Prenons la table A. En face de six atmosphères, on trouve :

$$r_0 = \text{col. } 7 = 494,11$$
$$\int_0^{t_0} l dt = \text{col. } 6 = 161,10.$$

En face de 0 atm. 6, on trouve :

$$r = \text{col. } 7 = 545,94$$
$$\int_0^{t} l dt = \text{col. } 6 = 86,57$$
$$Apu = \text{col. } 5 = 38,95.$$

Par suite :

$$\int_t^{t_0} l dt = 161,10 - 86,57 = 74,53$$
$$r_0 x_0 = 494,11 \times 0,90 = 444,79$$
$$rx = 545,94 \times 0,804 = 439,92$$
$$Apux = 38,95 \times 0,804 = 31,32$$
$$1 - \frac{p_1}{p} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

On a donc pour le travail mécanique (équation 80) :

$$\mathfrak{T} = 424\left(74,53 + 444,70 - 439,92 + \frac{5}{6} 31,32\right)$$
$$= 424 \times 105,41 = 44694 \text{ kilogrammètres.}$$

Le rendement théorique possible d'une machine à vapeur entre 159°,22 et 46°,21, température du condenseur, est (équation 66) :

$$\frac{159,22 - 46,21}{273 + 159,22} = 0,261.$$

Le rendement calorifique réel est de (équation 75) :

$$\frac{105,41}{161,10 \times 444,70} = 0,171.$$

Par conséquent, la machine n'utilise que la fraction

$$\frac{0,171}{0,261} = 0,654, \quad \text{soit} \quad 65 \text{ p. } 100$$

du travail qui pourrait être théoriquement utilisé.

Deuxième problème. — *Une machine locomotive prend de la vapeur à sept atmosphères contenant 30 pour 100 d'eau, et la détente commence aux* $\frac{60}{100}$ *de la course ; on demande les divers éléments du rendement de la machine? On suppose la contre-pression dans le tuyau d'échappement égale à* $1^{at},20$, *et la pression dans le cylindre égale à la pression dans la chaudière, c'est-à-dire à sept atmosphères.*

On aura d'après les données, en consultant le tableau A :

$$t_0 = 165^\circ,34$$
$$r_0 = 489,72$$
$$\int_0^{t_0} ldt = 167,35$$
$$u_0 = 0,2638$$

Le degré de détente $\delta = \frac{100}{60} = 1,67$

$$x_0 = 0,70.$$

La température correspondante à la contre-pression de l'échappement, 1,20, est :

$$\tau = 105,17.$$

Il est impossible de calculer directement la pression à la fin de la détente. Nous l'obtiendrons par tâtonnements.

Supposons d'abord dans la formule (82), $x = x_0$, on aura :

$$\delta = \frac{u}{u_0}, \quad \text{ou} \quad 1,67 = \frac{u}{0,2638},$$

d'où $u = 0,4397$. La pression correspondante serait comprise entre 4 atmosphères et 4 atm. 10.

Pour 4^{at} $u = 0,4461$
Pour $4^{at},10$ $u = 0,4358.$

L'interpolation démontre que la pression sera 4 atm. 16, et la température correspondante $144^\circ,53$.

Dès lors on aura pour x (équation 51) :

$$x = 0,50 + \frac{0,70 - 0,50}{147 + 165,34}(147 + 144,53) = 0,687.$$

Portant cette valeur de x dans l'expression de δ, (82), on aura :

$$u = \frac{\delta u_0 x_0}{x} = \frac{1,67 \times 0,2638 \times 0,70}{0,687} = 0,448.$$

On peut adopter cette seconde valeur qui donne pour la température et la pression, à la fin de la détente :

$$p = 4^{at},00$$
$$t = 144^{\circ},00.$$

Une fois ces quantités connues, le problème s'achève comme le précédent, on a :

$$\int_0^t l dt = 145,53$$
$$r = 505,02$$
$$Apu = 43,49.$$
$$\int_t^{t_0} l dt = 167,35 - 145,53 = 21,82$$
$$r_0 x_0 = 489,72 \times 0,70 = 342,80$$
$$rx = 505,02 \times 0,687 = 346,93$$
$$Apux = 43,49 \times 0,687 = 29,88$$
$$1 - \frac{p_1}{p} = 1 - \frac{1,20}{4} = 0,70.$$

L'expression du travail mécanique de 1 kilog. de vapeur sera donc (équation 80) :

$$\mathfrak{T} = 424(21,82 + 342,80 - 346,93 + 29,88 \times 0,70)$$
$$= 424 \times 38,61 = 16,371 \text{ kilogrammètres.}$$

Enfin la chaleur fournie par la chaudière aura pour valeur (équation 81), l'atmosphère étant supposée à 15° :

$$167,35 - 15 + 342,80 = 495,15.$$

Le rendement effectif de la machine sera donc (équation 81) :

$$\frac{38,61}{495,15} = 0,078.$$

Le rendement possible théoriquement serait (équation 66) :

$$\frac{165,34 - 100}{273 + 165,34} = 0,149.$$

Par conséquent, la machine n'utilise qu'une fraction égale à

$$\frac{0,078}{0,149} = 0,523, \quad \text{soit} \quad 52 \text{ p. } 100$$

du travail qui pourrait être utilisé théoriquement.

55. **Examen de la formule usuelle pour le calcul du travail de la vapeur.** — Depuis longtemps on emploie une formule très-simple pour le calcul du travail de la vapeur, nous allons la comparer à la formule que nous avons établie.

Soit P la pression de la vapeur dans le cylindre avant la détente ;

V le volume du kilogramme de vapeur sèche ;

p la contre-pression ;

n le rapport de détente ;

Le travail de pleine pression sera PV ;

Celui de la détente, en admettant qu'elle s'accomplisse conformément à la loi de Mariotte, aura pour valeur :

$$PV \log nep\, n,$$

et le travail de la contre-pression sera :

$$Vnp.$$

Le travail effectif de 1 kilogramme de vapeur sera donc :

$$\mathcal{E}' = PV + PV \log nep\, n - nVp. \qquad (83)$$

Telle est la formule donnée par le général Poncelet et qui a été constamment appliquée depuis, par les ingénieurs.

Cette formule s'appuie sur une hypothèse qui n'a jamais été bien vérifiée, à savoir : que les pressions varient en raison inverse des volumes ; mais on peut se demander si en raison de sa simplicité et surtout en raison de sa facile adaptation aux machines à vapeur, elle ne doit pas être conservée à titre de formule empirique. Pour le savoir, nous avons dressé le tableau ci-contre, qui contient en regard des résultats donnés par cette formule ceux qui résultent de la théorie de la chaleur.

Nous avons calculé le volume V au moyen des tables usuelles de MM. Flachat et Petiet ; ces tables diffèrent assez notablement de celles de Zeuner, qu'il est plus rationnel d'adopter en l'absence d'expériences directes ; mais nous avons voulu établir une comparaison complète entre l'ancien mode de calcul et le nouveau.

COMPARAISON DE LA FORMULE EXACTE DU TRAVAIL MÉCANIQUE PRODUIT PAR 1 KILOGRAMME DE VAPEUR SÈCHE, AVEC LES RÉSULTATS DE LA FORMULE USUELLE.

NUMÉROS.	VOLUME INITIAL DE LA VAPEUR, d'après les tables usuelles. V	PRESSION à la chaudière. P	PRESSION RÉELLE à la fin de la détente.	PRESSION à la fin de la détente, calculée d'après la loi de Mariotte. $\frac{P}{n}$	PRESSION au condenseur. p	RAPPORT du volume final au volume initial. n	PROPORTION de vapeur sèche à la fin de la détente. x	TRAVAIL mécanique exact. $\mathfrak{T}$	TRAVAIL mécanique calculé par la formule usuelle. $\mathfrak{T}'$	ERREUR pour cent de la formule usuelle. $100\frac{\mathfrak{T}-\mathfrak{T}'}{\mathfrak{T}}$
	m. c.									
1	0,251	8 atmosphères ou 82,672 kil.	0m,0497 ou 676 kil.	0m,0828	676 kil.	71,75	0,788	67,336 kil.	97,143 kil.	31 p. 100
2	0,385	5 atmosphères ou 51,670 kil.	1/2 atmosphère ou 5,167 kil.	6,714 kil.	1,290 kil. ou $\frac{1}{8}$ atmosphère.	7,67	0,882	47,560 kil.	56,566 kil.	19 p. 100
3	0,283	7 atmosphères ou 72,358 kil.	1 atmosphère 1/2 ou 15,501 kil.	18,653 kil.	1 atmosphère ou 10,333 kil.	3,87	0,914	31,388 kil.	36,792 kil.	17 p. 100
4	0,472	4 atmosphères ou 41,336 kil.	2 atmosphères ou 20,668 kil.	22,209 kil.	1 atm. 1/2 ou 15,501 kil.	1,86	0,9595	16,120 kil.	17,997 kil.	11,60 p. 100

Des exemples contenus dans le tableau précédent, on peut conclure que les tables et formules usuelles exagèrent le volume initial et la pression finale de la vapeur, et qu'il résulte de leur emploi une erreur en plus qui est d'au moins 10 pour 100 pour les faibles détentes et de 20 pour 100 pour les longues détentes.

Le sens de cette erreur est facile à rendre sensible aux yeux. Superposons les diagrammes du travail évalué par nos formules, puis par la formule usuelle, par exemple pour le troisième cas du tableau précédent (fig. 13):

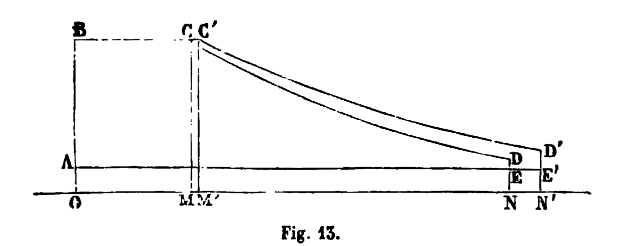


Fig. 13.

Le trapèze curviligne ABCDE représentera le travail de 1 kilogramme de vapeur évalué exactement.

Le trapèze ABC'D'E' représentera le travail mécanique évalué par les tables et formules usuelles ; il exagère le volume initial et par suite le volume final, qui n'est autre que le volume initial multiplié par le rapport de détente. Enfin il exagère la pression finale en appliquant pour l'évaluer la loi de Mariotte.

Cette exagération des formules usuelles éclaire à nos yeux bien des faits jusqu'ici inexpliqués. Par exemple, la réduction pratique que l'on fait subir au résultat de la formule usuelle pour calculer le travail de la vapeur, nous avait toujours semblé plus considérable que celle qui serait calculée en tenant compte du frottement des pièces de la machine. L'excès de pression nécessaire pour l'échappement nous avait toujours paru exagéré. Le diagramme ci-dessus démontre que les anciennes formules augmentent beaucoup cet excès DE. En réalité, la pression à la fin de la détente est toujours plus faible que ne le comporte la loi de Mariotte. Dans l'exemple que nous avons choisi, l'excès de pression DE, au lieu d'être de

$$18{,}653 - 10{,}330 = 8323^{k},$$

ainsi que l'indiquerait la loi de Mariotte appliquée à la détente, n'est en réalité que de

$$15{,}501 - 10{,}330 = 5171^{k},$$

c'est-à-dire des $\frac{2}{3}$ seulement de l'excès calculé par les anciennes formules.

56. **Introduction dans la formule usuelle de la proportion d'eau entraînée par la vapeur.** — Nous avons démontré dans ce chapitre que la proportion d'eau entraînée par la vapeur diminue le rendement calorifique des machines à vapeur à condensation de moins de 5 pour 100 et celui des machines sans condensation de moins de 10 pour 100.

Dans le système des théories ou plutôt des usages actuels (car il faut bien le dire, il n'a jamais été fait jusqu'à ces dernières années de théorie des machines à vapeur), la quantité de travail mécanique effectuée par un kilogramme de vapeur humide contenant une proportion x_0 de vapeur sèche est égale à la quantité de travail qui serait effectuée par la vapeur sèche, multipliée par la fraction x_0. En d'autres termes, on considère l'eau entraînée comme un corps inerte. Ce système a pour effet de réduire plus que de raison l'évaluation d'abord exagérée du travail, et par suite de diminuer l'erreur commise et quelquefois d'en changer le sens. C'est ce que démontrera le tableau suivant dans lequel nous reprenons les quatre cas déjà considérés dans le tableau précédent, mais en supposant la proportion d'eau entraînée par la vapeur égale à 0,30.

COMPARAISON DE LA FORMULE EXACTE DU TRAVAIL MÉCANIQUE PRODUIT PAR 1 KILOG. DE VAPEUR CONTENANT 30 P. 100 D'EAU, AVEC LE RÉSULTAT DE LA FORMULE USUELLE

NUMÉROS.	TRAVAIL MÉCANIQUE ÉVALUÉ EXACTEMENT. $\mathfrak{T}$	TRAVAIL MÉCANIQUE CALCULÉ PAR LA FORMULE USUELLE. $\mathfrak{T}'$	ERREUR POUR CENT DE LA FORMULE USUELLE. $100\frac{\mathfrak{T}-\mathfrak{T}'}{\mathfrak{T}}$.
1	58,7[illegible]2 km.	68,000 km.	+ 16 pour 100
2	39,970 —	30,596 —	— 0,9 pour 100
3	27,055 —	25,754 —	— 4,80 pour 100
4	13,487 —	12,598 —	— 6,66 pour 100

Les chiffres de la dernière colonne font voir que les imperfections de la formule usuelle sont en parties corrigées, lorsqu'on tient compte de l'eau entraînée en se bornant à multiplier le travail qui correspondrait à l'emploi de la vapeur sèche par un coefficient de réduction qui n'est autre que la proportion de vapeur sèche contenue dans 1 kilogramme de vapeur humide au sortir de la chaudière. L'erreur qui était *en plus* quand on considérait la vapeur sèche devient une erreur *en moins* quand on considère de la vapeur contenant 30 pour 100 d'eau.

Comme dernière étude comparative, appliquons la formule usuelle aux deux problèmes que nous avons traités plus haut. Nous aurons pour le travail mécanique :

Premier problème.

$$\mathfrak{T}' = 0{,}90 \times 0{,}3261(62{,}004 + 62{,}004 \,\text{lognep}\, 7{,}79 - 7{,}79 \times 1033)$$

Deuxième problème.

$$\mathfrak{T}' = 0{,}70 \times 0{,}2834(72{,}338 + 72{,}338 \times \text{lognep}\, 1{,}67 - 1{,}67 \times 12{,}400)$$

Tous calculs faits :

$\mathfrak{T}' = 53{,}136^{km}$	*Premier problème,*	nous avions trouvé	$44{,}694^{km}$
$\mathfrak{T}' = 17{,}566$	*Deuxième problème,*	—	$16{,}371$

La formule usuelle donne partout des résultats exagérés, quoique les proportions d'eau entraînées s'élèvent à des chiffres élevés. Les erreurs respectives sont de 18,90 et 7,26 pour 100.

Après ces différentes comparaisons, on peut conclure que la formule usuelle fournit généralement des résultats exagérés surtout pour les grandes détentes. Quant à donner une règle pour affecter cette formule d'un coefficient de correction, les comparaisons faites ci-dessus démontrent que ce serait chose fort difficile. L'écart entre les deux formules dépend d'un grand nombre de circonstances.

Tout en conservant la formule usuelle comme moyen d'approximation, les ingénieurs doivent se servir des nouvelles formules dont l'emploi ne présente d'ailleurs aucune difficulté, une fois qu'on s'est familiarisé avec elles.

57. **Table C pour le calcul du travail mécanique de la vapeur.** — Les ingénieurs sont souvent dans l'impossibilité, faute de temps,

d'étudier à nouveau les formules pour les appliquer. Dans ce cas, l'emploi d'une table simplifie beaucoup les calculs et rend de grands services.

C'est pour répondre à cette exigence que nous avons calculé les tables C qui contiennent dix tableaux relatifs au travail mécanique produit par 1 kilogramme de vapeur sèche dans une machine à vapeur, la pression initiale étant :

12, 10, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1at,20 atmosphères.

On trouvera ces tables à la fin de cet ouvrage. En voici la composition :

La colonne 1 de chaque tableau donne les pressions de la vapeur à la fin de la détente, la colonne 2, la proportion de vapeur sèche à ce même moment ; la colonne 3, le rapport de détente, c'est-à-dire le rapport du volume final de la vapeur au volume initial. Les colonnes 4 et 5 donnent le travail mécanique évalué en kilogrammètres dans l'hypothèse où la machine est sans condensation, et où la contre-pression de l'échappement est de 1 atmosphère 20 ou 1 atmosphère seulement.

Enfin les colonnes 6 et 7 donnent ce même travail mécanique pour une machine à condensation, la contre-pression à l'échappement étant de $\frac{2}{10}$ et $\frac{1}{10}$ d'atmosphère. L'usage de cette table est facile à comprendre. Par exemple, si on prend le tableau n° 1, relatif à une pression initiale de la vapeur de 12 atmosphères, on y verra que lorsque la pression à la fin de la détente est descendue à 1 atm. 40, la contre-pression étant 1 atm. 20, la vapeur contient 0,883 de vapeur sèche et par suite 0,117 d'eau. Son volume est égal à 6,65 fois le volume primitif, et le travail produit est de 38,700 kilogrammètres.

Si l'on prend le tableau n° 6 relatif à la pression initiale de cinq atmosphères, on constate que lorsque la contre-pression est de $\frac{1}{10}$ d'atmosphère dans une machine à condensation, et que la pression est descendue à la fin de la détente à $\frac{2}{10}$ d'atmosphère, la proportion de vapeur sèche est de 0,8466 par kilogramme, le volume

occupé est égal à 17,61 fois le volume initial, et le travail produit est de 55,383 kilogrammètres.

La table C permet de résoudre facilement tous les problèmes que nous avons examinés déjà. Lorsque les données ne concordent pas exactement avec celles du tableau, on procède par interpolation. Nous recommandons, dans ce cas, d'employer l'*interpolation graphique*, qui est certainement la plus simple.

Un double décimètre et un crayon suffisent pour opérer à vue d'œil une interpolation très-suffisamment exacte.

Exemple. — *On demande les éléments relatifs à une machine à vapeur à condensation dans laquelle on emploie la vapeur à* 5 *atmosphères avec une détente de onze fois le volume initial, la contre-pression est de* $0^{at},10$.

Le tableau n° 1 montre que ces éléments sont compris entre les colonnes horizontales 0,4 et 0,2.

On fera donc la construction suivante : Sur une ligne horizontale on prendra trois points équidistants, correspondant à 0,6, 0,4, 0,2. On élèvera des perpendiculaires et l'on tracera la courbe des x avec les trois ordonnées,

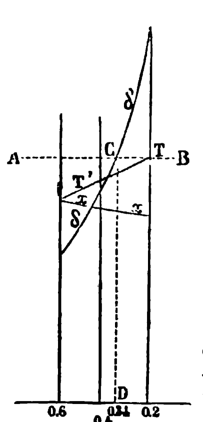


Fig. 14.

0,8898, 0,8730, 0,8466,

celle des δ avec les trois ordonnées,

6,55, 9,43, 17,61,

enfin celle des $\mathfrak{T}$ avec les trois ordonnées,

46,470, 50,456, 55,383.

On tracera une horizontale AB à la hauteur $\delta = 11$ au-dessus de l'axe horizontal. Cette ligne coupera la courbe du δ en un point C. Menant l'ordonnée CD, elle rencontrera chacune des courbes en des points qui donnent la solution. On trouvera ainsi :

$$x = 0,850, \qquad \mathfrak{T} = 51,500^{km}.$$

Ces chiffres sont approximatifs, mais d'une exactitude bien suffisante pour la pratique.

Si la contre-pression n'était pas exactement l'une de celles du

tableau, c'est-à-dire $\frac{1}{10}$ ou $\frac{2}{10}$ d'atmosphère, on chercherait la solution dans la double hypothèse où la contre-pression serait de $\frac{1}{10}$, puis de $\frac{2}{10}$ d'atmosphère, et on interpolerait entre les résultats ainsi obtenus.

Toutes les fois d'ailleurs qu'on aura besoin d'une grande exactitude, il faudra recourir aux formules que nous avons données sous les numéros (51), (80) et (82).

58. **Circonstances qui diminuent le rendement théorique des machines à vapeur.** — Nous savons maintenant calculer le travail mécanique de la vapeur sèche ou humide en tenant compte du degré de détente et de la contre-pression. Nous avons d'ailleurs admis, dans l'établissement de la formule (80), que la pression dans le cylindre était égale à la pression dans la chaudière, c'est-à-dire que la vapeur s'y introduisait sans perte de pression. L'équation (80) et la table C nous donnent ainsi ce qu'on peut appeler le travail théorique de la vapeur dans une machine. Mais diverses circonstances, dont quelques-unes ont été déjà mentionnées, mais non analysées diminuent la valeur du travail théorique, ou augmentent sans profit la consommation de vapeur. Parmi ces causes, les unes peuvent être calculées ; pour les autres, on est réduit à les apprécier au moyen de données pratiques assez incertaines.

Dans la première catégorie, nous comprenons :

1° L'influence de l'eau entraînée ;
2° L'influence des espaces nuisibles ;
3° La dépression de la vapeur dans le cylindre.

Dans la seconde catégorie :

4° Les condensations de la vapeur dans le tuyau d'amenée ;
5° Les condensations de la vapeur sur les parois du cylindre ;
6° L'imperfection de la distribution.

Nous allons examiner ces divers points.

59. **Influence de l'eau entraînée.** — Nous avons déjà examiné l'influence de l'eau entraînée par la vapeur sur le rendement des machines parfaites, c'est-à-dire à très-longues détentes. Voyons ce que deviendra cette influence pour des machines sans détente.

Faisons dans les formules (80) et (81) $t=t_0$, $r=r_0$, $x=x_0$, il viendra :

$$\rho=\frac{Ap_0u_0x_0\left(1-\frac{p_1}{p_0}\right)}{\int_0^{t_0} ldt+r_0x_0}.$$

Si la vapeur était sèche, il faudrait faire dans cette équation $x_0=1$; on aurait pour le rendement :

$$\rho'=\frac{Ap_0u_0\left(1-\frac{p_1}{p_0}\right)}{\int_0^{t_0} ldt+r_0}.$$

Le rapport $\frac{\rho}{\rho'}$ sera :

$$\frac{\rho}{\rho'}=\frac{x_0\left(\int_0^{t_0} ldt+r_0\right)}{\int_0^{t_0} ldt+r_0x_0}=\frac{\int_0^{t_0} ldt+r_0}{\frac{1}{x_0}\int_0^{t_0} ldt+r_0}.$$

Voici un tableau de ses valeurs pour divers cas.

INFLUENCE SUR LE RENDEMENT DE LA QUANTITÉ D'EAU ENTRAÎNÉE PAR LA VAPEUR DANS UNE MACHINE SANS DÉTENTE.

PROPORTION D'EAU ET DE VAPEUR POUR 1 KILOGRAMME DU MÉLANGE.		RAPPORT $\frac{\rho}{\rho'}$.		
VAPEUR.	EAU.	$t_0=180°$ 10 atmosphères.	$t_0=160°$ 6 atmosph., 2	$t_0=140°$ 3 atmosph., 6
1,00	»	1,00	1,000	»
0,80	0,20	0,949	0,944	0,954
0,60	0,40	0,851	0,867	0,882

La perte de rendement est très-faible tant que la proportion d'eau entraînée ne dépasse pas 5 ou 6 pour 100, mais elle atteint 12 et 15 pour 100, lorsque la proportion d'eau entraînée devient considérable. D'après cela, on pourrait dire que la perte de rendement qui résulte de l'eau entraînée varie de 0 à 15 pour 100 dans les machines sans condensation et sans détente, qui peuvent en-

traîner jusqu'à 40 pour 100 d'eau. Nous avions déjà trouvé que dans les machines sans condensation à longue détente l'eau entraînée pouvait occasionner une perte de rendement de 9 pour 100. D'après cela on voit que la perte de rendement est d'autant plus grande que la détente est plus restreinte.

L'eau entraînée a aussi une certaine influence sur la puissance de la machine. S'il n'y a pas de détente, cette influence est nulle; mais si la détente est prolongée, l'influence est très-sensible. La formule (80) peut se mettre sous la forme :

$$\varpi = A + Bx_0 - Cx.$$

Le travail produit pour un volume de vapeur consommée égal à 1 est :

$$\frac{\varpi}{u_0 x_0} = \frac{A}{u_0 x_0} + \frac{B}{u_0} - \frac{Cx}{u_0 x_0}.$$

Or, le degré de détente $\delta = \frac{ux}{u_0 x_0}$. L'expression précédente peut s'écrire :

$$\frac{\varpi}{u_0 x_0} = \frac{A}{u_0 x_0} + \frac{B}{u_0} - \frac{C\delta}{u}.$$

Les termes A, C et u sont fonctions du degré de détente, mais ils varient très-lentement et l'on peut dire que la variation résulte principalement du terme

$$\frac{A}{u_0 x_0},$$

dans lequel $A = 424 \int_t^{t_0} l dt.$

De cette remarque on peut conclure que la puissance d'une machine dont le cylindre et le degré de détente sont donnés, augmente à mesure que la vapeur qui l'alimente est plus chargée d'eau. Par exemple une locomotive qui emploiera de la vapeur humide sera plus puissante que si elle employait de la vapeur sèche. Mais elle consommera plus de combustible.

60. **Des espaces nuisibles.** — Les espaces nuisibles comprennent le vide laissé derrière le piston, et celui des conduits de distribution. Leur volume total varie du $\frac{1}{10}$ au $\frac{1}{50}$ du volume parcouru

par le piston, et il est d'autant plus réduit que la marche des machines est plus lente.

Dans les machines marines, les espaces nuisibles ont les proportions suivantes :

Machines à balancier.	2 à 2 1/2 p. 100.
Machines à connexion directe à roues.	5 à 6 p. 100.
Machines à hélice.	7 à 8 p. 100.

Pour les machines à deux cylindres dites de Wolff, les espaces nuisibles comprennent aussi le volume des conduits qui relient le gros cylindre au petit cylindre, conduits qui, dans les machines où les deux pistons marchent parallèlement, occupent toute la longueur de ces cylindres.

En étudiant la distribution d'une machine, on reconnaît immédiatement que la vapeur des espaces nuisibles n'effectue aucun travail de *pleine pression*. Elle contribue seulement à augmenter la pression pendant la détente, et c'est ainsi qu'elle produit un certain travail mécanique. Si l'on suppose que la détente soit poussée jusqu'à sa limite théorique, c'est-à-dire jusqu'à ce que la pression descende au niveau de la pression du condenseur, on aura tiré tout le parti possible de la quantité de vapeur employée, et l'on peut se demander si le résultat aura été le même que si les espaces nuisibles n'existaient pas. Le calcul va nous démontrer que ces espaces causent toujours une perte de rendement et que cette perte est d'autant plus grande que la détente est plus prolongée. Pour cela, analysons ce qui se passe pendant la distribution. Au moment où la vapeur se précipite dans les espaces nuisibles, elle est poussée par la pression qui règne dans la boîte à tiroir, mais en pénétrant dans le cylindre, elle rencontre le vide ou du moins une pression très-faible et que l'on peut négliger, de sorte qu'elle-même ne produit aucun travail. Pendant cette introduction, la chaleur reçue ou émise est nulle dans l'hypothèse de l'imperméabilité des parois. Par conséquent, la chaleur interne finale est égale à la chaleur interne initiale augmentée du travail d'introduction. Si l'on appelle X_0 la proportion de vapeur sèche contenue dans la vapeur des espaces nuisibles, r_0, x_0, Ap_0u_0, t_0 les notations déjà plusieurs fois

expliquées et relatives à la vapeur de la chaudière, on aura (équation (3) :

$$\int_0^{t_0} ldt + (r_0 - Ap_0u_0)X_0 = \int_0^{t_0} ldt + (r_0 - Ap_0u_0)x_0 + Ap_0u_0x_0, \qquad (84)$$

d'où l'on tire :

$$X_0 = \frac{r_0x_0}{r_0 - Ap_0u_0} = x_0 \frac{1}{1 - \frac{Ap_0u_0}{r_0}}. \qquad (85)$$

Si la valeur donnée par cette équation est plus petite que 1, la vapeur des espaces nuisibles sera restée en présence d'un excès d'eau, par conséquent elle sera saturée mais *plus sèche* que la vapeur de la chaudière, sa pression sera la même que celle de la chaudière, sa température sera également la même, et l'hypothèse qui nous a servi à établir l'équation (84) sera justifiée.

Si au contraire la valeur de X_0 donnée par l'équation (86) est plus grande que 1, l'hypothèse qui a servi de base à l'équation (84) est inexacte. La vapeur s'est *surchauffée*, et sa température s'est élevée.

Les valeurs limites de x_0 pour lesquelles ce phénomène se produit sont les suivantes :

PRESSIONS LA CHAUDIÈRE.		
$1^{at},20$	$x_0 = \frac{r_0 - Ap_0u_0}{r_0}$. . . .	0,925
2^{at}.		0,920
5^{at}.		0,912
10^{at}.		0,904

Ces valeurs se rapprochent beaucoup du chiffre constant 0,91. *Par conséquent, toutes les fois que la vapeur qui vient de la chaudière, contiendra moins de* 9 *pour* 100 *d'eau, la vapeur des espaces nuisibles sera surchauffée.* Cette circonstance doit se présenter assez fréquemment dans les bonnes machines, mais le plus souvent, la proportion d'eau dépasse la limite de 9 pour 100, en sorte que la vapeur des espaces nuisibles reste saturée.

Supposons qu'on soit dans ce dernier cas : appelons *e* le volume

de l'espace nuisible, celui du cylindre étant 1. Soit n le degré de détente apparent, δ le degré de détente réel. Le volume engendré par le piston pendant la pleine pression sera représenté par $\frac{1}{n}$.

Le poids de vapeur introduit dans les espaces nuisibles a pour valeur $\frac{e}{u_0 x_0}$.

Celui qui est introduit pendant la pleine pression est $\frac{1}{nu_0 x_0}$.

Le poids total de vapeur consommée a donc pour expression :

$$\frac{e}{u_0 X_0} + \frac{1}{nu_0 x_0}.$$

Au commencement de la détente, on peut considérer les deux vapeurs qui sont à la même température et à la même pression comme étant mélangées et donnant une vapeur humide résultante contenant une proportion de vapeur sèche que nous désignerons par X. On aura l'équation :

$$\frac{e}{u_0 X_0} + \frac{1}{nu_0 x_0} = \frac{e + \frac{1}{n}}{u_0 X}, \tag{86}$$

équation d'où l'on tire :

$$X = \frac{1 + ne}{\frac{1}{x_0} + \frac{ne}{X_0}}. \tag{87}$$

La composition de la vapeur au commencement de la détente sera ainsi connue. On a pour le travail mécanique développé pendant la pleine pression,

$$424 \frac{1}{nu_0 x_0} \times Ap_0 u_0 x_0, \quad \text{ou} \quad 424 \frac{Ap_0}{n}.$$

Celui qui est développé pendant la détente s'obtiendra en retranchant la chaleur interne finale de la chaleur interne initiale. En se reportant aux notations et aux préliminaires de l'équation (80), on verra que cette différence a pour expression :

$$424 \frac{e + \frac{1}{n}}{u_0 X} \left\{ \begin{array}{l} \int_0^{t_0} l dt + (r_0 - Ap_0 u_0) X \\ - \int_0^{t} l dt - (r - Apu) x - Ap_1 u x \end{array} \right\}$$

Soit, après réductions :

$$-424\left(e+\frac{1}{n}\right)\mathrm{A}p_0$$

$$+424\frac{e+\frac{1}{n}}{u_0\mathrm{X}}\left\{\int_t^{t_0} ldt+r_0\mathrm{X}-rx+\mathrm{A}pux\left(1-\frac{p_1}{p}\right)\right\}.$$

Ajoutons enfin au travail celui de la pleine pression, et nous aurons, pour le travail développé dans le cylindre de volume égal à 1 :

$$\frac{e+\frac{1}{n}}{u_0\mathrm{X}}\left\{\int_t^{t_0} ldt+r_0\mathrm{X}-rx+\mathrm{A}pux\left(1-\frac{p_1}{p}\right)\right\}-\mathrm{A}p_0e.$$

Le poids de la vapeur consommée est $\frac{e+\frac{1}{n}}{u_0\mathrm{X}}$, nous obtiendrons le travail mécanique $\mathfrak{T}$ produit par 1 kilogramme de vapeur, en divisant l'expression précédente par cette fraction, nous aurons finalement :

$$\mathfrak{T}=424\left\{\int_t^{t_0} ldt+r_0\mathrm{X}-rx+\mathrm{A}pux\left(1-\frac{p_1}{p}\right)\right\}$$
$$-424\frac{\mathrm{A}p_0u_0\times e}{e+\frac{1}{n}}, \qquad (88)$$

formule analogue, sauf l'addition du dernier terme, à la formule (80).

Enfin il reste à calculer le degré de détente réel δ, connaissant l'espace nuisible e et la détente apparente n.

Pour une *machine à un cylindre*, on aura pour le degré réel δ, pour le volume final $1+e$, pour le volume initial, $e+\frac{1}{n}$, par conséquent :

$$\delta=\frac{1+e}{e+\frac{1}{n}}, \quad \text{d'où} \quad n=\frac{\delta}{1+e-\delta e}. \qquad (89)$$

Pour une *machine à deux cylindres du système de Wolff*, si l'on appelle toujours e l'espace nuisible du petit cylindre dont le volume est représenté par 1, n son degré de détente apparent, V le volume

du grand cylindre, E l'espace nuisible du grand cylindre, comprenant les conduits de communication, N la détente apparente, Δ la détente réelle dans l'ensemble des deux cylindres, le volume initial sera :

$$e+\frac{1}{n},$$

et le volume final :

$$V+E.$$

La détente réelle aura donc pour expression :

$$\Delta=\frac{V+E}{e+\frac{1}{n}}=\frac{nV+nE}{1+ne}. \quad (90)$$

La détente apparente, c'est-à-dire calculée sans tenir compte des espaces nuisibles, est :

$$N=\frac{V}{\frac{1}{n}}=nV. \quad (91)$$

On a donc :

$$n=\frac{N}{V}.$$

Portant cette valeur dans l'équation (90), elle devient :

$$\Delta=\frac{NV+NE}{V+Ne}. \quad (92)$$

La détente réelle est toujours fort différente de la détente apparente. Par exemple, dans une machine à un cylindre pour laquelle on aurait $n=20$, $e=\frac{1}{20}$, la détente réelle serait, d'après l'équation (89) :

$$\delta=\frac{1+\frac{1}{20}}{\frac{1}{20}+\frac{1}{20}}=\frac{421}{40}=10,5.$$

Pour une machine à deux cylindres qui présenterait les dimensions suivantes :

$$V=4, \quad n=2, \quad e=\frac{1}{6}, \quad E=\frac{1}{7},$$

Les équations (91) et (92) donneraient :

Détente apparente.. $N=8$

Détente réelle. . . $\Delta=\dfrac{8\times 4+\frac{8}{7}}{4+\frac{8}{6}}=\dfrac{33,14}{5,33}=6,22.$

Les équations (85), (87), (88), (89), (92), permettent de calculer tous les éléments d'une machine à vapeur en tenant compte des espaces nuisibles. Seulement nous rappellerons que si la vapeur de la chaudière contient moins de 9 pour 100 d'eau, celle des espaces nuisibles sera *surchauffée*, et notre théorie ne sera plus applicable.

Voici un exemple de calcul.

Problème. — *La vapeur est à 7 atmosphères et contient 10 pour 100 d'eau. La distribution a lieu sur le quart de la course du piston, le volume de l'espace nuisible étant de* $\frac{1}{15}$ *du volume total engendré par le piston. La contre-pression est de 1 atmosphère 20. On demande de calculer les éléments de la machine avec ou sans espaces nuisibles.*

D'après nos notations, on a ici :

$$n=4,\quad e=\frac{1}{15^e},\quad p_1=1^{at},20,\quad t_0=165^\circ,34.$$

La table A nous donnera :

$$r_0-Ap_0u_0=444,71$$
$$r_0=489,72$$
$$u_0=0,2638.$$

La proportion de vapeur sèche contenue dans la vapeur des espaces nuisibles sera (équation 85) :

$$X_0=0,90\frac{489,72}{444,71}=0,9911.$$

Par conséquent, cette vapeur sera presque sèche, mais elle restera saturée.

La composition de la vapeur du cylindre au commencement de la détente résulte de l'équation (87).

$$X=\frac{1+\frac{4}{15}}{\frac{1}{0,90}+\frac{4}{15\times 0,9911}}=0,9178.$$

L'équation (89) nous donnera le degré de détente réelle :

$$\delta=\frac{1+\frac{1}{15}}{\frac{1}{15}+\frac{1}{4}}=3,368.$$

Supposant d'abord le x final égal à X, on aura pour le volume spécifique de la vapeur à la fin de la détente (équation 82) :

$$u=u_0\times 3,368=0,2638\times 3,368=0,8886.$$

Ce volume spécifique correspond à la température de 119°,31. On calculera x par la formule (51) :

$$x=0,50+\frac{0,9178-0,50}{147+165,34}(147+119,31)=0,8563.$$

En se servant de cette valeur, on aura une seconde approximation pour le volume spécifique à la fin de la détente, u (équation 82) :

$$u=\frac{0,8886\times 0,9178}{0,8563}=0,9524.$$

La pression correspondante p est. . $1^{at},88$
Et la température. . . . . 118°,65
La nouvelle valeur de x sera. . . . 0,8553.

Nous nous arrêterons à ces résultats, par conséquent les données à introduire dans la formule (88) du travail, seront :

$$\int_0^{t_0} l dt=167,35 \qquad \int_0^{t} l dt=119,63.$$

$$r_0=489,72 \qquad r=523,80.$$

$$Ap_0u_0=45,01 \qquad Apu=41,50.$$

$$X=0,9178 \qquad x=0,8546.$$

$$e=\frac{1}{15} \qquad p=1,85.$$

$$n=4 \qquad p_1=1,20.$$

Cette formule donne :

$$\mathfrak{T}=424\left\{\begin{array}{l}47,72+489,72\times0,9178-523,80\times0,8553\\+41,50\times0,8553\left(1-\frac{1,20}{1,85}\right)\end{array}\right\}$$

$$-424\,\frac{45,01\times0,9178}{\frac{1}{15}+\frac{1}{4}}\times\frac{1}{15}$$

$$=22,442 \text{ kilogrammètres.}$$

Comparons ce résultat à celui qu'on obtiendrait s'il n'y avait pas d'espaces nuisibles. Nous n'avons pour cela qu'à appliquer la méthode exposée au deuxième problème (page 90). Les raisonnements sont les mêmes, nous nous bornerons à exposer les calculs.

Première valeur de u :

$$u=0,2638\times4=1,0552.$$

Ce volume correspond à $1^{at},6$ et $113^{o},69$.

$$x=0,50+\frac{0,90-0,50}{147+165,34}(147+113,69)=0,8539.$$

Seconde valeur de u :

$$u=\frac{1,0552\times0,90}{0,8539}=1,1386.$$

La table A donne pour ce volume :

$$p=1^{at},48, \qquad t=111^{o},31.$$

Deuxième valeur de x :

$$x=0,50+\frac{0,90-0,50}{147+165,34}(147+111,31)=0,8308.$$

Adoptant définitivement ces chiffres, on aura :

$$\int_0^t ldt=112,12.$$

$$r=528,29.$$

$$Apu=\ \ 41,00.$$

Nous trouverons enfin par la formule (80), du travail mécanique :

$$\mathfrak{T}=424\left\{\begin{array}{c}55,23+489,72\times 0,90-528,29\times 0,8308 \\ +41,00\times 0,8308\left(1-\frac{1,20}{1,48}\right)\end{array}\right\}$$

$$=26,937 \text{ kilogrammètres.}$$

Si l'on compare ce chiffre à celui qui a été précédemment obtenu en tenant compte des espaces nuisibles, on voit que l'existence de ces espaces diminue le rendement d'un kilogramme de vapeur de

$$26,937-22,442=4495 \text{ kilogrammètres.}$$

Cette perte représente 16,74 pour 100 du travail possible. L'exemple que nous avons choisi rentre dans la limite des cas pratiques ; par conséquent, l'analyse précédente démontre que les espaces nuisibles ne peuvent pas être négligés lorsqu'il s'agit de faire des évaluations exactes. Afin d'apprécier dans quelles proportions ce fait influe sur le rendement d'une machine à vapeur pour tous les degrés de détente, nous avons calculé le tableau suivant. Ce tableau est relatif à des espaces nuisibles dont le volume est successivement $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{25}$. Le premier de ces rapports se rencontre fréquemment dans les locomotives, les locomobiles, et en général dans les machines de moyenne puissance à grande vitesse. Le second convient aux machines fixes de l'industrie.

Nous avons supposé la machine à condensation et la contre-pression égale à $\frac{1}{10}$ d'atmosphère. La pression à la chaudière est de cinq atmosphères.

INFLUENCE DES ESPACES NUISIBLES SUR LE RENDEMENT DE 1 KILOGRAMME DE VAPEUR CONTENANT 10 POUR 100 D'EAU AU SORTIR DE LA CHAUDIÈRE.

PRESSION INITIALE : 5 ATMOSPHÈRES.

PRESSION à la fin de la détente.	TRAVAIL développé dans l'hypothèse où les espaces nuisibles sont réduits à zéro. (Éq. 80)	ESPACE NUISIBLE 1/10e du volume parcouru par le piston.			ESPACE NUISIBLE 1/25e du volume parcouru par le piston.		
		DEGRÉ de détente apparent. n	TRAVAIL développé par 1 kilogramme de vapeur. (Éq. 88)	PERTE de rendement par suite de l'existence des espaces nuisibles.	DEGRÉ de détente apparent. n	TRAVAIL développé par 1 kilogramme de vapeur. (Éq. 88)	PERTE de rendement par suite de l'existence des espaces nuisibles.
4 atmosph.	19,665 km.	1,245	17,926	8,82 pour 100	1,229	18,903 km.	5,85 pour 100
3 atmosph.	24,715 —	1,667	22,548	10,00 —	1,608	23,871 —	4,00 —
2 atmosph.	28,871 —	2,576	25,830	10,55 —	2,374	27,092 —	4,50 —
1 atmosph.	37,019 —	6,131	31,465	11,98 —	4,900	31,802 —	5,99 —
0 at., 6	42,268 —	14,978	33,724	22,51 —	8,544	38,775 —	8,26 —
0 at., 2	50,261 —	»	»	»	53,870	40,975 —	13,48 —

Ce tableau permet de formuler les conclusions suivantes :

Dans les machines à grande vitesse et à faible détente, la perte de rendement est à peu près égale à la fraction qui représente le volume de l'espace nuisible, de sorte qu'on peut considérer toute la vapeur qui remplit cet espace comme perdue.

Dans les machines à longue détente, ce qui suppose nécessairement une marche lente et des espaces nuisibles plus petits, la perte de rendement peut s'élever au double et même au triple de la fraction qui représente le volume de l'espace nuisible. Par exemple, avec un espace égal à $\frac{1}{25}$ ou 0,04, une détente apparente de 8,544, nous avons trouvé une perte de rendement de 8,26 pour 100, ce qui est à peu près le double de 4. Pour une détente apparente de 53,870 qui ne correspond qu'à une détente réelle de

$$\frac{1+0,04}{0,04+\frac{1}{53,87}}=17,77.$$

la perte s'élève à 18,48 pour 100, c'est-à-dire à quatre fois et demi le volume des espaces nuisibles.

En général, la perte est d'autant plus grande que la détente est plus prolongée, et cette conclusion est contraire à ce qu'enseignent la plupart des auteurs. Elle est facile à rendre sensible aux yeux (figure 14 *bis*).

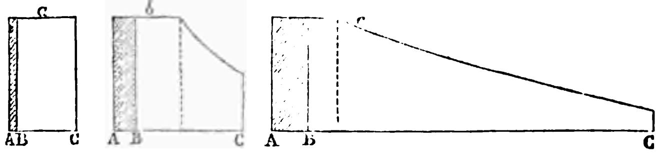


Fig. 14 *bis*.

Le diagramme *a* représente le travail de 1 kilogramme de vapeur à pleine pression, le volume de l'espace nuisible étant $\frac{1}{10}$. L'espace AB est le $\frac{1}{11}$ du volume total AC. Tout le travail représenté par les hachures est perdu.

Le diagramme *b* représente le travail de 1 kilog. de vapeur à la même pression, mais avec détente réelle égale à 2. L'espace AB

est toujours le $\frac{1}{11}$ de AC. Le travail représenté par les hachures est perdu.

Dans le diagramme C, on a supposé la détente réelle égale à 5 ; l'espace AB est le $\frac{1}{11}$ du volume total AC. La superficie des hachures indique le travail perdu.

Il est clair que le rapport des parties hachées aux surfaces totales augmente de la figure *a* à la figure *b*, et de celle-ci à la figure *c*. Ce rapport ne resterait le même que si les figures *a*, *b*, *c* étaient des rectangles parfaits.

Il y a intérêt à diminuer le volume des espaces nuisibles le plus possible, mais on ne pourrait y parvenir qu'en rapprochant les orifices de distribution des fonds du cylindre, ce qui force à créer deux tiroirs séparés. Nous pensons que cette disposition pourrait être adoptée dans les machines à longue détente établies en vue d'une marche économique.

61. **Limites pratiques de la détente.** — Nous avons démontré toute l'importance des longues détentes, nous devons parler maintenant des limites pratiques qu'il convient d'adopter à ce sujet. Nous avons dû attendre pour traiter cette question, que nous ayons exposé la théorie des espaces nuisibles, ces deux questions se reliant naturellement.

La table C nous donne d'utiles indications sur les degrés de détente. Elle nous montre que si la détente était parfaite dans les machines avec ou sans condensation, les premières ayant une contre-pression au condenseur égalant $\frac{1}{10}$ d'atmosphère, les degrés de détente seraient les suivants :

PRESSION INITIALE.	MACHINES SANS CONDENSATION.	MACHINES A CONDENSATION.
12^{at}	8,97	71,75
10	7,63	61,05
8	6,28	50,09
7	5,58	44,46
6	4,87	38,80
5	4,15	32,99
4	3,41	27,05
3	2,64	20,94
2	1,85	14,58
1,20	»	9,25

Ces degrés de détente théoriques sont bien difficiles à réaliser en pratique.

Quelques machines à condensation atteignent des degrés de détente de 20 et même 25 ; cette limite est encore loin de ce qu'il serait possible d'obtenir, puisque, avec de la vapeur à 5 atmosphères seulement, la table C nous donne le chiffre limite de 32,99.

Les degrés de détente sont même en pratique beaucoup plus faibles que les chiffres cités plus haut ne permettent de le supposer. Ces chiffres ne tiennent pas compte de l'influence des espaces nuisibles, dont le volume atteint généralement $\frac{1}{25}$ du volume du cylindre, et dépasse même cette proportion dans les machines à deux cylindres. Nous avons déjà fait ressortir toute la différence qu'il y a entre les degrés de détente réels et apparents. Généralement les constructeurs basent leurs calculs sur le degré de détente apparent, et ce mode de procéder exagère beaucoup le degré de perfection des machines. On peut dire qu'il n'existe pas de machines qui utilisent un degré de détente réel supérieur à 12, même parmi celles qui emploient de la vapeur à 5 atmosphères avec une bonne condensation.

L'expérience démontre d'ailleurs qu'on n'a pas grand intérêt à dépasser les limites de détente actuellement employées, et la table C nous permet de confirmer cette conclusion. Ainsi la vapeur employée à 5 atmosphères et détendue au degré 9,43, développe 50,456 kilogrammètres.

Au degré 17,61	53,382
Ce qui donne, pour le degré 15, environ .	54,000
Enfin au degré limite 32,99 la table donne.	57,011

On ne gagnerait donc que 3,000 kilogrammètres environ, c'est-à-dire $\frac{1}{18}$ du travail total, en poussant la détente jusqu'à sa limite théorique. Mais ce faible bénéfice ne pourrait même pas être réalisé. Il faudrait, en effet, doubler le volume du cylindre, ce qui augmenterait les causes de refroidissement et de condensation de la vapeur. La course du piston deviendrait plus longue, la tige, la bielle et la manivelle augmenteraient de poids. Le volant devrait être renforcé pour parer aux plus grandes irrégularités de la

marche, tous les frottements augmenteraient dans une forte proportion, et il est probable que, en définitive, on aurait plutôt perdu que gagné.

Il existe donc une limite pratique à adopter pour le degré de détente, selon le genre de machines, et le volume de l'espace nuisible joue un rôle important dans la détermination de cette limite. Nous pensons que la détente *réelle* de la vapeur ne doit pas dépasser les rapports suivants :

PRESSION INITIALE.	DEGRÉS DE DÉTENTE PRATIQUES. MACHINES SANS CONDENSATION.	MACHINES AVEC CONDENSATION.
12	6	25
10	5	20
8	4	16
6	3,25	13
5	3,0	12
4	2,50	10
3	2,00	8
2	1,40	6
1,20	»	4

Les formules (89) et (92) permettront de calculer la détente apparente quand on aura donné la détente réelle.

62. **Dépression de la vapeur dans le cylindre.** — Lorsque la distribution de la vapeur est très-rapide, il arrive que l'écoulement à travers les orifices des tiroirs se fait avec une certaine différence de pression. Dans les machines à grande vitesse, cette différence est considérable et peut s'élever à 2 ou 3 atmosphères. Elle amène toujours une perte de rendement qu'il faut savoir calculer.

Soit x_0, r_0, Ap_0u_0, t_0, les quantites déjà définies, relatives à la vapeur qui vient de la chaudière ;

Soit X_0, R_0, AP_0U_0, T_0, les mêmes quantités relatives à la vapeur qui remplit le cylindre.

Cette vapeur étant supposée saturée, et à une pression moindre que celle de la chaudière, la température T_0 est nécessairement moindre que t_0. Au moment où la vapeur s'introduit dans le cylindre, elle prend une grande vitesse, puis, en pénétrant dans le cylindre, elle tourbillonne, perd sa vitesse, et en cet état de repos exerce sa pression sur le piston. La force vive s'est transformée

en chaleur, et la chaleur interne de la vapeur se compose à la fin de la détente de sa chaleur interne initiale

$$\int_0^{t_0} ldt + (r_0 - Ap_0u_0)x_0,$$

augmentée de la chaleur correspondant au travail d'introduction exercé par la vapeur du tiroir,

$$Ap_0u_0x_0,$$

diminuée de la chaleur correspondant au travail de *pleine pression* produit sur le piston

$$AP_0U_0X_0.$$

On aura donc l'équation :

$$\int_0^{T_0} ldt + (R_0 - AP_0U_0)X_0 = \int_0^{t_0} ldt + (r_0 - Ap_0u_0)x_0 + Ap_0u_0x_0 - AP_0U_0X_0, \qquad (93)$$

équation qui se réduit, après les simplifications qui se présentent, à

$$\int_0^{T_0} ldt + R_0X_0 = \int_0^{t_0} ldt + r_0x_0$$

On en tire :

$$X_0 = \frac{\int_{T_0}^{t_0} ldt + r_0x_0.}{R_0} \qquad (94)$$

On sait que la chaleur de vaporisation r augmente à mesure que la température baisse, par conséquent R_0 est plus grand que r_0, mais l'équation (94) peut donner pour X_0 une valeur plus grande que 1. Dans ce cas, l'hypothèse qui a servi à établir l'équation (93), à savoir que la vapeur reste saturée est inexacte; la vapeur s'est *surchauffée*. Si la valeur de X_0 est plus petite que 1, la vapeur sera restée en présence d'un excès d'eau, et par conséquent saturée, et la valeur donnée par l'équation (94) sera exacte. D'une manière générale, l'équation (94) donne pour X_0 une valeur plus grande que x_0, car on a à peu près :

$$r^0 = 606,5 - 0,695t_0$$
$$R_0 = 606,5 - 0,695T_0$$
$$\int_{T_0}^{t_0} ldt = t_0 - T_0.$$

Par conséquent

$$\frac{\int_{T_0}^{t_0} l dt + r_0 x_0}{R_0} = x_0 + \frac{(t_0 - T_0)(1 - 0,695 x_0)}{R_0}.$$

Le second terme est positif. La vapeur introduite avec dépression, est donc plus *sèche* que celle qui vient de la chaudière, et si celle qui vient de la chaudière est complétement sèche, la vapeur du cylindre est *surchauffée.*

En général, la dépression ne dépasse pas deux ou trois atmosphères, le phénomène ne se passe guère que dans les machines à haute pression et à grande vitesse, par conséquent $(t_0 - T_0)$ ne dépasse pas 30 degrés, x_0 est inférieur à 1, et R_0 est égal moyennement à 500 ; le terme

$$\frac{(t_0 - T_0)(1 - 0,695 x_0)}{R_0},$$

est donc au plus égal à

$$\frac{30 \times 0,305}{500} = 0,0183.$$

Il est très-rare que la vapeur de la chaudière ne contienne pas au moins 0,0183 d'eau. On peut donc dire que dans tous les cas pratiques la vapeur introduite avec dépression restera saturée.

Une fois qu'on a calculé la proportion de vapeur sèche X_0 contenue dans la vapeur du cylindre, et qu'on connait sa température et sa pression, l'étude des éléments de la machine et notamment du travail mécanique rentre dans les termes du problème ordinaire que nous savons résoudre au moyen des équations (51), (80), (82). Il n'offre donc aucune difficulté.

Nous allons en faire l'application au deuxième problème (page 90), *en supposant que la pression à l'introduction dans le cylindre soit réduite à cinq atmosphères par suite de la vitesse de marche.*

Si nous nous reportons aux notations employées dans ce paragraphe, nous écrirons :

$$t_0 = 165^\circ,34 \qquad T_0 = 152^\circ,22$$

$$r_0 = 489,72 \qquad R_0 = 499,13$$

$$\int_0^{t_0} l dt = 167,35 \qquad \int_0^{T_0} l dt = 153,94$$

$$x_0 = 0,70$$

$$\tau = 105,17$$

Pour calculer la proportion de vapeur sèche contenue dans le cylindre, nous appliquerons l'équation (94) :

$$X_0 = \frac{165,34 - 152,22 + 0,70 \times 489,72}{499,13} = 0,7131.$$

Il s'est donc évaporé par suite de la dépression une quantité d'eau égale à 0,0131.

Le problème s'achève maintenant comme le deuxième problème de la page 99, en remarquant seulement que la vapeur est à 5 atmosphères.

Nous ne connaissons pas la température à la fin de la détente; supposons d'abord le x final égal à X_0, l'équation (82) donnera :

$$\delta = \frac{u}{u_0}, \quad \text{d'où} \quad u = \delta u_0 = 1,67 \times 0,3617 = 0,603.$$

La pression correspondante serait comprise entre $2^{at},8$ et $2^{at},9$.

Pour $2^{at},9$ $\quad u = 0,6035.$
Pour $2^{at},8$ $\quad u = 0,6237.$

On adoptera $2^{at},9$, et par suite, $t = 132,76$, et x se calculera par la formule (51) :

$$x = 0,50 + \frac{0,7131 - 0,50}{147 + 152,22}(147 + 132,76) = 0,6993.$$

Portant cette valeur de x dans l'expression de δ, on aura :

$$u = \frac{1,67 \times 0,3617 \times 0,7131}{0,6993} = 0,6160.$$

Ce volume correspond à une pression de $2^{at},85$ ou à une température de 132°16. Un nouveau calcul de x avec cette température, au moyen de la formule (51), donne : $x = 0,6973$.

On aura donc à la fin de la détente :

$$t = 132,16$$
$$r = 513,47$$
$$\int_0^t l\,dt = 133,43$$
$$u = 0,613$$
$$Apu = 42,60$$
$$x_0 = 0,7131 \qquad x = 0,6973.$$

Nous pouvons maintenant calculer le travail mécanique développé (équation 80).

$$\mathcal{E} = 424 \left\{ \begin{array}{l} 153,94 - 132,16 + 499,13 \times 0,7131 \\ \quad - 513,47 \times 0,6973 + 42,60 \times 0,6973 \left(1 - \frac{1,20}{2,85}\right) \end{array} \right\}$$
$$= 424 \times 36,13 = 15,319 \text{ kilogrammètres.}$$

Nous avions trouvé 16,371 dans l'hypothèse où il n'y aurait pas de dépression. Cette circonstance amène une perte de rendement de

$$16,371 - 15,319 = 1052 \text{ kilomètres,}$$

ce qui représente 6,80 pour 100 du travail total qu'on aurait pu obtenir avec le même degré de détente. L'exemple précédent peut s'appliquer à une locomotive à grande vitesse.

Si nous avions choisi un degré de détente plus élevé, nous aurions trouvé sensiblement le même résultat. D'après ce qui précède, il sera toujours facile dans chaque cas particulier de calculer les éléments d'une machine en tenant compte de la dépression du cylindre, il suffira pour cela d'évaluer la proportion de vapeur sèche par la formule (94), et le reste du problème s'achèvera comme le problème ordinaire, dans lequel la pression initiale de la vapeur est connue.

La dépression dans le cylindre a pour résultat de diminuer beaucoup la puissance d'une machine, et elle peut causer de graves mécomptes lorsqu'elle n'a pas été prévue. La pression ayant baissé, il est clair que le travail produit dans chaque cylindrée est notablement réduit. Cette réduction est à peu près proportionnelle aux pressions utiles, c'est-à-dire que si la pression prévue est de 5 atmosphères, et la pression réelle de 7 atmosphères, la réduction du travail moteur sera d'environ

$$\frac{5}{7} = 0,714,$$

mais il faudra tenir compte de la contre-pression.

Exemple. — *Sans dépression, le travail utile d'un cylindre serait de* 15,000 *kilogrammètres avec un volume parcouru par le piston de* 0,30 *sous une contre-pression de* 1 *atm.* 20. *La pression est de*

7 atmosphères à la chaudière, et de 5 atmosphères dans le cylindre, quel sera le travail réel d'une cylindrée?

Il sera d'environ :

$$(15{,}000+1^{at},20\times10{,}300\times0{,}30)\frac{5}{7}-1^{at},20\times10{,}300\times0{,}30$$
$$=9651^{km}.$$

La puissance réduite sera

$$\frac{9651}{15000}=0{,}624,$$

ou 62 centièmes 4 de la puissance théorique. Ce mode de calcul n'est qu'approximatif, mais il suffit pour les besoins de la pratique.

Nous allons passer maintenant à l'étude des circonstances qui diminuent le rendement des machines à vapeur, mais qui ne sont pas susceptibles d'être soumises au calcul.

63. **Des condensations de la vapeur dans les tuyaux d'amenée.** — La vapeur se refroidit souvent dans les conduites d'amenée lorsque ces tuyaux métalliques sont découverts. Il est très-facile d'éviter cette perte en couvrant les tuyaux d'enveloppes isolantes, feutre, foin, etc.

Cette précaution est si simple et si peu onéreuse, qu'on s'étonne de la voir mettre si rarement en pratique. Les condensations peuvent atteindre des proportions considérables. Par exemple, un tuyau horizontal en cuivre de 10 mètres de longueur et de 0,10 de diamètre extérieur conduisant de la vapeur à 5 atmosphères au cylindre d'une machine sans condensation, pourra émettre dans l'atmosphère 6 calories 36 par seconde, ce qui correspond à la condensation de

$$\frac{6{,}36}{499}=0^{kil},0127$$

de vapeur. Le tuyau débitant 0 kil. 16 de vapeur par seconde, la condensation atteindra la proportion de 7,62 pour 100 de la vapeur consommée. Ce chiffre peut encore s'élever si la longueur du tuyau augmente.

Il y a là un inconvénient grave qu'il suffit de signaler pour qu'on cherche à l'éviter.

64. **Des condensations de la vapeur dans les cylindres.** — La théorie des machines à vapeur suppose les enveloppes *imper-*

méables à la chaleur, hypothèse tout à fait inexacte, puisque les cylindres sont généralement construits en fonte, c'est-à-dire qu'ils sont très-bons conducteurs de la chaleur. Cette circonstance apporte une perturbation importante dans les phénomènes qui se passent à l'intérieur des cylindres.

Considérons un cylindre pendant le retour du piston, c'est-à-dire pendant la communication avec le condenseur. La vapeur qui le remplit est saturée, elle est à la température du condenseur.

Les parois du cylindre qui en raison de leur conductibilité se mettent facilement en équilibre de température avec la vapeur sont à la même température qu'elle. On intercepte l'échappement, la distribution commence. La vapeur chaude se précipite dans le cylindre. Elle trouve des parois froides à la température du condenseur. Au contact de ces parois, une partie de la vapeur se condense et se dépose sous forme de brume très-ténue. A mesure que de nouvelles parties du cylindre sont découvertes par la marche du piston, le même phénomène de condensation se reproduit. Quand l'introduction cesse, la détente commence, la température de la vapeur s'abaisse en même temps que la pression, la brume provenant de la condensation s'évapore en partie et la portion des parois qui en est voisine se met en équilibre de température avec la vapeur du cylindre, pendant que des condensations se produisent sur les parois du cylindre nouvellement découvertes. Enfin l'échappement commence, la température de toute la masse de vapeur s'abaisse au niveau de celle du condenseur, et à la fin de l'échappement, le cylindre est dans une situation identique à celle où nous l'avons prise au commencement. S'il ne laisse pas perdre de la chaleur extérieurement à ses parois, chose que nous admettrons, il a dû restituer toute la chaleur qui lui avait été cédée par la vapeur condensée, et nécessairement cette vapeur s'est reformée. Les parois sont donc sèches.

Il est aisé de comprendre cependant que toute la vapeur représentée par l'eau condensée s'est introduite dans le cylindre *presque* en pure perte ; nous disons presque, parce qu'en réalité cette eau s'est évaporée pendant la détente et a augmenté la pression de la vapeur, de sorte que si le diagramme du travail mécanique avait été ABCDEF (fig. 15), abstraction faite de l'eau condensée, il sera

en réalité ABCD'EF, à cause de l'évaporation successive des parties d'eau condensées sur les parois.

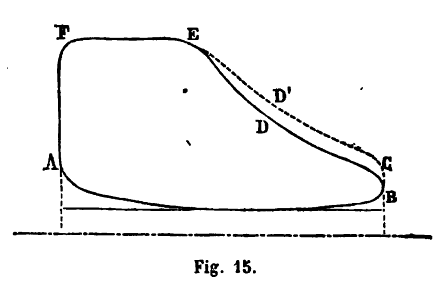


Fig. 15.

Quelques chiffres donneront l'ordre de grandeur que pourrait atteindre la condensation sur les parois.

Considérons un cylindre en fonte de $0^m,50$ de diamètre à parois de 20 millimètres d'épaisseur. Supposons que dans ce cylindre on introduise de la vapeur à 152 degrés, c'est-à-dire à 5 atmosphères pendant le $\frac{1}{3}$ de la course supposée de $0^m,90$. Le condenseur est à la pression de $\frac{1}{10}$ d'atmosphère, soit à 46 degrés. La surface des parois qui sera découverte pendant la pleine pression, sera :

$$\frac{\pi}{4}\times\overline{0,50}^2+\pi\times 0,50\times 0,30=0^{m^2},667.$$

Le poids de la fonte qui correspond à cette surface a pour valeur:

$$0,667\times 0,02\times 7200^m=96 \text{ kil.}$$

La chaleur spécifique de la fonte étant $0^m,13$, l'abaissement de température de la paroi de 152° à 46°, soit de 106° correspond à une quantité de chaleur de

$$0,13\times 106\times 96 \text{ kil.}=1322 \text{ calories.}$$

Le poids de vapeur condensée nécessaire pour fournir cette chaleur sera de

$$\frac{1322}{499}=2^k,64.$$

Le poids de vapeur introduit à chaque cylindrée est de

$$\frac{\pi}{4}\times\overline{0,50}^2\times 0,30\times 2^k,75=0^k,162.$$

Ce simple aperçu n'a d'autre but que de montrer quelle consommation énorme de vapeur il y aurait dans les cylindres, si les parois étaient *parfaitement bonnes conductrices* de la chaleur.

En fait, la conductibilité du métal n'est pas aussi grande que cela, et les échanges de température se font lentement, mais il est constant que les condensations sur les parois sont souvent très-importantes.

Elles le deviennent surtout lorsque le cylindre contient *à l'avance* une certaine quantité d'eau condensée, mais ce phénomène a lieu même avec des parois imperméables.

Soit q le poids d'eau contenue dans le cylindre ;
t_0 la température de cette eau qui est celle de la vapeur affluente ;
θ la température du condenseur ;
λ la chaleur totale de la vapeur d'eau.

Pendant que le cylindre communique avec le condenseur, la masse d'eau q s'évapore en partie, soit x la proportion d'eau qui s'évapore. Si nous supposons les parois imperméables à la chaleur, la chaleur totale de l'évaporation sera empruntée au liquide restant. Le poids de ce liquide sera $(q - x)$, il aura la température du condenseur. On aura donc à peu près

$$qt_0 = \lambda x + (q - x)\theta,$$

d'où l'on tire :

$$x = q\frac{t_0 - \theta}{\lambda - \theta}. \tag{95}$$

Aussitôt que l'introduction de la vapeur commence, le cylindre contient un poids d'eau $(q - x)$ à la température du condenseur. Cette eau va se mettre en équilibre de température avec la vapeur affluente, par conséquent, elle condensera un poids de vapeur y donné par l'équation :

$$(q - x)\theta + \lambda y = (q - x + y)t_0,$$

équation d'où l'on tire :

$$y = (q - x)\frac{t_0 - \theta}{\lambda - t_0}. \tag{96}$$

Mais de l'équation (87) on déduit :

$$q - x = \frac{\lambda - t_0}{t_0 - \theta}x.$$

Par conséquent :

$$y=x.$$

La présence d'une certaine quantité d'eau dans le cylindre entraîne donc comme conséquence la condensation d'une certaine masse de vapeur à chaque coup de piston, laquelle passe de la chaudière au condenseur à peu près sans produire de travail mécanique.

L'équation (95) en donne la valeur. Par exemple pour $t_0=152°$, $\theta=46°$; on aura : $\lambda=651$.

$$x=q\frac{152-46}{651}=q\frac{106}{651}=0,163q.$$

La condensation atteindrait 16 pour 100 du poids d'eau existant dans le cylindre à l'état permanent.

Dans le raisonnement qui précède, nous avons considéré les parois comme imperméables à la chaleur. En réalité, elles ne le sont pas, et la proportion d'eau successivement condensée et évaporée dépasse par cela même celle indiquée par la formule (87). Il y a donc le plus grand intérêt à *purger* les cylindres de l'eau qui a pu s'y déposer. On ne saurait attacher trop d'importance à cette opération. Chaque cylindre doit être muni de deux robinets ou soupapes de purge placés au point bas. Sous ce rapport les cylindres verticaux offrent certaines difficultés.

Le graissage des parois a aussi une grande importance. Il rend les surfaces moins bonnes conductrices de la chaleur en les recouvrant d'une sorte de glacis onctueux, et c'est à cette circonstance beaucoup plus qu'à la diminution du frottement qu'il faut attribuer les effets économiques du graissage des cylindres. Il serait à désirer qu'on possédât un bon moyen de graissage pour ces surfaces, par exemple, qu'on pût l'effectuer au moyen d'orifices percés sur les surfaces frottantes du piston lui-même, qui serait ainsi transformé en réservoir à huile.

D'après ce qui précède, on comprend toute l'importance qu'il y aurait à réaliser l'imperméabilité des parois des cylindres. On y parvient en partie en enveloppant les parois de corps isolants. On arrête ainsi toute déperdition de chaleur dans l'air extérieur, mais on n'empêche pas la paroi métallique de s'échauffer lors de l'in-

troduction, de se refroidir lors de la communication au condenseur, et par suite d'amener en plus ou moins grande quantité les condensations dont nous avons démontré l'existence, condensations qui nuisent au rendement.

Revenons à notre première analyse. Supposons qu'il n'existe aucune partie liquide dans le cylindre au moment de l'introduction. Des condensations s'opéreront au contact des parois métalliques. A mesure que la détente se prolongera, de nouvelles condensations s'opéreront, mais en moindre quantité, pendant que l'eau d'abord condensée dans la première partie du cylindre s'évaporera peu à peu. Si l'on pousse la détente jusqu'à ce que la pression s'abaisse au niveau de celle du condenseur, la température de la masse de vapeur s'abaissera également au niveau de celle du condenseur. Les parois métalliques seront à cette même température, et elles auront restitué toute la chaleur qui leur avait été fournie pendant l'introduction et la première partie de la détente. L'eau qui les recouvrait se sera par suite évaporée, les parois seront sèches. Nous aurons donc une masse de vapeur plus ou moins humide qui aura produit un certain travail.

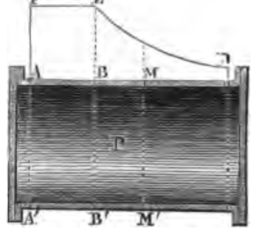


Fig. 16.

Soit P le cylindre (fig. 16) et ABCDEF le diagramme de la distribution.

Pendant que le piston a parcouru l'espace AB correspondant à la pleine pression, la paroi ABA'B' a condensé une certaine quantité de vapeur. Cette vapeur a abandonné sa chaleur de vaporisation à la paroi, et elle s'est transformée en eau à la température de la vapeur qui afflue dans le cylindre.

Soit M la masse de vapeur non condensée ABA'B';
M_1 la masse de vapeur qui s'est condensée.

Il est clair que la première a seule produit de A en B du travail mécanique.

Maintenant la détente commence, la température de la masse M s'abaisse un peu, par conséquent une partie de la masse M_1 s'évapore, mais aussi une partie de la masse M se condense sur les parois nouvellement découvertes.

Si l'on suppose que les parois cylindriques se mettent ***immédiatement*** en équilibre de température avec la vapeur du cylindre, au moins sur une certaine profondeur, la masse d'eau condensée se répartira uniformément sur toute la paroi du cylindre qui est découverte. Elle sera représentée par la ligne *ab* (fig. 17) à la fin de la pleine pression, par la ligne *a'b'*, lorsque le piston sera arrivé en M, de sorte que la surface des rectangles A*ab*C, A*a'b'*M représente le poids de l'eau condensée à ces deux instants. Seulement, tandis que l'eau condensée A*ab*B est à la température de la vapeur affluente, l'eau A*a'm'*M est à une température plus basse, qui résulte de la détente déjà effectuée lorsque le piston est en M. La paroi joue donc le double rôle d'un condenseur et d'une chaudière, l'*amont* représentant la chaudière, et l'*aval* le condenseur.

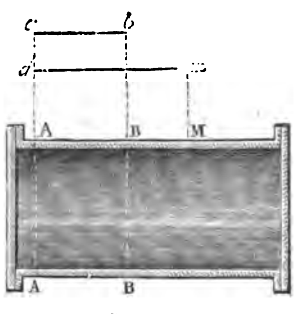


Fig. 17.

Analysons le phénomène de plus près. Prenons le piston en B au commencement de la détente et voyons ce qui va se passer. Il parcourt un espace infiniment petit dy; pendant ce temps, une masse infiniment petite dM s'évapore à la température t_0, une autre masse infiniment petite (dM_1) se condense sur la paroi dy qui vient d'être découverte. La température a baissé de dt_0.

Il reste donc à l'état de vapeur une masse

$$M + dM - (dM_1),$$

et la température finale est $t_0 - dt_0$.

Le piston parcourt un nouvel espace infiniment petit dy, une nouvelle quantité (dM) s'évapore, à la température $(t_0 - dt_0)$ et une autre (dM_1) se condense à cette même température.

... A un instant quelconque, il existe une masse gazeuse

$$M + \int (dM) - \int (dM_1),$$

à la température t, composée de la masse initiale M augmentée de petites masses $\int (dM)$ qui se sont évaporées à des températures

t_0, $t_0 - dt_0$, $t_0 - 2dt_0$, ...t.. etc., successivement décroissantes et diminuées des petites masses $f(dM_1)$ qui se sont condensées à ces mêmes températures successivement décroissantes. Cependant ces dernières masses finiront toujours par s'évaporer, et lorsque l'on arrive à la fin de la détente, on a une masse totale $(M + M_1)$ de vapeur dont il nous est impossible de calculer le degré *d'humidité*, parce qu'il faudrait pour cela approfondir l'analyse précédente, ce qui serait extrêmement compliqué. Nous en avons assez dit pour faire comprendre néanmoins que la masse de vapeur s'augmente sans cesse de fractions de vapeur *formées à des températures plus basses que celles de la chaudière*, par conséquent le rendement sera inférieur à ce qu'il serait si ces fractions de vapeur s'étaient formées à la température de la chaudière. Donc les condensations nuisent au rendement même quand la détente est poussée jusqu'à sa limite théorique.

Telle est la conclusion à laquelle nous voulions arriver.

Lorsque la détente est incomplète, la perte de rendement qui résulte des condensations est encore bien plus considérable, et elle l'est d'autant plus que la détente est moins prolongée.

Le seul moyen pratique de diminuer les condensations consiste à revêtir les parois d'enveloppes isolantes et à donner des conduits *séparés* à l'admission et à l'échappement. Il en résulte une complication dans la construction, mais le résultat de cette disposition serait très-utile surtout dans les machines qui doivent réaliser une marche économique.

65. **Des enveloppes de chaleur et des chemises de vapeur.** — Ne pouvant rendre les enveloppes imperméables à la chaleur, on a songé à les maintenir à une température constante, soit celle de la chaudière, soit une température plus élevée. On a entouré les cylindres d'espaces vides dans lesquels on a fait circuler les gaz perdus des foyers. Mais la température de ces gaz est très-irrégulière et il arrivait fréquemment que les parois s'échauffaient au point de brûler les huiles et les garnitures. On a dû renoncer à ce procédé, et maintenant on se borne à faire circuler de la vapeur de la chaudière dans une chemise libre autour du cylindre. De cette manière, on entretient les parois à une température constante, et on évite les condensations. Ce résultat ne peut être obtenu, il est

vrai, sans dépense. La vapeur qui circule dans l'enveloppe se condense partiellement lorsque les parois du cylindre communiquent avec le condenseur, mais la pratique démontre que la perte qui résulte de ces condensations est bien loin d'atteindre la proportion de celle qui résulte des condensations sur les parois intérieures.

Cette conclusion est mise hors de doute par l'expérience acquise de tous les constructeurs, aussi ne nous étendrons-nous pas davantage sur l'analyse théorique de ces sortes de phénomènes qui sont de leur nature très-compliqués et pour l'étude desquels la science ne peut encore émettre que des appréciations. Nous ajouterons seulement que la pratique de certains constructeurs qui consiste à employer dans les cylindres la vapeur qui vient des enveloppes est très-mauvaise. Cette vapeur est chargée d'eau de condensation. Il vaut mieux puiser directement la vapeur à la chaudière, et renouveler la vapeur des enveloppes au fur et à mesure qu'elle se condense.

66. **Imperfection de la distribution.** — Dans le cours de ce chapitre, nous avons toujours supposé que la pression de la vapeur s'établit *instantanément* dans le cylindre en raison de l'ouverture des orifices de distribution. D'après cela, le diagramme du travail serait un trapèze curviligne ABCDE (fig. 18) à angles vifs. En réa-

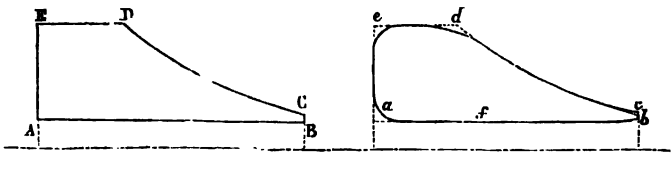


Fig. 18.

lité, le diagramme réalisé en pratique a ses angles arrondis; en *e*, parce que la pression de la chaudière ne s'établit que peu à peu dans le cylindre; en *d*, parce que, à mesure que l'orifice de distribution se ferme, la pression au cylindre devient moindre que la pression à la chaudière; en *c*, parce que l'échappement commence avant que le piston soit arrivé au fond de sa course; en *b*, parce que la pression au condenseur ne s'établit pas immédiatement dans le cylindre, l'orifice d'échappement n'étant encore que peu ouvert; en *a*, parce que la distribution se fait aussi avec une *avance*. Enfin

la pression monte de f en a, à cause de la période de compression.

En définitive, une partie de la vapeur entre dans le cylindre à une pression moindre que la pression de la chaudière, et une partie s'en échappe à une pression supérieure à la pression du condenseur. Nous savons que ce sont là des causes de perte de rendement.

Les systèmes de distribution par tiroirs sont loin de réaliser le mode de distribution prévu par la théorie. Les *coulisses* notamment, qui ont rendu de si grands services pratiques, sont au point de vue théorique essentiellement vicieuses, surtout quand on les utilise pour la détente variable.

On peut dire que la distribution rationnelle et pratique à la fois de la vapeur dans les machines est un problème qui n'est pas résolu.

67. **Conclusions.** — Les lois théoriques du travail de la vapeur subissent, ainsi qu'on a pu en juger, dans la pratique, des modifications importantes résultant de ce que les hypothèses qui servent de base à la théorie ne sont pas parfaitement réalisées dans les machines. Il est bien difficile de tenir compte de ces perturbations. Nous sommes donc obligés d'employer pour le calcul du rendement des machines un coefficient de correction ou *coefficient de rendement* qui dépend de l'espèce de la machine, de son plus ou moins de perfection, enfin de mille causes qu'il est impossible d'examiner en détail et dont on enveloppe l'influence dans un seul chiffre. Les phénomènes qui se passent dans la machine à vapeur sont en définitive très-compliqués.

Les coefficients de rendement actuellement admis sont basés sur l'emploi de la formule usuelle. Il est bien à désirer qu'au fur et à mesure que de nouvelles expériences seront faites, on calcule le rendement par les nouvelles formules théoriques, c'est-à-dire par la formule (80). On pourra ainsi faire de nouveaux coefficients de rendement, et l'on s'apercevra peut-être ainsi que la loi de leur formation est plus simple qu'on ne l'avait pensé. Nous recommandons cette étude aux ingénieurs et aux constructeurs.

En terminant ce chapitre, nous énoncerons les règles pratiques qu'on doit toujours avoir en vue dans l'établissement des machines

à vapeur. *Introduire dans le cylindre la vapeur saturée la plus sèche possible et à la plus haute température possible, la détendre dans une enveloppe imperméable à la chaleur, de manière à la restituer la plus humide possible et à la température la plus basse possible. Éviter les espaces nuisibles, les dépressions lors de la distribution, et les excès de pression à l'échappement.*

CHAPITRE VI

EMPLOI DANS LES MACHINES DE LA VAPEUR SURCHAUFFÉE. MACHINES A VAPEURS COMBINÉES

68. **Ce que c'est que la vapeur surchauffée. — Moyens de la produire.** — Nous avons montré dans le chapitre III, page 32, que toutes les fois que la vapeur est en contact avec une partie du liquide qui lui a donné naissance, si petite qu'elle soit, elle reste *saturée*. Dans ces conditions, sa pression ne dépend que de la température. Supposons que par une addition de chaleur, par exemple, en lui faisant traverser un tube réchauffeur, on vaporise les dernières parties liquides restées mélangées avec la vapeur, sa température croîtra, sa pression croîtra également, mais elle ne croîtra plus suivant les mêmes lois que lorsque la vapeur était saturée. Pour une même pression, *sa température sera supérieure à ce qu'elle serait si la vapeur était saturée.* Pour une même température, sa pression sera inférieure à ce qu'elle serait si la vapeur était saturée. Dans ces conditions, on dit que la vapeur est *surchauffée.*

Procédons autrement. Enfermons de la vapeur saturée et sèche à la pression p_0, et à la température de saturation t_0, dans un cylindre A (fig. 18 *bis*), imperméable à la chaleur et réuni à un cylindre B également imperméable à la chaleur, mais vide, par l'intermédiaire d'un tuyau de communication CD, muni d'un robinet R. Ouvrons brusquement le robinet R. La vapeur du cylindre A se précipitera dans le cylindre B, et quand l'équilibre sera établi, on

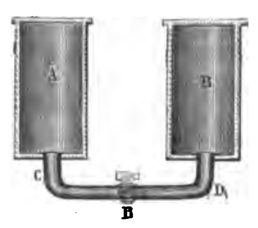


Fig. 18 *bis*.

aura dans les deux cylindres A et B une masse de vapeur à une pression p moindre que la pression p_0, et à une température t moindre que t_0. Cette vapeur sera *surchauffée*. En effet, comme il n'y a aucun travail produit, la chaleur interne de la masse de vapeur n'aura pas changé. Nous avons démontré que la chaleur interne constitutive de la vapeur d'eau saturée et sèche (page 40), a pour expression, d'après la formule empirique de Zeuner,

$$Q_0 = 573,34 + 0,2342 t_0.$$

Si dans le nouveau volume qu'elle occupe, la vapeur était saturée à la température t, sa chaleur interne serait :

$$Q = 573,34 + 0,2742 t.$$

Or elle est :

$$573,34 + 0,2342 t_0.$$

Puisque t_0 est $> t$, la chaleur interne de la vapeur est plus grande qu'elle ne serait si la vapeur était saturée ; donc la vapeur est *surchauffée*.

On peut encore produire la surchauffe par un troisième moyen. Prenons de la vapeur saturée et sèche dans un cylindre imperméable à la chaleur et muni d'un piston. Comprimons cette vapeur en exerçant un certain travail mécanique sur le piston. S'il y a des parcelles liquides en contact avec la vapeur, nos courbes de détente dans une enveloppe imperméable à la chaleur (planche I) (page 48), démontrent qu'il y aura évaporation du liquide, et la vapeur restera toujours saturée. Mais lorsqu'il n'y a plus de liquide en présence, la vapeur dépasse le point de saturation. Sa chaleur interne s'accroît de celle qui est due à la compression du piston, la température s'élève, et par suite, cette chaleur interne est plus grande que celle qui correspondrait à la saturation; donc la vapeur est *surchauffée*.

En résumé :

La vapeur surchauffée a une chaleur interne plus grande qu'elle ne l'aurait à la même température, si cette vapeur était saturée.

Sa pression pour la même température est moindre qu'elle ne le serait si la vapeur était saturée.

Sa température pour une même pression est supérieure à ce qu'elle serait si la vapeur était saturée.

Nous pourrons produire de la vapeur surchauffée par trois moyens :

1° En l'échauffant à pression constante;

2° En la dilatant brusquement sans production de travail extérieur;

3° En la comprimant par un travail mécanique extérieur.

Le premier de ces moyens est seul employé dans l'industrie des machines à vapeur.

Nous avons déjà signalé (page 103) une circonstance dans laquelle le second moyen de produire la surchauffe se trouve réalisé. C'est lorsque la vapeur sèche se précipite dans les espaces nuisibles d'un cylindre.

Quant au troisième moyen, qui consiste dans la compression par un travail mécanique extérieur, nous rappelons que ce moyen, convenable pour la vapeur d'eau, celle du chlorure de carbone et la plupart des autres vapeurs, doit être employé en sens inverse pour l'éther sulfurique (page 44). Nous savons que la vapeur d'éther se condense et reste saturée par la compression, par suite elle se *surchauffe* par la détente.

69. **Exemple de la surchauffe spontanée, dans l'écoulement de la vapeur d'eau.** — Lorsque la vapeur d'eau sèche et saturée s'écoule dans l'air atmosphérique par un orifice, sa pression initiale étant de 5 atmosphères par exemple, elle prend une vitesse de 714 mètres à la seconde. Une fraction de la vapeur sèche, 9 pour 100 environ, se condense. Toute la chaleur interne constitutive de la vapeur dans la chaudière, sauf la chaleur $Apux$ correspondant au travail employé à vaincre la résistance de l'air extérieur se trouve dans la vapeur au moment où elle traverse l'orifice, soit sous forme de chaleur, soit sous forme de force vive. Au fur et à mesure que la vapeur pénètre dans l'air, sa vitesse se ralentit, et il se fait une production de chaleur correspondante. Lorsque cette vitesse est à peu près annulée, la vapeur se trouve avoir la même chaleur interne qu'au sortir de la chaudière, or elle est à une pression bien moindre, puisque dans la chaudière la pres-

sion était de 5 atmosphères, tandis que dans l'air elle n'est que d'une atmosphère.

La chaleur interne de la vapeur, au moment où elle traverse l'orifice, a pour expression (page 41) :

$$\int_0^t ldt + (r - \mathrm{A}pu)x.$$

L'équivalent calorifique de sa vitesse est, ainsi que nous le verrons plus tard :

$$\frac{\mathrm{A}w^2}{2g} = \int_t^{t_0} ldt + r_0 - rx.$$

La somme de ces quantités de chaleur sera la chaleur interne de la vapeur au moment où sa vitesse est à peu près annulée par les frottements, pourvu toutefois qu'il n'y ait pas eu de refroidissement par le contact de l'air, ce qui est admissible à cause de la rapidité du mouvement, et qu'il n'y ait pas eu de changement de volume.

Cette chaleur interne est donc :

$$\mathrm{U} = \int_0^{t_0} ldt + r_0 - \mathrm{A}pux.$$

Exemple. $t_0 = 152°,22$, $r_0 = 499$, $\int_0^{t_0} ldt = 153$,

$\mathrm{A}pu = 44$, $x = 0,916$.

On trouve :

$$\mathrm{U} = 612.$$

Or, la chaleur interne constitutive de la vapeur d'eau à 100°, température de saturation correspondante à une atmosphère, est :

597.

La différence 15 calories a été employée à surchauffer la vapeur.

En général, la chaleur interne du jet de vapeur, une fois sa vitesse amortie par les frottements, sera supérieure à ce qu'elle serait si la vapeur était saturée ; donc cette vapeur sera ***surchauffée***, et sa température sera supérieure à 100 degrés si l'écoulement a lieu dans l'atmosphère. La surchauffe, que prend ainsi la

vapeur qui s'échappe dans l'atmosphère sous forme de jet, s'appelle *surchauffe spontanée* (*).

Lorsqu'on examine un jet de vapeur A (fig. 19), on reconnaît que le jet est trouble dans la portion située près de l'orifice, mais à

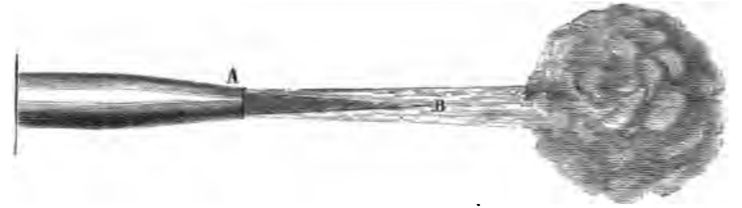


Fig. 19.

une petite distance de ce dernier, ce jet s'éclaircit et finit par devenir absolument transparent. A l'intérieur du jet, les vitesses se ralentissent moins vite qu'à l'extérieur, les parties non surchauffées et encore chargées de gouttelettes liquides se dessinent sous la forme d'un cône trouble AB ayant pour base l'orifice et dont la pointe est dirigée en avant. La vapeur qui entoure ce cône est en contact avec l'air et s'est surchauffée. Enfin, à un ou deux mètres

(*) Les expériences de M. Hirn ont donné les nombres suivants pour températures de la surchauffe spontanée :

PRESSION INITIALE A LA CHAUDIÈRE.	TEMPÉRATURE A LA CHAUDIÈRE.	TEMPÉRATURE DU JET DE VAPEUR SURCHAUFFÉ.
ATMOSPHÈRES.	DEGRÉS.	DEGRÉS.
15	198,80	157,80
14	195,52	156,70 ?
13	192,08	155,58
12	188,41	153,40 ?
11	184,50	152,50
10	180,31	151,80 ?
9	175,77	149,57
8	170,81	147.00 ?
7	165,31	144,10
6	159,22	141,70 ?
5	152,22	137,72
4	144,00	133,00 ?
3	133,91	128,40
2	120,60	115,00 ?

(Les nombres marqués ? sont moins certains que les autres.)

de distance, le ralentissement de la vapeur est tel, qu'elle a cédé l'air environnant une partie de sa chaleur. Elle se condense alors sous la forme d'un nuage de fumée.

70. **La vapeur surchauffée n'est autre chose qu'un gaz voisin de son point de liquéfaction.** — Les physiciens sont parvenus à liquéfier un grand nombre de gaz autrefois compris dans la classe des gaz permanents. Il n'est plus permis de douter aujourd'hui, que la liquéfaction de tous les gaz en général soit possible. Il suffirait d'abaisser suffisamment la température et d'élever suffisamment la pression pour produire ce résultat. Tous les gaz sont donc la vapeur d'un liquide spécial à chacun d'eux et rien ne les distingue de la vapeur d'eau *surchauffée*, si ce n'est l'éloignement plus ou moins grand de leur point de liquéfaction.

La vapeur surchauffée n'est donc autre chose qu'un gaz.

71. **Propriétés physiques de la vapeur d'eau surchauffée. — Loi de Mariotte. — Loi de Gay-Lussac. — Chaleurs spécifiques.** — Les propriétés physiques de la vapeur d'eau surchauffée sont encore très-mal connues. La loi de Mariotte, et celle de Gay-Lussac, qui a établi la constance du coefficient de dilatation des gaz permanents sont-elles applicables à la vapeur d'eau surchauffée? On ne possède sur ce point que des indications et aucune donnée certaine.

On admet, sans que le fait paraisse trop éloigné de la vérité, que la vapeur d'eau surchauffée suit la loi de Mariotte.

Quant au coefficient de dilatation de la vapeur d'eau surchauffée, les expériences de M. Hirn ont démontré qu'il était plus grand que celui des gaz qui a pour valeur, comme on sait $\frac{1}{273}$. Ce coefficient de dilatation diminuerait quand la température augmente, mais il aurait pour valeur moyenne approchée :

$$\frac{1}{250} = 0,004.$$

En ce qui concerne les chaleurs spécifiques, les expériences de M. Regnault ont fait voir que la chaleur spécifique à pression constante de la vapeur surchauffée était constante, dans les limites pratiques et qu'elle avait pour valeur 0,4805. Celles de M. Hirn

semblent attribuer à cette chaleur spécifique la valeur plus faible 0,45.

On ne possède pas de données sur la chaleur spécifique à volume constant, mais les équations de la théorie mécanique de la chaleur vont nous permettre de combler cette lacune.

72. **Équations relatives à la vapeur d'eau surchauffée.** — Puisque la vapeur d'eau surchauffée suit à peu près les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, nous poserons, à l'exemple de ce que nous avons fait pour les gaz :

[Éq. (19)] $$pv = R(b+t). \qquad (97)$$

Dans cette équation, p représente la pression, v le volume de 1 kilogramme, t la température, b le nombre 250 inverse du coefficient de dilatation, et R une constante spécifique à la vapeur d'eau surchauffée. Pour déterminer cette constante spécifique, nous supposerons qu'à 100°, la vapeur d'eau surchauffée a le même volume que la vapeur d'eau saturée à cette même température; en faisant :

$$p = 10333^{k}$$
$$v = 1,651$$
$$b = 250 \qquad t = 100.$$

il vient :

$$R = \frac{10,333 \times 1,651}{250+100} = 46,60.$$

Nous avons donné, à la page 15, une relation entre les chaleurs spécifiques à pression constante c et à volume constant c_1, qui subsiste pour tous les corps ; cette relation est la suivante :

$$(c - c_1)\left(\frac{dt}{dp}\right)\left(\frac{dt}{dv}\right) = A\varphi(t),$$

où φ (t) représente la fonction $(a+t)$ ou $(273+t)$, (page 22).

Or de l'équation (97), on déduit :

$$\frac{dt}{dp} = \frac{p}{R}, \quad \frac{dt}{dv} = \frac{v}{R}.$$

Par suite :

$$(c - c_1)\frac{pv}{R^2} = A(a+t).$$

Remplaçant pv par sa valeur R $(b + t)$, il vient :

$$c - c_1 = \mathrm{AR}\frac{a+t}{b+t}. \qquad (98)$$

d'où :

$$c_1 = c - \mathrm{AR}\frac{a+t}{b+t}.$$

Cette équation nous donnera c_1 quand on connaîtra c. Or nous avons vu que la chaleur spécifique à pression constante de la vapeur surchauffée, était constante et égale :

à 0,4805 d'après M. Regnault.
à 0,45 d'après M. Hirn.

L'équation (98) fait voir que la chaleur spécifique à volume constant c_1, augmente quand la température augmente, mais l'augmentation est peu importante quand la température t est élevée, car alors la fraction

$$\frac{275+t}{250+t}$$

varie bien peu.

Nous possédons maintenant toutes les données nécessaires pour résoudre quelques problèmes concernant la vapeur d'eau surchauffée.

73. **Détente de la vapeur d'eau surchauffée.** — Considérons une chaudière produisant de la vapeur saturée et sèche à une température t_0 et à la pression p_0. Avant de se rendre au cylindre, cette vapeur traverse un tube réchauffeur dans lequel sa température est portée à une température plus élevée T_0, sa pression restant la même. La vapeur se *surchauffe*.

En s'introduisant dans le cylindre, elle produit un travail de pleine pression.

Une fois la pleine pression achevée, la vapeur surchauffée contenue dans le cylindre supposé imperméable à la chaleur se détend. La quantité de chaleur dépensée par un corps qui prend des variations de volume et de pression dv, dp, est, en général (équation E) :

$$dQ = c_1\left(\frac{dt}{dp}\right)dp + c\left(\frac{dt}{dv}\right)dv.$$

Or ici la détente a lieu sans addition ni soustraction de chaleur, par conséquent, $dQ = 0$, ce qui donne l'équation suivante :

$$c_1\left(\frac{dt}{dp}\right)dp + c\left(\frac{dt}{dv}\right)dv = 0.$$

Remplaçons $\frac{dt}{dp}$, $\frac{dt}{dv}$ et c_1 par leurs valeurs en fonction de p, v et t, (équation 97) et (équation 98) :

$$\frac{dt}{dp} = \frac{v}{R}, \quad \frac{dt}{dv} = \frac{p}{R}, \quad c_1 = c - AR\frac{a+t}{b+t}.$$

il viendra :

$$\left(c - AR\frac{a+t}{b+t}\right)\frac{v}{R}dp + c\frac{pdv}{R} = 0,$$

ou :

$$c\frac{pdv + vdp}{R} - AR\frac{a+t}{b+t}\frac{vdp}{R} = 0.$$

Or de l'équation (97), on tire encore :

$$pdv + vdp = Rdt$$

$$\frac{v}{R(b+t)} = \frac{1}{p}.$$

Par suite, on trouve après réductions :

$$\frac{c}{AR}\frac{dt}{a+t} = \frac{dp}{p}.$$

Intégrons de t à T_0 et de p à p_0 ;

$$\frac{c}{AR}\log\text{nep}\frac{a+T_0}{a+t} = \log\text{nep}\frac{p_0}{p}. \qquad (99)$$

Cette équation est analogue à celle que nous avons trouvée pour la détente des gaz permanents dans une enveloppe imperméable à la chaleur (page 25), car en posant :

$$\frac{c}{AR} = \frac{k}{k-1}.$$

On aura :

$$\left(\frac{a+T_0}{a+t}\right)^k = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{k-1}.$$

Or

$$\frac{a+T_0}{a+t}=\frac{p_0V_0}{pv},$$

d'où, après réductions :

$$pv^k=p_0V_0^k. \qquad (100)$$

C'est bien l'équation (26) de la détente des gaz permanents; seulement on avait pour les gaz permanents, $k=1,41$.

Ici,

$$k=\frac{c}{c-AR}=\frac{0,48}{0,48-\frac{46,60}{424}}=1,294.$$

Il résulte de cette différence, que la vapeur surchauffée, toutes choses égales d'ailleurs, c'est-à-dire à égalité de pression initiale et pour un même degré de détente, aura une pression plus faible, à la fin de la détente, que ne l'aurait l'air atmosphérique dans les mêmes conditions.

En effet, de l'équation (5) on tire :

$$p=p_0\left(\frac{V_0}{v}\right)^k.$$

Pour l'air atmosphérique, $k=1,41$.

Pour la vapeur d'eau surchauffée, $k=1,294$.

Par conséquent, pour une même valeur de p_0 et de $\left(\frac{V_0}{v}\right)$, p est plus petit pour la vapeur d'eau surchauffée que pour l'air atmosphérique.

Revenons à l'équation (99). A mesure que la vapeur surchauffée se détend, la température et la pression sont liées entre elles par cette équation. Si la pression baisse, la vapeur se rapproche du point de saturation, et la vapeur redevient saturée, lorsque la pression est précisément celle qui correspond à la température dans les tables de M. Regnault. La recherche de ce point de saturation n'offre pas de difficultés; il suffit de résoudre l'équation (99) et de vérifier si la température obtenue est bien celle qui correspond à la pression qu'on s'est donnée. Voici quelques résultats :

Températures auxquelles la vapeur d'eau saturée à 5 atmosphères ou 152°,22, puis surchauffée, redevient saturée en se détendant dans une enveloppe imperméable à la chaleur.

TEMPÉRATURE DE LA SURCHAUFFE.	TEMPÉRATURE DE SATURATION PENDANT LA DÉTENTE.
200°	126°
240°	112°
280°	95°

Lorsque la vapeur, en se détendant, a atteint la limite de saturation, elle se comporte à partir de ce moment-là comme une vapeur saturée, et nous savons alors calculer ses effets mécaniques.

74. **De l'emploi de la surchauffe dans les machines à vapeur.** — Il est beaucoup question aujourd'hui de l'emploi de la surchauffe dans les machines à vapeur, et il est intéressant de connaître les résultats qu'on peut en attendre. Nous allons calculer approximativement les effets mécaniques de la vapeur surchauffée.

1 kilogramme de vapeur saturée et sèche est d'abord formé dans une chaudière à la température t_0, il reçoit une quantité totale de chaleur,

$$\int_0^{t_0} l dt + r_0.$$

Pleine pression. — Cette vapeur est ensuite surchauffée à T_0, et à la pression constante p_0. Elle recevra pour cela une quantité de chaleur,

$$c(T_0 - t_0),$$

c étant la capacité calorifique de la vapeur surchauffée à pression constante, qui est, comme nous l'avons dit, égale à 0,4805; la quantité totale de chaleur fournie aura donc été :

$$\int_0^{t_0} l dt + r_0 + c(T_0 - t_0).$$

En même temps que la vapeur se surchauffe, elle produit un travail mécanique de pleine pression dont l'équivalent calorifique est :

$$Ap_0V_0,$$

En appelant V_0 le volume de 1 kilogramme de vapeur surchauffée à la température T_0, on a d'ailleurs (Éq. 97) :

$$p_0 V_0 = R(b + T_0).$$

Le travail produit peut donc s'écrire :

$$AR(b + T_0). \tag{101}$$

Détente de la vapeur surchauffée. — La détente commence, et se poursuit jusqu'à ce que la température et la pression soient tombées au point limite de saturation. Soient alors p la pression, t la température.

La chaleur interne de la vapeur d'eau, à cette température, ne sera autre chose que la chaleur interne de la vapeur d'eau saturée et sèche à la température t, telle qu'elle est donnée par la table de Zeuner ou par la formule (41) :

$$U = \int_0^t l dt + r - Apu,$$

Le travail produit pendant la détente correspond à la chaleur disparue, laquelle est :

$$\int_0^{t_0} l dt + r_0 + c(T_0 - t_0) - AR(b + T_0)$$
$$- \int_0^t l dt - (r - Apu). \tag{102}$$

Détente de la vapeur saturée. — Enfin la vapeur arrivée au point de saturation se détend jusqu'à la température du condenseur θ, et produit un travail équivalent à :

$$\int_0^t l dt + r - Apu - \left[\int_0^\theta l dt + (r_1 - Ap_1 u_1) x\right].$$

p_1, r_1, $Ap_1 u_1$ et x, étant les quantités déjà définies, et relatives à la température θ, puis un travail de contre-pression :

$$- Ap_1 u_1 x,$$

De sorte qu'en définitive, l'équivalent du travail de la vapeur saturée aura été :

$$\int_\theta^t l dt + r - r_1 x - Apu. \tag{103}$$

Si l'on ajoute toutes les quantités de chaleur converties en travail (101), (102), (103), on a :

$$\begin{aligned}&AR(b+T_0)\\&+\int_0^{t_0} ldt + r_0 + c(T_0 - t_0) - AR(b+T_0) - \int_0^{t} ldt - (r - Apu)\\&+\int_0^{t} ldt + r - r_1 x - Apu\end{aligned}$$

soit après réductions,

$$\int_0^{t_0} ldt + c(T_0 - t_0) + r_0 - r_1 x. \qquad (104)$$

On peut parvenir directement à ce résultat en retranchant la chaleur emportée par la vapeur de celle qui lui a été fournie.

La chaleur fournie, comptée au-dessus de zéro, est :

$$\int_0^{t_0} ldt + r_0 + c(T_0 - t_0).$$

et la chaleur emportée :

$$\int_0^{\theta} ldt + r_1 x.$$

La différence reproduit bien la formule (104).

Le rendement calorifique ρ s'obtiendra en divisant la chaleur convertie en travail mécanique par la chaleur fournie, ce qui donnera :

$$\rho = \frac{\int_\theta^{t_0} ldt + c(T_0 - t_0) + r_0 - r_1 x}{\int_\theta^{t_0} ldt + r_0 + c(T_0 - t_0)}. \qquad (105)$$

Cette équation ne diffère de l'équation (70), qui est relative aux machines à vapeur sans surchauffe, que par l'addition, tant au numérateur qu'au dénominateur, du terme $c\ (T_0 - t_0)$, dû à la surchauffe et par la valeur différente de x dans les deux cas.

Pour pouvoir faire la comparaison des rendements, nous avons dressé le tableau ci-dessous au moyen de la formule (105) et des résultats du tableau de la page 141.

RENDEMENT CALORIFIQUE DES MACHINES A VAPEUR PARFAITES AVEC SURCHAUFFE.

	TEMPÉRATURE de la surchauffe	VOLUME de 1 kilog. de vapeur surchauffée.	VOLUME occupé par 1 kilog. de vapeur à la fin de la détente.	RAPPORTS de détente.	RENDEMENT calorifique.
Machines à condensation : $\theta = 50°$	200°	0,405	10,44	25,78	0.214
	240°	0,441	10,68	24,21	0,220
	280°	0,477	11,00	23,05	0,221
Machines sans condensation : $\theta = 50°$ au numérateur. $\theta = 15°$ au dénominateur.	200°	0,405	1,565	3,86	0,100
	240°	0,441	1,606	3,64	0,105
	280°	0,477	1,662	3,47	0,105

Si l'on compare ces résultats à ceux que donnerait une machine à vapeur sans surchauffe, prenant de la vapeur sèche à 152°,22, c'est-à-dire à 5 atmosphères (pages 75 et 83), on ne trouvera pas de différence appréciable quant au rendement calorifique. La surchauffe ne procure donc aucun avantage au point de vue du rendement.

Elle n'est pas plus avantageuse au point de vue de l'encombrement de la machine, car le volume du cylindre d'une machine à vapeur à condensation consommant 1 kilogramme de vapeur saturée à 152°,22 et se détendant à 50°, est de 9^{m3},99, chiffre inférieur à ceux qui sont portés dans le tableau précédent, 10,44, 10,68, 11. Pour une machine sans condensation, le volume serait représenté par 1,50, alors que dans la machine à vapeur surchauffée, les volumes sont 1,565, 1,606, 1,662.

A aucun point de vue, la surchauffe ne procure d'avantage. Elle crée, au contraire, des inconvénients réels et qui se traduisent par une perte de rendement. Tandis que la vapeur saturée en présence d'un excès d'eau, lubrifie les surfaces, émulsionne les matières grasses employées au graissage, et par suite diminue les frottements, la vapeur surchauffée à une haute température dessèche

les matières lubrifiantes, brûle les garnitures et augmente l'usure des pièces.

La surchauffe à pression constante, obtenue en faisant passer la vapeur à travers des tubes réchauffeurs, ne nous paraît donc appelée à aucune espèce de succès pratique.

75. **Pourquoi la surchauffe ne donne pas un rendement supérieur.** — Dans les machines à vapeur surchauffée, la *chute de chaleur* est beaucoup plus grande que dans les machines à vapeur saturée. On peut se demander pourquoi le rendement calorifique n'est pas plus grand que dans ces dernières. Pour obtenir le maximum de rendement d'une machine thermique, nous avons dit (page 56) qu'il fallait mettre successivement le corps en contact avec deux sources de chaleur à température *constante*. C'est la différence de température de ces deux sources qui détermine le rendement. Cette condition est bien remplie dans les machines à vapeur saturée. La chaudière et le condenseur constituent des sources de chaleur à température constante, mais dans les machines à vapeur d'eau surchauffée, il n'en est plus ainsi.

La vapeur d'abord formée à température constante dans la chaudière, est ensuite échauffée *successivement* depuis la température de saturation jusqu'à la température de la surchauffe. Pendant cet échauffement, la température s'élève, l'échauffement n'a donc pas lieu à température constante. Les conditions du maximum de rendement ne sont pas remplies et il n'y a rien d'étonnant à ce que les machines à vapeur surchauffée ne rendent pas plus d'effet utile que les machines à vapeur saturée, à égalité de pressions initiale et finale.

76. **Surchauffe avec les gaz perdus des foyers.** — La surchauffe ne procure aucun avantage, en ce sens qu'étant donnée une machine à construire, il vaut mieux la construire sans surchauffe, en d'autres termes il vaut mieux employer la chaleur disponible à produire de la vapeur d'eau saturée, qu'à produire de la vapeur surchauffée.

La question est toute différente si l'on se propose d'utiliser pour cette surchauffe les gaz perdus des foyers dont la chaleur se répand dans l'atmosphère extérieure sans aucun profit. La surchauffe peut alors donner quelques résultats au point de vue économique.

On peut employer les tubes réchauffeurs à évaporer les parcelles liquides entraînées par la vapeur, c'est-à-dire à la *sécher*, mais il ne paraît pas qu'il y ait avantage, même dans ce cas, à dépasser le point de saturation. L'expérience démontre que la vapeur saturée se comporte toujours dans les cylindres d'une manière plus favorable sous le rapport des frottements et de l'usure des pièces. On éprouve en outre les plus grandes difficultés à éviter les coups de feu pendant la surchauffe. Ces divers inconvénients font généralement abandonner la surchauffe, malgré ses avantages apparents, et les raisons de cet abandon nous paraissent bien expliquées par la *théorie*.

77. **Machines à vapeurs combinées.** — Étant donnée une machine à vapeur à condensation, supposons qu'au lieu de condenser la vapeur d'eau au moyen de l'injection d'eau froide, on la mette en contact avec un condenseur par surface dans l'intérieur duquel circule un liquide volatil comme l'éther, le chloroforme, l'ammoniaque ; ce dernier se vaporisera et prendra une tension élevée ; on pourra l'employer dans un second cylindre, lui faire produire un certain travail mécanique de pleine pression et de détente, et finalement le condenser avec de l'eau froide au moyen d'un condenseur par surface, pour le ramener au condenseur de la vapeur d'eau, et le vaporiser de nouveau. Tel est le principe des machines à vapeurs combinées.

Les inventeurs ont généralement basé leurs théories sur les différences de valeur des chaleurs latentes, mais ce mode de comparaison n'a aucune valeur scientifique. En réalité, c'est la *chute de chaleur* qui règle le rendement théorique de ces sortes de machines, absolument comme celui des machines à une seule vapeur.

Soit T la température de la chaudière à eau, t la température de l'éther dans le condenseur par surface, au moment où il s'évapore. Soit θ la température de l'eau dans le second condenseur par surface, celui qui condense la vapeur d'éther quand elle a produit son effet mécanique. Soit Q la quantité de chaleur reçue par 1 kilogramme de vapeur d'eau dans la chaudière à vapeur d'eau, Q' la quantité de chaleur reçue par l'éther, par suite de la condensation de 1 kilogramme de vapeur d'eau.

La quantité de chaleur

$$Q-Q',$$

a disparu et a dû être transformée en travail mécanique.

Si la machine à vapeur d'eau est parfaite, c'est-à-dire si la vapeur d'eau se forme à la température constante T et se condense à la température constante t, le rendement calorifique de la machine à vapeur d'eau, a pour expression :

$$\frac{Q-Q'}{Q},$$

ou bien (page 64)

$$\frac{T-t}{a+T}.$$

On a donc

$$\frac{Q-Q'}{Q}=\frac{T-t}{a+T},$$

équation d'où l'on tire :

$$Q'=Q\frac{a+t}{a+T},$$

La vapeur d'éther, une fois formée, est employée comme l'a été la vapeur d'eau. Après avoir produit un travail mécanique, elle est condensée à la température θ, et elle abandonne en se condensant une quantité de chaleur q ; on aura par analogie et d'après l'équation précédente :

$$q=Q'\frac{a+\theta}{a+t}=Q\frac{a+\theta}{a+T}.$$

En définitive, la chaleur transformée en travail mécanique dans la double machine à vapeur d'eau et d'éther est

$$Q-q.$$

La chaleur dépensée est Q, par conséquent le rendement calorifique de la machine à vapeurs combinées a pour expression :

$$\frac{Q-q}{Q}=1-\frac{a+\theta}{a+T}=\frac{T-\theta}{a+T}.$$

Cette expression n'est autre chose que la formule ordinaire (59) du rendement théorique maximum entre les deux températures T et θ. Une machine parfaite à vapeurs combinées donnera donc le même rendement qu'une machine à une seule vapeur qui

fonctionnerait entre les deux températures extrêmes de la première machine. En réalité, comme la température θ, à laquelle on condense l'éther, est plus basse que la température t, à laquelle on peut condenser la vapeur d'eau, le rendement théorique de la machine à deux vapeurs est plus élevé que celui de la machine à une seule vapeur.

Supposons toujours qu'il s'agisse d'une machine à vapeur d'eau et éther sulfurique. L'éther bout à 38° sous la pression atmosphérique. D'un autre côté, nous savons qu'il est difficile d'abaisser la température des condenseurs à vapeur d'eau au-dessous de 50°. Une machine à vapeur d'eau marchant à $2^{at},6$, comme cela a lieu dans les machines marines, ne peut utiliser qu'une fraction égale à

$$\frac{129 - 50}{273 + 129} = 0,197$$

de la chaleur dépensée. Si la chaleur rendue à la condensation est employée à vaporiser de l'éther à 50°, on pourra ensuite condenser cet éther au moyen d'un courant d'eau froide à 20°; le rendement calorifique de la machine à deux vapeurs sera

$$\frac{129 - 20}{273 + 129} = 0,272.$$

Par rapport à 0,197, rendement de la machine à vapeur d'eau, ce dernier rendement représente une augmentation de 38 pour 100.

Les machines à vapeurs combinées satisfont bien aux conditions d'économie de chaleur prévues par la théorie, et les expériences faites sur les machines de M. du Tremblay semblent même avoir confirmé en pratique le fait de cette économie. Malheureusement ces sortes de machines présentent de graves inconvénients. Les liquides volatils qui sont employés sont tous délétères et inflammables, et comme on ne peut jamais empêcher complètement les fuites, on est exposé au danger des incendies, des explosions et surtout des asphyxies. Aussi les machines à vapeurs combinées sont-elles aujourd'hui complétement abandonnées. L'eau et l'air paraissent, quant à présent, les seuls agents naturels dont l'emploi dans les machines soit réellement pratique.

CHAPITRE VII

DES MACHINES A AIR CHAUD

Le type général des machines à vapeur ne varie pas. Au contraire, plusieurs dispositions très-diverses ont été imaginées pour utiliser l'air atmosphérique dans les machines thermiques. Nous sommes donc obligé, pour donner au lecteur une idée de l'état actuel de la question, d'étudier successivement quelques-uns des systèmes proposés. Cette étude nous montrera par la comparaison des systèmes entre eux, dans quel sens doivent être dirigées les recherches ayant pour but la création d'un genre de machines qui n'est pas encore parvenu à entrer dans la pratique, et qui nous paraît appelé cependant à jouer un rôle important dans l'avenir de l'industrie.

78. **Première machine à air chaud d'Ericson.** — Un Américain, le capitaine Ericson, paraît être le premier inventeur qui soit arrivé à construire une machine à air chaud réellement pratique. La machine Ericson a été appliquée en Amérique dans plusieurs circonstances, et notamment comme machine de bateaux. Nous empruntons à une brochure publiée en 1854, par M. Lissignol, ingénieur au Havre, la description d'une machine dont la puissance devait être de 10 chevaux.

Un piston moteur P (fig. 20) se meut dans un cylindre A dépourvu de couvercle à la partie supérieure et dont le fond a une forme convexe. Le dessous du piston a lui-même une forme exactement semblable. Il est formé d'une enveloppe métallique remplie de plâtre pour éviter les refroidissements.

Ce piston P commande, au moyen de deux tiges *t t*, un second

piston P′ dont la surface n'est que les $\frac{2}{3}$ de celle du piston P et qui se meut dans un cylindre B dont le fond inférieur est dépourvu de couvercle et dont le fond supérieur est muni de deux sou-

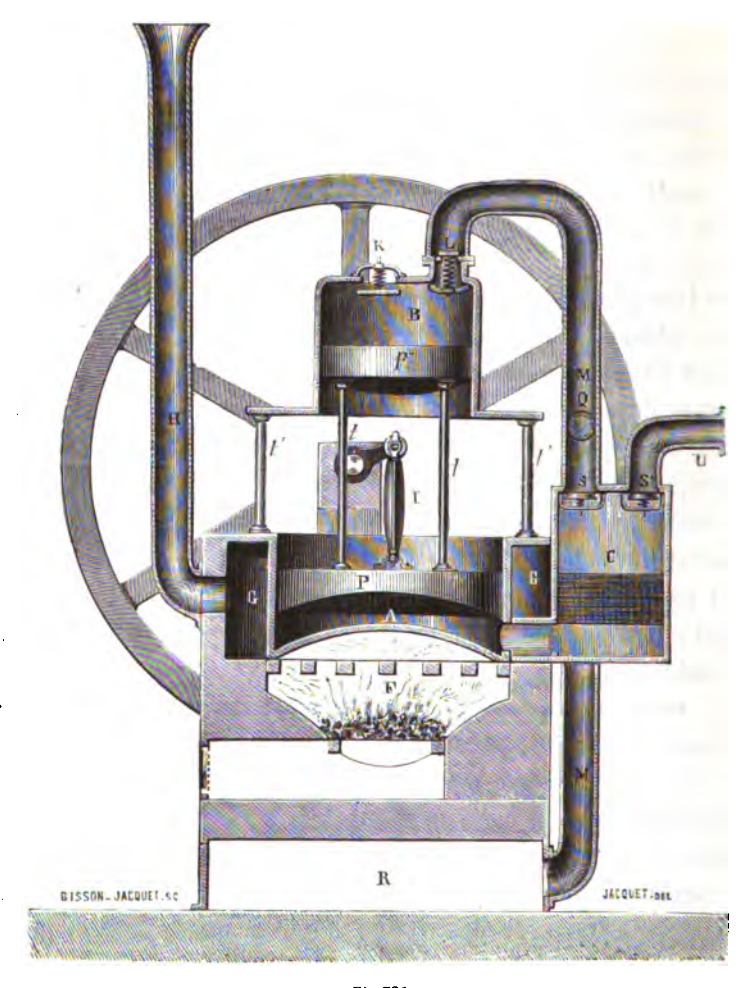


Fig. 120.

papes K, L. La soupape K communique avec l'atmosphère et ouvre de dehors en dedans du cylindre. La soupape L communique avec un tuyau de conduite MM, et ouvre de dedans en dehors du cylindre. Il est facile de comprendre que l'ensemble du cylindre B et du piston P′ n'est autre chose qu'une pompe aspirante et foulante

qui puise de l'air dans l'atmosphère et le refoule dans le tuyau MM.

Ce tuyau descend verticalement jusqu'à la base de la machine et communique avec un réservoir fermé R placé sous le fourneau. Un branchement Q met le tuyau MM en communication avec une boîte en fonte C. Le rôle de cette boîte que nous appellerons le *régénérateur*, est très-important. Elle est munie à la partie supérieure de deux soupapes S, S'. La soupape S est placée à l'orifice du tuyau Q, elle ouvre de dehors en dedans de la boîte. La soupape S' communique avec l'atmosphère par le bout de tuyau U. Elle ouvre également du dehors au dedans de la boîte. Au fond de cette boîte C sont disposés des paquets de toiles métalliques superposées par couches horizontales. Elles sont formées de fils de fer de 1 millimètre de diamètre entrelacés en carrés. Il y a 400 mailles au décimètre carré, ce qui correspond à 5 millimètres d'écartement de fil en fil. 120 toiles superposées font une épaisseur de $0^m,20$ environ, et le poids du paquet des toiles est de 52 kilos. Ses dimensions en plan sont de $0^m,60$ sur $0^m,40$.

Au-dessous du paquet de toiles, la boîte C communique par un orifice latéral avec le fond du cylindre A. Par conséquent, l'air ne peut pas arriver sous le piston P sans traverser le paquet de toiles métalliques.

Le cylindre A repose sur un foyer F, où l'on entretient le feu avec de la houille. Des ouvertures placées dans la paroi cylindrique du foyer conduisent la flamme dans un carneau G concentrique au cylindre, et finalement dans une cheminée H. Le fond du cylindre A est donc constamment chauffé.

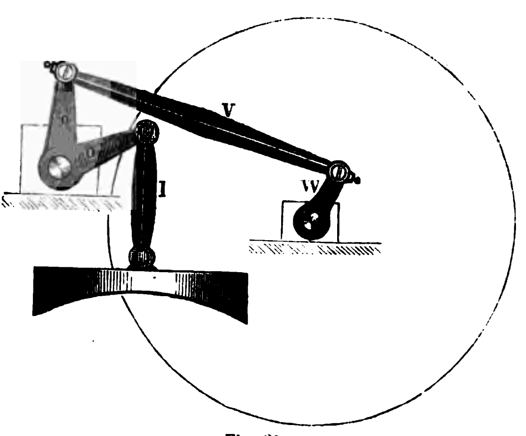


Fig. 21.

Le mouvement est communiqué au volant de la machine au moyen d'une disposition analogue à celle figurée ci-contre (fig. 21), par l'intermédiaire d'une bielle I,

d'un levier coudé O, O, d'une seconde bielle V et d'une manivelle W. Mais on pourrait adopter une transmission plus simple, cela ne changerait rien au fonctionnement de la machine.

Les soupapes K, L, S, S′ sont actionnées par la machine elle-même au moyen d'arbres à cames. Ceci posé, étudions le fonctionnement de la machine.

Le piston A est au bas de sa course, et se dispose à monter. En ce moment, la soupape K se ferme, la soupape L s'ouvre, la soupape S s'ouvre et la soupape S′ se ferme. L'air enfermé dans la capacité formée du tuyau MM et du réservoir R, que nous appellerons désormais pour abréger, *le réservoir*, est à une pression d'environ 1 atmosphère $\frac{1}{2}$. Ajoutons que le paquet de toiles métalliques est à une température élevée par suite de la chaleur que lui a abandonnée l'air chassé par la dernière course descendante du piston. Au moment où les soupapes L et S s'ouvrent, l'air comprimé du réservoir se met en équilibre de pression dans le cylindre B et dans le régénérateur C, il vient agir sous le piston P, le soulève, et à mesure que ce mouvement s'opère, l'air s'échauffe par son passage à travers les toiles métalliques, et aussi par son contact avec le fond du cylindre placé au-dessus du foyer et entouré par les carneaux remplis de flamme. La pression de l'air augmente, le mouvement s'accélère, et le piston P va arriver au haut de sa course. Mais avant cela, la soupape S est fermée, et l'air contenu dans le régénérateur et dans le fond du cylindre A se trouve isolé du réservoir. Il se dilate en continuant à s'échauffer.

Quand le piston P est arrivé au haut de sa course, le piston P′ est également au haut de la sienne. Le volume du réservoir MMR est réduit à son minimum et la pression y est encore d'environ 1 atmosphère $\frac{1}{2}$.

A ce moment, le piston P commence à redescendre, les soupapes K et S′ s'ouvrent, la soupape L se ferme. Il est facile de voir que dans la course descendante, le piston P′ aspire de l'air atmosphérique qui vient remplir le cylindre B, tandis que le piston P chasse l'air chaud qui occupait le fond du cylindre A, et le rend à l'at-

mosphère par le tuyau U. Cet air, en passant sur le paquet des toiles métalliques, restitue la plus grande partie de sa chaleur aux toiles. Une fois le piston arrivé au bas de sa course, les choses recommencent comme précédemment.

Le rôle du *régénérateur* est, comme on le voit, des plus importants. Il agit à peu près comme le condenseur des machines à vapeur pour retenir une certaine portion de la chaleur fournie, et la restituer aux nouvelles quantités d'air qui arrivent dans le cylindre. De même, dans les machines à vapeur, le condenseur retient une certaine quantité de la chaleur de la vapeur pour la restituer sous forme d'eau chaude lors de l'alimentation.

La machine que nous venons de décrire présente plusieurs défauts importants au point de vue pratique.

La course du cylindre est trop faible, et la détente est insuffisante, car elle n'a lieu que sur le dernier cinquième de la course. Le piston donne lieu à des fuites nombreuses à cause de son grand diamètre et de la trop grande surface du joint. L'échauffement dans le cylindre est trop lent, et cela tient à la trop faible surface de chauffe de l'appareil. Ce dernier inconvénient est commun à toutes les machines dans lesquelles le cylindre est directement chauffé. Il est évident qu'il y aurait un grand avantage à chauffer l'air dans un appareil mieux approprié à cette opération.

Quant aux fuites d'air, elles tiennent en grande partie au mauvais graissage des surfaces frottantes. Aux températures qui règnent dans le cylindre, 250° ou 300°, l'huile et la graisse entrent en ébullition sans cependant se décomposer. La décomposition ne commence qu'à 400°, mais aux températures élevées, ces matières arrivent à un état de fluidité tel, que leurs propriétés lubrifiantes perdent une grande partie de leur efficacité. C'est là un des obstacles les plus sérieux, au point de vue pratique, à l'emploi des gaz ou des vapeurs à haute pression, et ce serait une découverte fort importante que celle d'une matière lubrifiante fonctionnant bien aux plus hautes températures. Le graphite ou la plombagine donneraient peut-être de bons résultats; nous ignorons si les essais en ont été faits.

Il serait assez difficile de calculer en détail les effets de la machine d'Ericson que nous venons de décrire, parce qu'on ne connaît

pas la loi d'échauffement de l'air qui afflue sous le piston au moment où il s'élève. La température de cet air s'élèvera d'autant plus haut que la marche du piston sera plus lente, mais on peut supposer la marche réglée de manière que la température de l'air soit constante et sensiblement égale à celle de la couche inférieure du paquet de toiles métalliques. Moyennant cette supposition qui n'est pas très-éloignée de la vérité, on peut calculer l'effet utile de la machine.

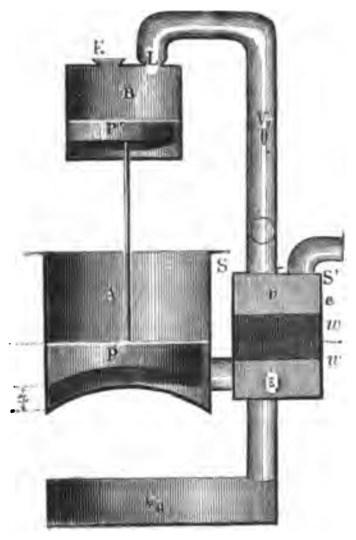


Fig. 22.

Soient (fig. 22) :

τ la température de l'atmosphère extérieure;

π sa pression;

θ la température à peu près constante qui règne dans la capacité formée du tuyau et du réservoir de la machine;

V le volume du réservoir;

t la température de la couche supérieure du paquet de toiles, c'est-à-dire de la couche la plus froide;

T la température de la couche inférieure, c'est-à-dire de la plus chaude;

v le volume du régénérateur compris entre son couvercle supérieur et la face supérieure du paquet de toiles;

$2w$ le volume du paquet de toiles;

ε l'espace nuisible du cylindre;

Ω la section du grand cylindre;

ω la section du petit cylindre;

L la course commune des deux pistons;

x la levée variable du piston;

p la pression dans le réservoir, et par conséquent aussi sous le piston à un moment quelconque;

P la pression moyenne dans le réservoir, laquelle varie très-peu.

Pour évaluer le travail exercé sur le piston moteur P, nous aurons trois phases à considérer.

Première phase. — Le piston part du fond du cylindre, tout l'air

contenu dans la capacité formée du cylindre, du régénérateur et du réservoir se dilate. A mesure que le piston se soulève, de nouvelles quantités d'air traversent le paquet de toiles métalliques et passent à la température T qu'elles conservent dans le cylindre. Calculons la valeur de la pression pour un point quelconque de la course ascendante ; nous avons :

Sous le piston, un volume d'air $(\Omega x + \varepsilon)$ à la température T.

Dans les paquets de toile, la température étant supposée uniformément croissante d'un bout à l'autre, nous compterons une moitié, c'est-à-dire un volume w à la température T, et l'autre moitié w à la température t.

Le dessus du paquet de toiles dans le régénérateur et tout le volume du réservoir sont remplis d'air à la température θ, le volume est $V + v$.

La pression est partout p. Le volume total de l'air ramené à 0 et à la pression atmosphérique π, sera donc

$$\frac{\Omega x + \varepsilon + w}{1 + \alpha T}\frac{p}{\pi} + \frac{w}{1 + \alpha t}\frac{p}{\pi} + \frac{V + v}{1 + \alpha\theta}\frac{p}{\pi} = (A).$$

Lorsque le piston P était au bas de sa course et au moment où les soupapes L et S' se fermaient, nous avions :

Sous le piston et dans le régénérateur, un volume $(\varepsilon + w)$, à la température T et à la pression π;

Dans le régénérateur, un volume $(w + v)$ à la température t et à la pression π;

Dans le réservoir, un volume V à la pression P et à la température θ;

Le volume total, ramené à 0° et à la pression π, était

$$\frac{\varepsilon + w}{1 + \alpha T} + \frac{w + v}{1 + \alpha t} + \frac{V}{1 + \alpha\theta}\frac{P}{\pi} = (B).$$

C'est ce même air qui est contenu dans l'ensemble formé par le cylindre, le régénérateur et le réservoir pendant toute la course ascendante ; on doit donc avoir

$$(A) = (B).$$

Posons :

$$\frac{\Omega}{1+\alpha T}=m, \quad \frac{\varepsilon+w}{1+\alpha T}=a, \quad \frac{w}{1+\alpha t}=b, \quad \frac{v}{1+\alpha t}=c,$$
$$\frac{v}{1+\alpha\theta}=c', \quad \frac{V}{1+\alpha\theta}=d,$$

et nous aurons l'équation :

$$\frac{p}{\pi}\{mx+a+b+c'+d\}=a+b+c+\frac{dP}{\pi},$$

et par suite

$$p=\pi\frac{a+b+c+\frac{Pd}{\pi}}{mx+a+b+c'+d}. \qquad (106)$$

On voit que la loi de la dilatation sera celle d'un gaz à température constante, mais la pression variera très-peu, parce que le terme d a une influence prépondérante.

La première phase durera jusqu'à ce que l'air comprimé par le piston P′ pousse la soupape L, et s'introduise dans le réservoir. Désignons par λ la levée du piston P à ce moment, on aura pour le travail accompli dans cette première période :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}'_1=\Omega\int_0^\lambda p\,dx&=\pi\Omega\left(a+b+c+\frac{Pd}{\pi}\right)\int_0^\lambda\frac{dx}{mx+a+b+c'+d}\\&=\frac{\pi\Omega}{m}\left(a+b+c+\frac{Pd}{\pi}\right)\log\text{nep}\left(\frac{m\lambda+a+b+c'+d}{a+b+c'+d}\right). \qquad (106\ bis)\end{aligned}$$

Quant à la valeur de λ, il est clair qu'elle sera donnée par l'équation suivante :

$$\frac{L\pi}{1+\alpha\tau}=\frac{(L-\lambda)P}{1+\alpha\theta}.$$

Équation d'où l'on tire :

$$\lambda=L\left(1-\frac{1+\alpha\theta}{1+\alpha\tau}\frac{\pi}{P}\right).$$

Deuxième phase. — A partir du moment où la soupape L est ouverte, tout l'air contenu dans l'appareil concourt à produire le travail mécanique.

A un moment quelconque, le volume de l'air contenu dans le

cylindre B ramené à 0° et à la pression atmosphérique π, a pour expression :

$$\frac{\omega(L-x)}{1+\alpha\theta}\frac{p}{\pi}.$$

Au commencement de la course ascendante, le volume d'air contenu dans le cylindre B était ωL, sa pression était égale à la pression atmosphérique, et sa température était égale à τ. Ramené à 0°, ce volume avait pour valeur :

$$\frac{\omega L}{1+\alpha\tau}.$$

Si l'on ajoute ce dernier terme à l'expression (B) calculée plus haut, et le terme

$$\frac{\omega(L-x)}{1+\alpha\theta}\frac{p}{\pi},$$

au terme (A), on aura de part et d'autre deux expressions du même volume d'air, ramené à 0° et à la pression atmosphérique. Ces deux expressions sont donc égales et l'on peut écrire :

$$\frac{\Omega x+\varepsilon+w}{1+\alpha T}\frac{p}{\pi}+\frac{w'}{1+\alpha t}\frac{p}{\pi}+\frac{V+v}{1+\alpha\theta}\frac{p}{\pi}+\frac{\omega(L-x)}{1+\alpha\theta}\frac{p}{\pi}$$
$$=\frac{\varepsilon+w}{1+\alpha T}+\frac{w+v}{1+\alpha t}+\frac{V}{1+\alpha\theta}\frac{P}{\pi}+\frac{\omega L}{1+\alpha\tau}.$$

Aux notations déjà adoptées nous ajouterons les suivantes. Nous poserons :

$$\frac{\omega}{1+\alpha\theta}=n, \quad \frac{\omega}{1+\alpha\tau}=n'.$$

L'équation précédente pourra s'écrire :

$$\frac{p}{\pi}[(m-n)x+a+b+c'+d+nL]$$
$$=a+b+c+\frac{Pd}{\pi}+n'L.$$

On en tire :

$$p=\pi\frac{a+b+c+\frac{Pd}{\pi}+n'L}{-(n-m)x+a+b+c'+d+nL}. \tag{107}$$

La deuxième phase durera jusqu'à ce que la soupape S se ferme

et isole ainsi complétement le cylindre du réservoir. Soit l la levée du piston à ce moment. On aura pour le travail mécanique accompli dans la deuxième phase :

$$\varpi'_2 = \Omega \int_{\lambda}^{l} p dx$$

$$= \frac{\pi\Omega}{n-m}\left(a+b+c+\frac{\mathrm{P}d}{\pi}+n'\mathrm{L}\right)\operatorname{lognep}\left[\frac{-(n-m)\lambda+a+b+c'+d+n\mathrm{L}}{-(n-m)l+a+b+c'+d+n\mathrm{L}}\right]. \quad (107\ bis)$$

Nous avons retourné l'expression $(m - n)$, parce que n est plus grand que m ; par suite le terme $(n - m)$ est positif.

Troisième phase. — A partir du moment où la soupape S se ferme, le réservoir ne communique plus avec le régénérateur, et l'air confiné dans le régénérateur et le cylindre se détend tout en continuant à s'échauffer. Le phénomène devient ici très-difficile à analyser, car l'hypothèse d'une température à peu près constante n'est plus aussi aisée à admettre. D'une part, la détente abaisse la température avec d'autant plus de rapidité que le volume qui se détend est plus petit; d'un autre côté, le foyer continue son action d'échauffement, il agit sur une plus grande surface. Enfin le piston arrive au bout de sa course et il marche plus lentement. Il est vrai que dans la machine d'Ericson la détente est très-courte, puisqu'elle ne dure que le $\frac{1}{5}$ de la course ; nous continuerons donc à supposer que la température reste constante, la pression aura une valeur semblable à celle de la formule (106), en y faisant $d = 0$, et mettant c' à la place de c au numérateur ; on aura donc

$$p = \pi \frac{a+b+c'}{mx+a+b+c'}. \quad (107)$$

Le travail accompli dans cette troisième phase aura pour mesure

$$\varpi'_3 = \Omega \int_{l}^{\mathrm{L}} p dx$$

$$= \frac{\pi\Omega}{m}(a+b+c')\operatorname{lognep}\left(\frac{m\mathrm{L}+a+b+c'}{ml+a+b+c'}\right).$$

En réunissant les trois termes $\varpi_1', \varpi_2', \varpi_3'$, on aura le travail total accompli pendant la course ascendante :

$$\varpi' = \varpi'_1 + \varpi'_2 + \varpi'_3,$$

ou

$$\mathfrak{T}' = \frac{\pi\Omega}{m}\left(a+b+c+\frac{Pd}{\pi}\right)\text{lognep}\left(\frac{m\lambda+a+b+c'+d}{a+b+c'+d}\right)$$
$$+\frac{\pi\Omega}{n-m}\left(a+b+c+\frac{Pd}{\pi}+n'L\right)\text{lognep}\left[\frac{-(n-m)\lambda+a+b+c'+d+nL}{-(n-m)l+a+b+c'+d+nL}\right]$$
$$+\frac{\pi\Omega}{m}(a+b+c')\,\text{lognep}\left(\frac{mL+a+b+c'}{ml+a+b+c'}\right). \qquad (107\ ter)$$

L'évaluation du travail basée sur la constance de la température de l'air chaud dans le cylindre, comporte beaucoup d'incertitude, nous ne l'avons donnée que comme application des théories exposées dans cet ouvrage. Il nous paraît plus sûr d'appliquer simplement la formule suivante. Appelant P la pression moyenne qui règne sous le piston pendant une course ascendante, on aura pour le travail effectué pendant cette course :

$$\mathfrak{T}' = P\Omega L. \qquad (107\ quater)$$

Nous avons maintenant à tenir compte du travail résistant accompli sur le piston P'. Lorsque ce piston part du bas de sa course, il comprime l'air qui remplit le cylindre B. Cette compression a lieu sans addition, ni soustraction de chaleur, par conséquent la formule (31) est ici applicable. L'air, d'abord à la pression atmosphérique π, est comprimé à la pression P ; on a donc pour le travail absorbé par la compression (équation 31) :

$$\frac{\pi\omega L}{k-1}\left[\left(\frac{P}{\pi}\right)^{\frac{k-1}{k}}-1\right],$$

formule où $k = 1{,}41$: c'est le rapport des capacités calorifiques des gaz (page 22).

La compression donne lieu à un échauffement, et il est clair que la température finale de l'air comprimé sera précisément celle que nous avons désignée par θ. On aura donc (formule 33)

$$\theta = \tau + (a+\tau)\left[\left(\frac{P}{\pi}\right)^{\frac{k-1}{k}}-1\right], \qquad (a = 273^\circ).$$

Cette température θ est celle de l'air contenu dans le réservoir et les tuyaux qui y aboutissent.

Une fois l'air comprimé dans la pompe B, la soupape L s'ouvre, et cet air est introduit dans le réservoir de la machine. Le travail dépensé pour cette introduction, que nous supposerons faite à la pression constante P, aura pour valeur :

$$P\omega(L-\lambda),$$

Soit encore

$$\pi\omega L\frac{1+\alpha\theta}{1+\alpha\tau}.$$

On aura donc pour le travail mécanique $\mathfrak{T}''$ absorbé par la pompe à air B, dans la course montante,

$$\mathfrak{T}''=\frac{\pi\omega L}{k-1}\left[\left(\frac{P}{\pi}\right)^{\frac{k-1}{k}}-1\right]+\pi\omega L\left(\frac{1+\alpha\theta}{1+\alpha\tau}\right).$$

Examinons maintenant ce qui se passe dans la course descendante. Le piston P refoule l'air chaud dans l'atmosphère. C'est un travail à pression constante qui nécessite un travail

$$\mathfrak{T}'''=\pi\Omega L.$$

En même temps, le piston P' aspire un volume d'air ωL et reçoit un travail moteur :

$$\mathfrak{T}^{\text{iv}}=\pi\omega L.$$

Le travail total accompli dans une double course complète, sera donc

$$\mathfrak{T}=\mathfrak{T}'-\mathfrak{T}''-\mathfrak{T}'''+\mathfrak{T}^{\text{iv}}.$$

Étant donnés a, b, c, d, etc., tout est connu pour le calcul de $\mathfrak{T}$.

Quel sera le rendement calorifique de la machine ?

Il est maintenant facile à calculer. Puisque l'air entré à la température τ, sort à la température t qui est celle de la couche supérieure du paquet de toiles, il emporte une quantité de chaleur égale à l'accroissement de sa chaleur interne dans son passage à travers l'appareil, soit

$$c_1(t-\tau),$$

(c_1 chaleur spécifique à volume constant),

par unité de poids.

Il y aurait lieu aussi de tenir compte de la vitesse d'échappe-

ment de l'air ou, en d'autres termes, de l'équivalent calorifique de la force vive correspondante. Il est clair que cette chaleur a été fournie par la machine. Remarquons que la température de l'air sortant est supposée constante et égale à celle de la couche supérieure du paquet de toiles métalliques. Nous verrons au chapitre IX que la vitesse d'écoulement d'un gaz à température constante est donnée par la formule :

$$\frac{U^2}{2g} = PV \log nep \frac{P}{\pi} = R(a+t) \log nep \frac{P}{\pi},$$

formule dans laquelle P représente la pression qui produit l'écoulement, V le volume spécifique correspondant, π la pression du milieu dans lequel se fait l'écoulement, R la constante de l'équation (19).

Dans le cas qui nous occupe, le réservoir qui alimente l'écoulement n'est autre chose que le cylindre A, c'est un espace limité. En réalité, l'échappement se fera très-vite, et il s'arrêtera au moment même où la pression qui le produit sera devenue égale à la pression atmosphérique. Une partie seulement de l'air du cylindre s'écoulera dans l'atmosphère avec une grande vitesse, et encore cet écoulement se fera sous une pression continuellement décroissante. D'un autre côté le paquet de toiles métalliques doit beaucoup ralentir la vitesse. Par ces divers motifs, on peut, dans une première approximation, ne pas en tenir compte. Le poids de l'air d'une cylindrée est :

$$\frac{\omega L}{1+\alpha\tau}\delta,$$

δ étant égal à 1 kil. 293.

Par conséquent, on a :

Chaleur utilisée en travail. .	A
Chaleur perdue.	$c_1(t-\tau)\frac{\omega L\delta}{1+\alpha\tau}$
Chaleur fournie.	$A\mathfrak{G}+c_1(t-\tau)\frac{\omega L\delta}{1+\alpha\tau}$
Rendement calorifique. .	$\rho=\frac{A\mathfrak{G}}{A\mathfrak{G}+c_1(t-\tau)\frac{\omega L\delta}{1+\alpha\tau}}$

Exemple. — Appliquons ces résultats à la machine expérimentée au Havre, et faisons :

$T=280°$,	$t=100°$	$\tau=15°$	
$V=1$	$v=0,05$	$w=0,024$	$\varepsilon=0,02$
$\Omega=1,80$	$\omega=1,20$	$L=0,22$	$P=15,500^{k}$
$\pi=10,300^{k}$	$l=0,176$		

On aura d'abord :

$$\theta=15+(273+15)\left[(1,5)^{0,29}-1\right]=51°$$

$$m=\frac{1,80}{2,02}=0,891 \qquad c'=\frac{0,05}{1,19}=0,042$$

$$a=\frac{0,044}{2,02}=0,0217 \qquad d=\frac{1}{1,19}=0,84$$

$$b=\frac{0,024}{1,367}=0,0175 \qquad \frac{Pd}{\pi}=1,26$$

$$c=\frac{0,05}{1,367}=0,0365 \qquad n-m=0,117$$

$$n=\frac{1,20}{1,19}=1,008 \qquad nL=0,2218$$

$$n'=\frac{1,20}{1,055}=1,138 \qquad n'L=0,2504$$

Par suite de ces données, on trouvera :

$$\lambda=0^{m},22\left(1-\frac{1,19}{1,055}\,\frac{10,300}{15,500}\right)=0^{m},0546$$

$$\mathcal{T}'=27\,791\ \text{lognep}\,\frac{0,9698}{0,9212}+251\,300\,\text{lognep}\,\frac{1,1366}{1,1224}$$

$$+1629\,\text{lognep}\,\frac{0,2772}{0,2580}=4845^{km}$$

$$\mathcal{T}''=\frac{10300\times1,20\times0,22}{0,41}\left[(1,5)^{0,29}-1\right]$$

$$+10300\times1,20\times0,22\times\frac{1,19}{1,055}=5897^{km}$$

$$\mathcal{T}'''=10300\times1,80\times0.22=4078^{km}$$

$$\mathcal{T}^{iv}=10300\times1,20\times0,22=2719^{km}.$$

D'après ce mode de calcul, la pression moyenne exercée sous le piston pendant la course montante serait de

$$\frac{4845^{km}}{1,80 \times 0,22} = 12235 \text{ kilogrammes}$$

par mètre carré. Or l'expérience a indiqué une pression comprise entre 15,000 et 16,000 kilogrammes. Ce fait tend à prouver que la température s'élevait à plus de 280°. Adoptant comme pression moyenne 15,500 kilog., on aura pour le travail moteur :

$$\mathfrak{T}' = 15500 \times 1,80 \times 0,22 = 6138^{km}.$$

Le travail total obtenu aura pour valeur :

$$\mathfrak{T} = \mathfrak{T}' - \mathfrak{T}'' - \mathfrak{T}''' + \mathfrak{T}^{iv} = 6138 - 3897 - 4078 + 2719$$
$$= 882 \text{ kilogrammètres.}$$

La chaleur utilisée par tour de roue sera donc

$$\frac{882}{424} = 2^{cal},08.$$

La chaleur perdue se calculera d'après la formule établie plus haut. Elle aura pour expression :

$$0,1685(100 - 15)\,\frac{1,20 \times 0,22 \times 1,293}{1,055} = 4^{cal},62.$$

Par suite la chaleur fournie est égale à

$$2^{cal},08 + 4^{cal},62 = 6^{cal},70.$$

Le rendement calorifique de la machine sera

$$\frac{2,08}{6,70} = 0,30,$$

Ces calculs, nous le répétons, ne sont pas très-exacts parce qu'on néglige plusieurs éléments importants, et notamment la force vive de sortie de l'air à l'échappement. Quoi qu'il en soit, et d'après le calcul précédent, la première machine Ericson rendait 31 pour 100 de la chaleur communiquée au cylindre. Le maximum de rendement qu'il soit possible d'obtenir entre une source de chaleur à 280° et un récepteur à 15° est (équation 59)

$$\frac{280 - 15}{273 + 280} = 0,479$$

La première machine d'Ericson donnait donc à peu près 65 pour 100 du rendement théorique. Ce rendement relatif est analogue à celui des machines à vapeur ordinaires, et quant au rendement calorifique absolu, 31 pour 100, il est supérieur au rendement correspondant des machines à vapeur.

Malheureusement, en pratique, la machine d'Ericson est soumise à des causes de perte de force tout à fait exceptionnelles, telles que le grand diamètre des pistons, leur faible course, le mauvais système de chauffage du cylindre. Il est probable que la flamme sortait par la cheminée à une température notablement supérieure à la température qu'elle a habituellement dans les bonnes machines, température qui est de 300°.

Malgré toutes ces causes de déperdition, la machine du Havre décrite par M. Lissignol ne consommait que 2 à 3 kilos de houille par force de cheval et par heure. Avec les dimensions que nous avons adoptées et qui sont à peu près celles de cette machine, le nombre des tours par minute était de 51, et la force théorique devait être

$$\frac{51}{60} \times \frac{882}{75} = 10 \text{ chevaux vapeur.}$$

La machine rendait au frein environ 3 chevaux, ce qui donne pour le rendement du mécanisme 30 pour 100 seulement.

D'un autre côté, la consommation de combustible était de $7^k,5$ par heure, soit $2^k,5$ par cheval et par heure. C'est un chiffre satisfaisant pour une machine de faible puissance.

La houille fournissant au moins 7,000 calories, cela correspond à

$$7000 \times 7,5 = 52,500 \text{ calories par heure,}$$

ou

$$\frac{52,500}{60} = 875 \text{ calories par minute.}$$

Il y avait 51 tours, la consommation de chaleur pour chaque tour était donc

$$\frac{75}{51} = 17^{\text{calories}},16.$$

Or nous avons vu que la quantité de chaleur reçue à chaque tour par la machine était de :

$$6^{cal},70.$$

Le mode de chauffage de l'air ne rendait donc que

$$6^{cal}70, \text{ pour } 17,16,$$

soit

$$39 \text{ pour } 100.$$

Ce coefficient d'utilisation est inférieur à celui des bonnes chaudières. Ces dernières donnent 7 kilogrammes de vapeur par kilogramme de houille, ce qui correspond à un coefficient d'utilisation d'environ

$$\frac{7 \times 640}{7000} \text{ ou } 64 \text{ pour } 100.$$

Cette comparaison fait voir tout l'inconvénient qui résulte d'un mode de chauffage défectueux. Il ne suffit pas que le rendement calorifique de la machine à air proprement dite soit supérieure à celui d'une machine à vapeur, il faut encore que le coefficient d'utilisation du chauffage soit à peu près égal ; sans cela la machine à air chaud n'offrirait aucun avantage définitif sur les machines à vapeur ordinaires. Nous aurons occasion de revenir sur cette observation très-importante.

En résumé, le système de chauffage utilisait 39 pour 100 de la chaleur développée par le combustible ; la machine utilisait 31 pour 100 de la chaleur transmise à travers le cylindre, et le mécanisme de la machine ne transmettait que 30 pour 100 de la force sur l'arbre du moteur. Le rendement définitif représentait la fraction :

$$0,39 \times 0,31 \times 0,30 = 0,0363,$$

soit 3,6 pour 100 de la chaleur dépensée. Les machines à vapeur de faible puissance ne donnent pas d'aussi bons résultats.

Outre ses différents défauts déjà énumérés, la première machine d'Ericson présente celui d'un énorme encombrement.

Cette machine de 3 chevaux réels avait un volume extérieur qu'on peut estimer à 25 mètres cubes, soit à 8 mètres cubes par cheval utile. Il est vrai que le volume ne croîtrait pas en raison

de la force. En second lieu, rien n'empêcherait d'augmenter notablement la pression du réservoir. En portant cette pression à 2 atmosphères au lieu d'une atmosphère et demie, on aurait une machine de force à peu près double, car c'est l'excès

$$n - 1,$$

de la pression n du réservoir sur la pression atmosphérique qui règle la force de la machine, et la loi de l'échauffement dans le cylindre resterait à peu près la même si l'air avait une densité plus grande. Cette machine pourrait donc recevoir de grandes améliorations.

Si nous avons insisté sur la description et le calcul de la première machine d'Ericson, c'est que cette machine nous a paru renfermer le germe de toutes celles qui ont été créées par la suite et que nous examinerons dans le cours de ce chapitre.

79. **Régénérateur à toiles métalliques d'Ericson.** — L'idée de multiplier les points de contact au moyen de toiles métalliques constitue une véritable découverte dont la portée ne peut pas être bien appréciée aujourd'hui, mais qui jouera probablement un rôle capital dans la construction des machines à air chaud. L'expérience a en effet démontré, que l'efficacité du *régénérateur* à toiles métalliques est complète. L'échauffement et le refroidissement sont instantanés. Et l'on n'est limité dans l'épaisseur des paquets que par la perte de charge correspondant au passage. Cette perte limite aussi le nombre des tours de la machine, mais il semble résulter de l'expérience que la perte de charge croît moins vite qu'en raison de l'épaisseur. Il suffit d'ailleurs d'agrandir la surface en plan du régénérateur pour diminuer la vitesse de l'air qui le traverse, et par suite la perte de charge elle-même. Le régénérateur à toiles métalliques paraît donc, étant donné le rôle qu'il a à remplir, un système à peu près parfait.

On se fera une idée de l'efficacité du régénérateur en remarquant qu'un poids de 52 kilogrammes de fil de fer de $0^m,001$ de diamètre correspond à une surface extérieure du métal de 25 mètres carrés. Un poids de 52 kilogrammes de fer peut emmagasiner à 300° une quantité de chaleur égale à

$$52 \times 300 \times 0,1098 = 1713 \text{ calories.}$$

Cette quantité de chaleur pourrait élever à 300° sous pression constante la température de 24 kilogrammes d'air, car

$$\frac{1715}{300 \times 0,2375} = 24,05.$$

Dans la machine d'Ericson, le poids de l'air aspiré et expulsé à chaque coup de piston, est d'environ :

$$\frac{2}{3} \times \frac{\pi \times \overline{1,52}^2}{4} \times 0,22 \times 1^k,29 = 0^k,345.$$

Le régénérateur emmagasine donc une quantité de chaleur égale à environ 72 fois celle qui serait capable d'élever de 0 à 100° la température de l'air affluent à chaque coup de piston. On doit conclure de ces calculs que la température des différentes tranches du régénérateur ne change pas sensiblement pendant les diverses phases du mouvement. Quant à la répartition de la chaleur dans le paquet de toiles métalliques, il est évident que la température est maximum en bas et minimum en haut. Dans l'intervalle des tranches extrêmes elle doit varier à peu près uniformément.

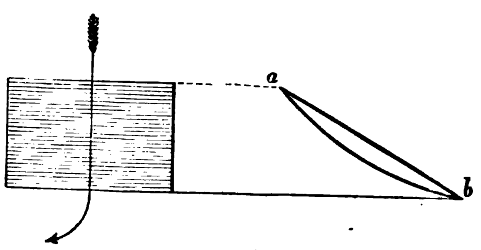


Fig. 23.

On pourrait, en définitive, la représenter par une ligne *ab* (fig. 23) qui serait à peu près une ligne droite.

80. **Deuxième machine à air chaud d'Ericson.** — Ericson a créé une autre machine dans laquelle le régénérateur à toiles métalliques est supprimé. Cette deuxième machine est à la première ce qu'une machine à vapeur sans condensation est à une machine à vapeur à condensation. Dans le nouveau système, en effet, l'air chaud est abandonné et rejeté dans l'atmosphère sans qu'on recueille une partie de la chaleur qu'il emporte.

Imaginons un cylindre en fonte A (fig. 24) alésé sur la moitié environ de sa longueur. Dans la partie non alésée est logée une cuve en fonte B fixée sur les brides du cylindre A. Cette cuve B

contient une grille, c'est le foyer. La flamme après avoir circulé dans le carneau *d* qui enveloppe le cylindre A sort par une cheminée.

Dans la partie alésée du cylindre A se meuvent deux pistons P, R. Le piston R est rempli de plâtre et sa face gauche épouse exactement le fond de la cuve B, de plus il est muni de deux soupapes en tôle *a*, *a* qui ouvrent du piston R vers la cuve B.

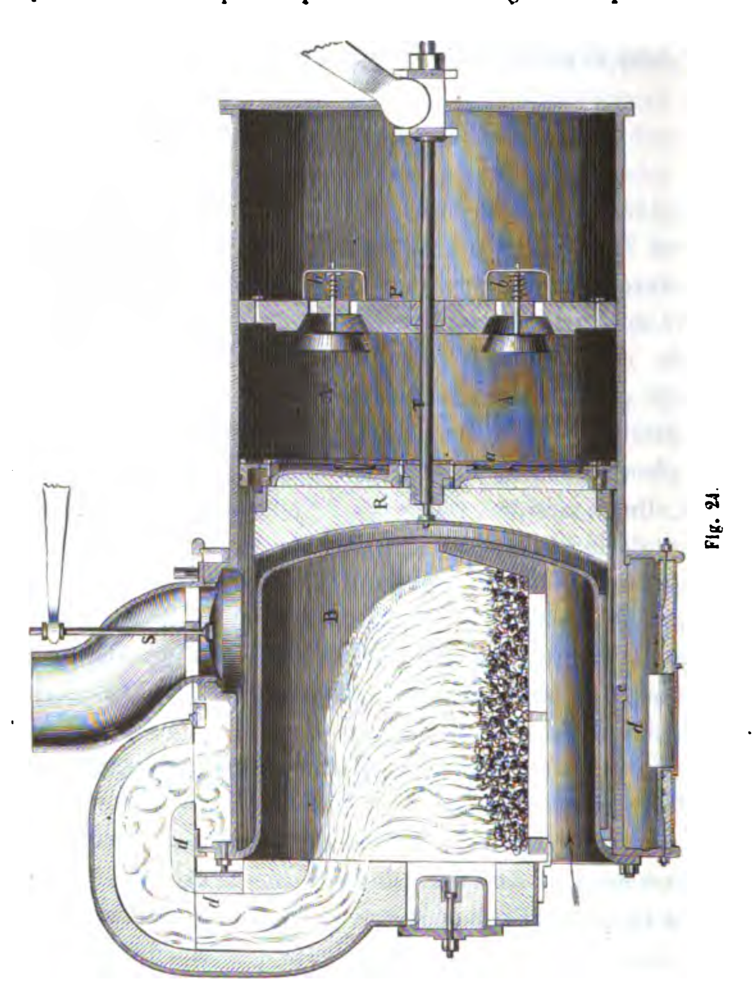


Fig. 21.

Le piston P est également muni de quatre soupapes *b*, *b*, qui ouvrent du dehors en dedans du cylindre.

Les deux pistons P et R ne sont pas fixés à la même tige T, T.

Cette tige n'est solidaire qu'avec le piston R. Elle traverse à frottement doux le piston P, et ce dernier actionne l'arbre de la machine au moyen de deux tiges spéciales situées dans le plan horizontal de la tige TT, et qui, pour ce motif, ne sont pas représentées dans la figure 24.

Les transmissions de mouvement de la machine consistent dans la combinaison géométrique suivante (fig. 25).

Les tiges *t t* du piston P actionnent au moyen d'une bielle très-courte *c d*, un levier *f* K oscillant autour de l'axe K. Le point *f* mène au moyen d'une bielle *f g* la manivelle O *g* de l'arbre du volant de la machine. Le point *g* qui décrit un mouvement circulaire continu mène à son tour le bout *h* d'un levier L *h* oscillant autour de l'axe L. Enfin ce dernier levier est attaché en *i* à une bielle *i l* qui donne à la tige T T du piston R son mouvement alternatif.

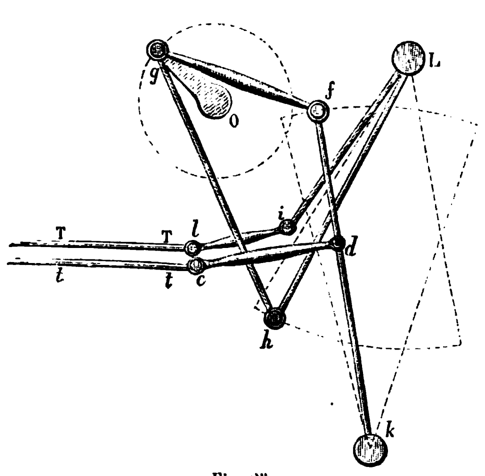


Fig. 25.

Cet agencement assez compliqué produit, en définitive, une aspiration de l'air atmosphérique quand le piston P s'enfonce dans le cylindre, c'est ce que nous nommerons la course descendante.

Vers la fin de cette même course descendante, les soupapes *b b* se ferment, les soupapes *a*, *a* s'ouvrent et l'air aspiré s'introduit derrière le piston R. Il s'échauffe au contact des parois du foyer, sa pression augmente, et lorsque le piston P commence sa course montante, elle est arrivée à un degré suffisant pour produire un travail utile. C'est dans la course montante que le travail moteur est accompli.

Nous ne pouvons mieux faire pour rendre compte du mouvement rotatif des deux pistons que de produire, d'après M. Armengaud aîné, les courbes qui donnent les espaces parcourus en prenant pour abscisses les angles décrits par le volant (fig. 26).

Le point 0° correspond au moment où le piston est au bout de la course montante.

On peut voir que le piston P accomplit sa course descendante de 0 à 180° (environ), et la course montante de 180° à 360°.

Le piston R accomplit sa course descendante de 340° à 360° + 120°, soit en 140°, et sa course montante de 120° à 340°, c'est-à-dire en 220°.

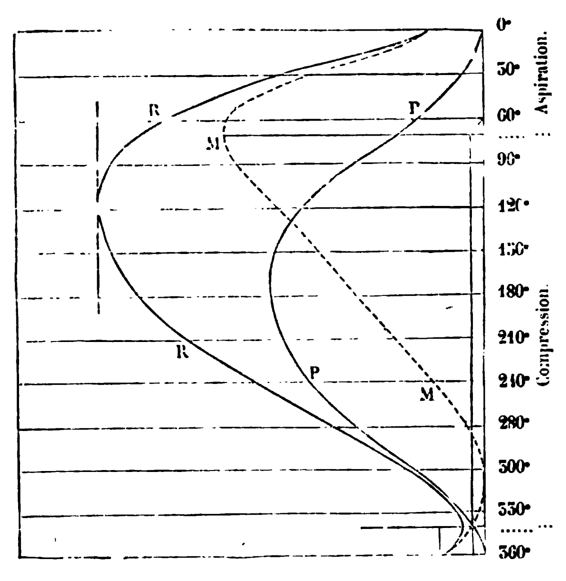


Fig. 26

La courbe pointillée indique le mouvement relatif des deux pistons, et c'est elle qui nous montrera comment fonctionnent les soupapes. Vers 300°, les deux pistons se touchent, la couche d'air qui les sépare est théoriquement nulle. A partir de ce moment, les deux pistons P et R s'écartent l'un de l'autre. Il se fait un vide dans leur intervalle, les soupapes *b b* s'ouvrent, et l'air atmosphérique vient remplir cet intervalle. Le piston P arrive à 360° à l'extrémité de sa course montante, il redescend, l'intervalle des deux pistons va toujours en croissant, et l'aspiration d'air atmosphérique continue. Cela dure jusqu'à 70°. A ce moment, l'intervalle des deux pistons est à son maximum, et il va diminuer. Les soupapes *b b* se ferment, et les soupapes *a*, *a* s'ouvrent, l'air remplit le compartiment chauffé, il s'échauffe, se dilate, sa pression

augmente. Cependant le piston P continue sa course descendante. Il y a donc travail résistant. Enfin à 180° le piston P commence sa course montante, et reçoit l'action motrice de la pression de l'air échauffé. Cette action se poursuit jusque vers 310°. A ce moment l'intervalle des pistons est réduit à zéro, et l'aspiration va commencer.

Nous avons omis de dire que pendant toute la période d'aspiration de 310° à 70°, l'air du compartiment chauffé s'échappe par une soupape S manœuvrée par la machine elle-même.

Il parait à peu près impossible de savoir exactement ce qui se passe dans la machine que nous venons de décrire, nous devons donc nous borner à des indications.

L'air n'est pas échauffé à température constante. Il est clair que sa température va en croissant à partir du moment où il est mis en contact avec la cuve en fonte. Il est même probable que cette température croît constamment malgré la détente, jusqu'au moment où a lieu l'échappement, de sorte que l'air emporterait dans l'échappement une chaleur sensible considérable. Ces conditions sont très-défavorables au rendement. Aussi les résultats donnés par la deuxième machine d'Ericson ne sont-ils pas très-satisfaisants. Voici ceux qui ont été recueillis sur une machine de $0^{m},61$ de diamètre du piston expérimentée au Conservatoire des Arts et Métiers.

Nombre de tours à la minute, $42^{t},1$.
Puissance évaluée au frein sur l'arbre du volant, $1^{\text{cheval vap.}},77$.
Consommation de coke, $4^{k},13$ par cheval et par heure.

Autre expérience :

Puissance évaluée au frein sur l'arbre du volant, $1^{\text{ch. v.}},61$.
Consommation de houille, $5^{k},88$ par cheval et par heure.

L'indicateur de Watt a donné :

Travail moteur, déduction faite de la contre-pression atmosphérique. . . . . 545^{kgm}
Travail résistant engendré dans la période de compression et à déduire du travail moteur.. . . . . . . 117^{kgm}

Travail effectif. — (Différence.).. . . . . 428^{kgm}
Travail évalué au frein sur l'arbre du volant. . . . 197^{kgm}

Rendement de la machine, $\frac{197}{428} = 0,462$.

La pression de l'air ne s'élevait pas au delà de $1^{at},75$.

La température moyenne de l'air rejeté par la soupape S était de 272°.

Ces chiffres vont nous permettre d'apprécier les coefficients d'utilisation calorifique de la machine proprement dite et du foyer.

La consommation de combustible étant de 5 kil. 88 de houille par cheval et par heure et la puissance de 1 cheval 61, la consommation en calories était de

$$\frac{5,88 \times 7000 \times 1,61}{60 \times 42,1} = 26^{cal},30 \text{ par tour du volant.}$$

Le volume d'air aspiré à chaque course, était de

$$0,33 \times \frac{\pi \times \overline{0,61}^2}{4} = 0,09636,$$

et son poids

$$0^k,1238.$$

Cet air introduit dans la machine à 15°, par exemple, s'échappait à 272°. Mais il faut remarquer que cette température était celle de l'air après qu'il s'était détendu subitement de sa pression finale à la pression atmosphérique. Nous ne savons pas quelle était cette pression, mais elle ne devait pas être très-éloignée de $1^{at},50$. Admettons ce chiffre comme exact.

Désignons par P la pression, V le volume de 1 kilogramme, T la température avant l'échappement, par p, v, t, les mêmes quantités après l'échappement. L'air comprimé en s'échappant dans l'atmosphère augmente de volume et produit un travail mécanique égal à

$$p(v - V).$$

Comme l'échappement dure un temps très-court, l'air n'a pas eu le temps de recevoir de la chaleur, et le travail $p\,(v - V)$ a été produit aux dépens de la chaleur interne de l'air. Cette chaleur

interne a pour valeur c_1T, avant l'échappement, c_1t, après l'échappement (équation 21), par conséquent, on aura l'équation :

$$c_1(T - t) = Ap(v - V). \tag{109}$$

Nous pouvons d'ailleurs toujours appliquer l'équation fondamentale (19) :

$$pv = R(a + t),$$
$$PV = R(a + T).$$

Combinant ces équations avec l'équation (109) et remarquant que la différence de chaleurs spécifiques $c - c_1 = AR$ (équation 20), on en tire :

$$T = \frac{ct + (c - c_1)a\left(1 - \frac{p}{P}\right)}{c_1 + (c - c_1)\frac{p}{P}}. \tag{110}$$

C'est la valeur de la température à la fin de la détente, calculée au moyen de la température t pendant l'échappement et des pressions initiale et finale P et p. Faisant dans l'équation (110) :

$$P = 1^{at},50, \quad p = 1^{at}, \quad t = 272^\circ, \quad a = 273,$$
$$c = 0,2375, \quad c_1 = 0,1685.$$

On trouve :

$$T = 331^\circ.$$

Telle doit être la température de l'air au commencement de l'échappement dans l'hypothèse où nous nous sommes placés. Cette température correspond à une chaleur interne égale à :

$$0,1685 \times 331 \times 0^k,1238 = 6^{cal},90,$$

(0,1685 est la capacité calorifique à volume constant).

D'un autre côté, le travail utile de 428 kilogrammètres par tour de volant, correspond à

$$\frac{428}{424} = 1^{cal},01.$$

La chaleur fournie par le foyer pour un tour de volant, est

$$1,01 + 6,90 = 7^{cal},91.$$

Le foyer a développé 26 calories 30, le coefficient d'utilisation du mode de chauffage n'est donc que

$$\frac{7,91}{26,30}, \text{ soit } 30 \text{ pour } 100.$$

Ce coefficient est très-faible, et bien inférieur à celui du foyer de la première machine Ericson. Cela tient à la plus grande surface de chauffe de la première machine, et aussi à ce que le fond de la cuve se chauffe mieux quand il est horizontal que quand il est vertical. Pour le même motif, le renouvellement de l'air le long des surfaces de chauffe doit être plus complet dans un cylindre à axe vertical avec piston de faible course que dans un cylindre à axe horizontal.

Le rendement calorifique de la machine est égal à

$$\frac{1,01}{7,91} = 0,13.$$

Ce chiffre est assez satisfaisant. C'est surtout dans le foyer qu'a lieu la plus grande perte de chaleur.

En résumé, la première machine Ericson est d'une conception beaucoup plus rationnelle que la seconde, et c'est bien à tort que la plupart des auteurs se sont bornés à étudier cette dernière, dont le seul avantage est de présenter un moindre encombrement. La place occupée n'y est plus, en effet, que de $1^{mc},40$ par cheval-vapeur utile, tandis qu'elle était de 8 mètres cubes dans la première machine.

81. **Des surfaces de chauffe dans les deux machines d'Ericson.** — Dans la première machine Ericson, la surface de chauffe se composait d'un fond de cuve de $1^{m},52$ de diamètre (fig. 27) exposé au foyer et de parois cylindriques de $0^{m},30$ environ de hauteur léchées par la flamme qui circule dans les carneaux. La surface de chauffe variait pendant la course d'environ $2^{m},60$ à $3^{m},35$ (ces chiffres sont approximatifs). Elle était en moyenne de 3 mètres. Cette surface transmettait 6 calories 70 par tour de roue, ou

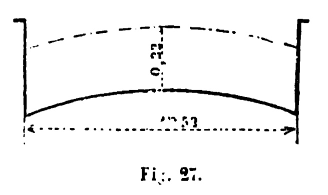


Fig. 27.

$$6,70 \times 52 = 348 \text{ calories}$$

par minute, ce qui correspond à

$1^{cal},95$ par seconde et par mètre carré.

Dans la seconde machine Ericson, la surface de chauffe comprenait (fig. 28) un fond de cuve de $0^m,544$ de diamètre, et deux surfaces cylindriques concentriques de $0^m,61$ et $0^m,544$ de diamètre. Cette surface totale était de $1^{mc},57$. Elle laissait passer $7^{cal},91$ par tour de roue, c'est-à-dire :

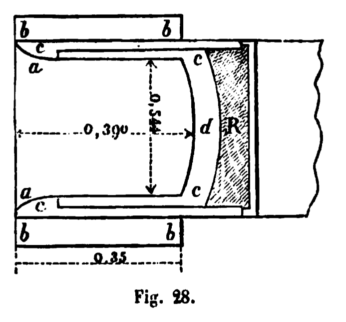


Fig. 28.

$$7,91 \times 42^t,1 = 333^{cal} \text{ par minute,}$$

et

$$\frac{333}{60 \times 1,57} = 3^{calories},53 \text{ par seconde et par mètre carré.}$$

Pour arriver à ce résultat, le feu était très-ardent. Aussi y avait-il une grande déperdition par la cheminée, mais il est dû surtout à l'existence de la paroi *c*, *c*, attachée au piston R et qui forçait l'air affluent à suivre les surfaces chaudes *b*, *b*, *a*, *a*, pour venir occuper le vide *d* fait par le piston. Cette disposition qui a pour effet de renouveler les surfaces en contact doit être retenue.

Dans les chaudières à vapeur, 1 mètre carré de surface de chauffe produit de 7 à 40 kilogrammes de vapeur par heure, cela correspond à un passage de

$$\frac{7 \times 640}{3600} = 1^{cal},24 \text{ à } 7^{cal},13$$

par seconde et par mètre carré.

Il semblerait qu'on puisse conclure de ces rapprochements que les surfaces de chauffe de l'air peuvent être réglées à peu près sur les mêmes bases que celles des chaudières à vapeur. Seulement tandis que dans ces dernières la production de la vapeur peut s'élever à 30 kilos et exceptionnellement à 40 kilogrammes dans les chaudières Field, l'échauffement atteint des limites moins élevées dans les machines à air même quand les surfaces sont renouvelées. Dans le chauffage direct sans courant d'air, on devrait compter sur 2 à 2,5 calories par mètre carré et par seconde, ce chiffre

peut s'élever à près de 4 quand il y a courant d'air le long des parois chauffées. Ces chiffres, on le comprend, ne sont que des indications.

82. **Machine à air chaud de M. Louis Lemoine (de Rouen).** — M. Louis Lemoine (de Rouen) a fait connaître en 1853, (*De l'emploi des toiles métalliques dans les machines à air chaud et de leur application dans un système particulier*, Carilian Gœury et Victor Dalmont), une nouvelle machine à air chaud fondée sur l'emploi des toiles métalliques. M. Reech a publié en 1854 une brochure à laquelle nous emprunterons la description du système de M. Lemoine. La machine de M. Lemoine diffère complétement de celles que nous avons décrites jusqu'à présent en ce sens que l'*appareil de chauffe* et la *machine motrice* proprement dite sont complétement *séparés*.

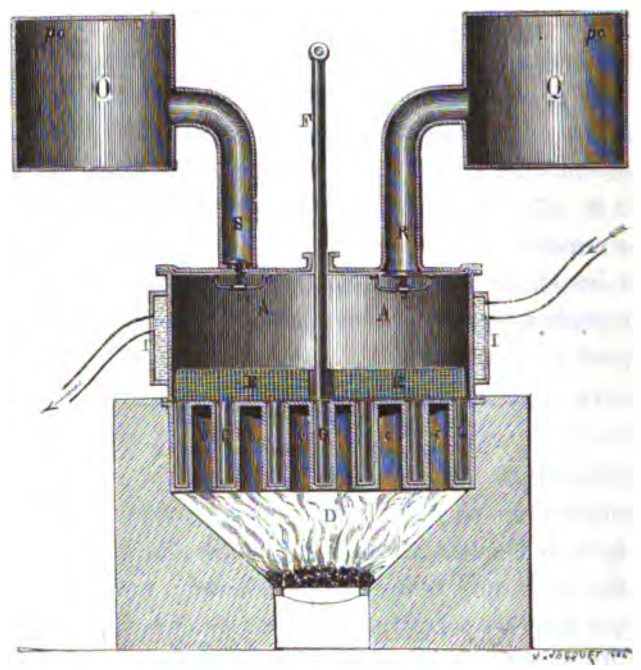


Fig. 29.

Décrivons d'abord l'appareil de chauffe (fig. 29). Un cylindre en fonte A A fermé en haut par un couvercle et relié en bas avec un fond muni de petits cylindres pendants G G... repose sur un foyer D.

Les faces extérieures des cylindres G G constituent par conséquent, la surface de chauffe de l'appareil. Dans le cylindre A A se meut une tige de piston F qui porte une sorte de piston E E formé de toiles métalliques superposées analogues à celles d'Ericson. Ce paquet cylindrique glisse à frottement doux dans le cylindre A A, mais sans toucher à ses parois. Des cylindres fermés et pendants G G sont attachés au piston E et viennent s'engager dans les petits cylindres creux G G qui forment, ainsi que nous l'avons dit, le fond du cylindre A.

Un manchon I I où circule un courant d'eau froide, enveloppe le cylindre A A et entretient ses parois supérieures à une basse température. Au contraire, le fond du cylindre est exposé au foyer par une surface de chauffe assez étendue.

Ceci posé, concevons le piston E au bas de sa course et le cylindre A rempli d'air froid à une pression p. Les toiles métalliques du haut du piston sont également froides, celles du bas sont au contraire chaudes, parce qu'elles sont en contact avec les parois chauffées. Élevons le piston E, tout l'air du cylindre va successivement le traverser à la manière d'une éponge. En passant des couches d'en haut à celles d'en bas, l'air s'échauffera aux dépens du paquet de toiles métalliques ; quand il sera arrivé au-dessous du piston, le contact des parois chaudes et le rayonnement compléteront son échauffement. Puisque le cylindre A est clos de toutes parts, ce phénomène d'échauffement n'aura pas lieu sans que la pression augmente. Cette pression était p au commencement de la course montante. Elle croîtra constamment à mesure que le piston montera, et elle arrivera à son maximum quand le piston sera en haut de sa course.

Si maintenant nous abaissons le piston, les mêmes couches d'air vont traverser le paquet de toiles en sens contraire, elles y déposeront de la chaleur, et quand le piston sera revenu au bas de sa course, on aura, en définitive, une même masse d'air froid à une pression supérieure à p. L'augmentation de la pression dépendra de la quantité de chaleur qui aura été fournie par le foyer pendant la double course.

Supposons que le couvercle supérieur du cylindre A soit muni de deux soupapes R, S, la soupape R s'ouvrant du dehors en de-

dans du cylindre et communiquant avec un réservoir d'air Q à la pression inférieure p, la soupape S s'ouvrant de dedans en dehors du cylindre et communiquant avec un réservoir O contenant de l'air à la pression supérieure P, et voyons quel sera le résultat d'une double course du piston EE.

Prenons toujours le piston E au bas de sa course. Il s'élève, la pression augmente. Quand elle est égale à P, la soupape S se lève et une partie de l'air renfermé dans le cylindre A A passe dans le réservoir O. Quand le piston arrive au haut de sa course et qu'il commence à redescendre, la pression diminue, la soupape S se ferme, le piston E descend toujours et les couches d'air le traversent en déposant de la chaleur. Il vient un moment, où par suite de l'abaissement de la température, la pression descend au-dessous de p. A ce moment, la soupape R s'ouvre, et le réservoir Q remplit, en envoyant de l'air à la pression p, le vide qui tend à se produire. Enfin, quand le piston E arrive au bas de sa course, le cylindre E est plein d'air froid à la pression p, et les choses recommencent comme à la course précédente.

Le résultat définitif d'une double course est donc de faire passer un certain volume d'air froid du réservoir Q dans le réservoir O, c'est-à-dire de la pression p à la pression supérieure P.

Une fois l'air comprimé introduit dans le réservoir O, il peut être utilisé par un cylindre à double effet, à la manière de la vapeur dans les machines à vapeur ordinaires.

La pression p du réservoir inférieur peut être égale à la pression atmosphérique, et dans ce cas, le réservoir Q est inutile, la soupape R puise directement dans l'atmosphère. Si la pression p est supérieure à la pression atmosphérique, le réservoir fermé Q devient indispensable, mais il suffit d'y comprimer de l'air à la pression p, une fois pour toutes, on se bornera pendant la marche de la machine à introduire dans ce réservoir, au moyen d'une pompe spéciale, la quantité d'air strictement nécessaire pour réparer les pertes. On aura donc des machines à haute ou à basse pression.

Le calcul des effets de la machine Lemoine nous offrira un exemple des plus intéressants, du calcul de l'effet des toiles métalliques.

Soient :

Ω la section du cylindre A, que nous appellerons désormais *Réchauffeur* ou *Refouloir ;*
h sa hauteur;
p la pression du réservoir inférieur Q;
P la pression du réservoir supérieur;
t la température constante de l'air froid au-dessus du piston, qui est égale à celle qui règne dans les réservoirs O et Q. Nous supposerons que c'est aussi la température de la toile supérieure du piston;
T la température constante de l'air chaud au-dessous du piston, que nous supposerons égale à celle de la toile inférieure de ce piston;
z la hauteur dont le piston s'est élevé au-dessus du fond du cylindre à un moment donné;
x la pression qui règne dans le cylindre à ce moment.

Lorsque le piston (fig. 30) a parcouru une hauteur z telle que les deux soupapes R et S sont encore fermées, la masse d'air qui remplissait le cylindre au commencement de la course, à la pression p et à la température t, s'est fractionnée en deux parties, celle d'en haut qui est à la pression x et à la température t, celle d'en bas qui est à la même pression x et à la température T. En général, on a pour le poids d'un mètre cube d'air à la pression p et à la température t :

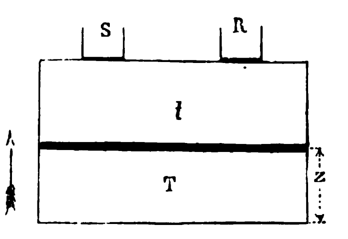


Fig. 30.

$$\frac{p}{R(a+t)}. \qquad \text{(formule 19)}$$

Nous exprimerons que la somme des poids d'air qui remplissent le dessus et le dessous du piston est égale au poids qui remplissait le cylindre au commencement de la course, ce qui nous donnera l'équation :

$$\frac{\Omega zx}{R(a+T)}+\frac{\Omega(h-z)x}{R(a+t)}=\frac{\Omega hp}{R(a+t)}. \qquad (111)$$

Posons $\frac{a+t}{a+T}=m$, et il viendra :

$$z=\frac{h}{1-m}\left(1-\frac{p}{x}\right). \qquad (112)$$

ou bien

$$x=\frac{p}{1-\frac{z(1-m)}{h}}. \qquad (113)$$

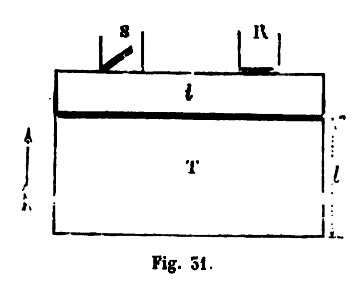


Fig. 31.

Ces deux formules permettront de calculer, soit la hauteur z pour une pression donnée x, soit la pression x pour une course donnée z.

Lorsque la pression x s'est élevée à P, la soupape S. (fig. 31) se lève et l'air comprimé pénètre dans le réservoir O, la hauteur l à laquelle cela a lieu est donnée par l'équation (112) en y faisant $x=P$:

$$l=\frac{h}{1-m}\left(1-\frac{p}{P}\right). \qquad (114)$$

A la fin de la course montante, la soupape S se ferme. Le poids d'air qui reste dans le cylindre est

$$\frac{\Omega h P}{R(a+T)}.$$

Celui qu'il contenait au commencement de la course montante était

$$\frac{\Omega h p}{R(a+t)}.$$

Il a donc passé dans le réservoir O un poids d'air égal à

$$\frac{\Omega h}{R(a+T)}\left\{\frac{p}{m}-P\right\}.$$

Le volume de cet air à la pression P et à la température t s'obtiendra en multipliant le poids par

$$\frac{R(a+t)}{P}.$$

On aura donc pour ce volume V :

$$V = \Omega h\left\{\frac{p}{P} - m\right\}. \quad (115)$$

Cette expression nous fait voir que pour que la machine fonctionne, on doit avoir $p > m$ P.

La course descendante nous offrira des phases analogues à celles que nous venons de décrire. En exprimant de la même manière que le poids de l'air renfermé dans le cylindre ne change pas tant que les soupapes R et S sont fermées et en comptant les z à partir du haut du cylindre, nous écrirons l'équation :

$$\frac{\Omega(h-z)x}{R(a+T)} + \frac{\Omega z x}{R(a+t)} = \frac{\Omega h P}{R(a+T)},$$

d'où l'on tire :

$$z = \frac{mh}{1-m}\left(\frac{P}{x} - 1\right), \quad (116)$$

ou bien

$$x = \frac{mP}{m + \frac{z(1-m)}{h}}. \quad (117)$$

La soupape R (fig. 32) s'ouvrira lorsque la pression sera descendue de P à p, c'est-à-dire pour $z = l'$, l' étant donné par l'équation :

$$l' = \frac{mh}{1-m}\left(\frac{P}{p} - 1\right). \quad (118)$$

Une fois la soupape R ouverte, le cylindre se remplira d'air froid jusqu'à la fin de sa course.

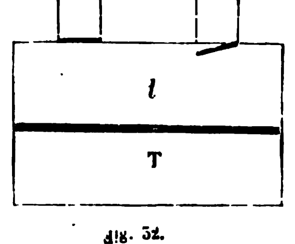


Fig. 32.

Il s'agit maintenant de savoir quelles ont été les quantités de chaleur fournies par le foyer, le piston, et celles enlevées par le réfrigérant.

Soient :

Q, Q' les quantités de chaleur fournies par le foyer pendant les courses montante et descendante;

R, R' celles enlevées par le réfrigérant pendant les courses montante et descendante;

q la quantité de chaleur fournie par le piston pendant la course montante et reprise par lui pendant la course descendante.

Rappelons qu'en général, en appelant dQ la quantité de chaleur fournie à une masse d'air pendant un échauffement infiniment petit, dU l'accroissement de la chaleur interne, p la pression, et dv l'accroissement différentiel du volume, on a (équation 4)

$$dQ = dU + Apdv. \tag{119}$$

Rappelons encore que la quantité de chaleur fournie à une masse d'air qui s'échauffe à pression constante de la température t à une température supérieure T, est, par kilogramme,

$$c(T - t),$$

c étant la capacité calorifique des gaz à pression constante, égale à 0,2375.

Considérons la capacité inférieure du cylindre (fig. 33). Elle est séparée de la capacité supérieure par le piston ; elle ne peut donc recevoir de chaleur que du foyer.

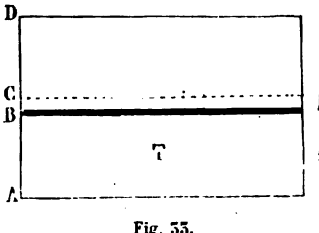


Fig. 33.

Pendant que le piston s'élève de dz, une tranche d'air infiniment petite traverse le piston et s'y échauffe dans un temps très-court, de la température t à la température T. Pour avoir le poids de cette tranche d'air, remarquons que le poids d'air contenu au-dessous du piston dans la position z a pour valeur

$$\frac{\Omega z x}{R(a+T)}.$$

La tranche infiniment mince a pour poids l'accroissement différentiel de cette expression, c'est-à-dire

$$\frac{d.\Omega z x}{R(a+T)}.$$

La chaleur dq fournie par les toiles métalliques, pendant qu'elles

échauffent dans un temps très-court la petite masse d'air de t à T, est donc :

$$dq = c(T-t)\, d. \frac{\Omega z x}{R(a+T)}.$$

Intégrons de $z=0$ à $z=h$, et nous aurons pour la chaleur fournie par les toiles dans la course montante :

$$q = \frac{c(T-t)}{R(a+T)} \int_0^h d.\Omega z x = \frac{c(T-t)}{R(a+T)} \Omega h P. \qquad (120)$$

Pour évaluer la chaleur fournie par le foyer, nous appliquerons la formule (119)

$$dQ = dU + Apdv$$

à la masse d'air AB (fig. 34) qui occupait le volume Ωz à la pression x. Lorsque le piston passe de la position B à la position C ou de la position z à la position $(z+dz)$, la température de la masse d'air AB ne change pas, mais son volume se réduit à AD; on a :

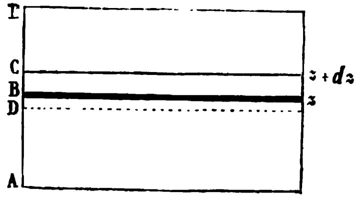


Fig. 34.

$$dQ = -A\Omega x \times BD.$$

D'ailleurs

$$BD = DC - CB = DC - dz.$$

DC n'est autre chose que l'épaisseur de la tranche qui a traversé le piston quand il s'est transporté de z à $z+dz$. C'est l'épaisseur d'une tranche dont le poids est, ainsi que nous l'avons vu,

$$\frac{d.\Omega z x}{R(a+T)} = \frac{\Omega}{R(a+T)}(xdz + zdx).$$

Pour avoir son épaisseur ε à la température T et à la pression x, il faut multiplier le poids par $\frac{R(a+T)}{\Omega x}$, ce qui donne :

$$\varepsilon = dz + \frac{zdx}{x}.$$

Par suite

$$DC = dz + \frac{zdx}{x},$$

et l'accroissement dQ de chaleur fournie par le foyer sera

$$dQ = -A\Omega z dx,$$

d'où, en remplaçant z par sa valeur (112) et intégrant,

$$Q = -A\Omega \int_0^h z dx = -A\Omega \int_0^h \frac{h}{1-m}\left(1 - \frac{p}{x}\right) dx.$$

ou enfin

$$Q = -\frac{A\Omega h}{1-m}\left(P - p - p \operatorname{lognep} \frac{P}{p}\right). \qquad (121)$$

Cette quantité de chaleur est très-petite quand $P - p$ est lui-même petit, mais elle est toujours négative, ce qui prouve que dans la course montante le foyer n'a aucune chaleur à fournir.

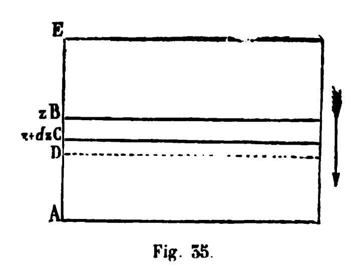


Fig. 35.

Calculons maintenant la quantité de chaleur Q' fournie par le foyer pendant la course descendante.

Pendant que le piston vient de B en C (fig. 35), c'est-à-dire de z à $(z + dz)$, la masse d'air AD qui est restée sous le piston pendant ce changement de position a passé de la pression x à une pression plus basse $(x + dx)$. Par conséquent, son volume a crû de AD à AC; la quantité de chaleur fournie est ici

$$dQ' = A\Omega x \times CD.$$

Or

$$CD = BD - CB = BD - dz.$$

Pour avoir la valeur de BD qui n'est autre chose que l'épaisseur de la tranche qui a traversé le piston, il faut remarquer que le poids de l'air contenu sous le piston dans la position z, est

$$\frac{\Omega(h-z)x}{R(a+T)}.$$

Sa différentielle prise avec le signe — sera le poids de la masse infiniment petite BD. On aura son épaisseur à la température T et et à la pression x en la multipliant par $\frac{R(a+T)}{\Omega x}$, ce qui donnera

$$BD = -\frac{R(a+T)}{\Omega x} d. \frac{\Omega(h-z)x}{R(a+T)} = -\frac{hdx - zdx - xdz}{x}.$$

Par conséquent

$$CD = BD - dz = \frac{zdx}{x} - \frac{hdx}{x},$$

et l'on a

$$dQ' = A\Omega z dx - A\Omega h dx.$$

Remplaçons z par sa valeur (116) et intégrons de $z = 0$ à $z = h$ ou de $x = P$ à $x = p$, il viendra :

$$Q' = A\Omega \int_P^p \frac{hm}{1-m}\left(\frac{P}{x} - 1\right) + A\Omega h(P-p),$$

ou

$$Q' = \frac{A\Omega h}{1-m} m \left(P - p - P \operatorname{lognep}\frac{P}{p}\right) + A\Omega h(P-p). \qquad (122)$$

Additionnons les deux quantités Q et Q' (équations 121 et 122), et nous aurons la chaleur totale fournie par le foyer dans une double course :

$$Q + Q' = \frac{A\Omega h}{1-m}(p - mP) \operatorname{lognep}\frac{P}{p}. \qquad (123)$$

Il est facile de voir, d'ailleurs, que la chaleur enlevée par le réfrigérant dans une double course est précisément égale à la chaleur fournie par le foyer. En effet, l'accroissement de chaleur interne de l'air contenu dans le cylindre et dans le paquet de toiles métalliques est nul; puisque les choses reviennent dans le même état, au commencement de chaque course montante. D'un autre côté, l'air envoyé par le réservoir Q est renvoyé au réservoir O avec la même chaleur interne, puisque sa température n'a pas changé. Enfin, si cet air produit un travail mécanique

$$pv,$$

en s'introduisant dans le cylindre dans la course descendante, il exige un travail mécanique

$$PV,$$

pour son expulsion dans la course montante. Or pv et PV sont les produits de la pression par le volume pour une même masse d'air, à la même température; on a donc, d'après la loi de Mariotte,

$$pv = PV.$$

Par suite, il est démontré qu'il n'y a ni production de travail, ni accroissement de chaleur interne de l'air renfermé dans le cylindre ou de celui qui s'en échappe ; donc toute la chaleur fournie par le foyer dans une double course a été enlevée par le réfrigérant.

Maintenant quel est le travail mécanique disponible ? L'air du réservoir O est à la pression P. On peut le faire agir à pleine pression dans un cylindre ordinaire de machines à vapeur, dont le conduit d'échappement communique avec le réservoir Q à la pression inférieure p. Dans ces conditions, la température de l'air ne changera pas, elle restera égale à t pendant toute la durée de la pleine pression. Lors de l'échappement, la pression de l'air baissera brusquement de P à p, et il en résultera nécessairement un abaissement de température. Pour le calculer, il nous suffira de nous reporter à la formule (110). Cette formule relative à la deuxième machine Ericson, nous donne la température T de l'air avant l'échappement, connaissant la température t après l'échappement et les pressions correspondantes P et p. Elle est applicable au cas qui nous occupe, seulement nous y changerons T en t, et t en θ, θ étant la température inconnue, nous aurons donc (équation 110) :

$$t = \frac{c\theta + (c - c_1)a\left(1 - \frac{p}{P}\right)}{c_1 + (c - c_1)\frac{p}{P}},$$

équation d'où l'on tire :

$$\theta = \left(\frac{c_1}{c} + \frac{c - c_1}{c}\frac{p}{P}\right)t - \frac{c - c_1}{c}\left(1 - \frac{p}{P}\right)a.$$

Soit encore, en posant $\frac{c}{c_1} = K$,

$$\theta = (a + t)\left(\frac{1}{k} + \frac{k - 1}{k}\frac{p}{P}\right) - a. \qquad (123 \textit{ bis})$$

Lorsque les pressions P et p seront presque égales, on aura $\frac{p}{P} = 1$ et $\theta = t$. L'abaissement de température sera nul, mais si on suppose $P = 2p$, ce qui est le cas limite relatif à la machine de M. Lemoine, on trouvera en faisant $K = 1{,}41$, $a = 273°$:

$$\theta = 0{,}855t - 39°{,}6.$$

Supposons $t = 30^\circ$, on tirera de l'équation ci-dessus :

$$\theta = -14^\circ.$$

La température de l'air à l'échappement s'abaisserait dans ce cas au-dessous de 0, et il pourrait arriver que la vapeur d'eau contenue dans l'air fût réduite à l'état de glace, et vînt se disposer dans les conduits d'échappement ou même dans le cylindre. Pour éviter ce grave inconvénient, il faudra que la température t de l'air soit supérieure à :

$$\frac{39^\circ,6}{0,855} \quad \text{soit} \quad 46^\circ,33.$$

Moyennant cette condition, la température de l'air à l'échappement sera toujours au-dessus de 0 dans la machine de M. Lemoine et les congélations de la vapeur d'eau ne seront pas à craindre. Le travail développé dans la pleine pression sera :

$$\mathcal{T} = (P - p)V.$$

Nous venons de voir que l'abaissement de température qui se produit à l'échappement est une des difficultés du système.

Cette difficulté ne serait pas évitée si on faisait détendre l'air dans le cylindre de la pression P à la pression p. Dans ces conditions, la température s'abaisserait en vertu de la loi de la détente dans une enveloppe imperméable à la chaleur, c'est-à-dire en vertu de l'équation (33) :

$$\frac{a+\theta}{a+t} = \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

L'abaissement serait encore plus rapide que dans le cas précédent. Par exemple, en faisant toujours : $P = 2p$, $t = 30^\circ$, on trouverait : $\theta = -25^\circ$. Cet abaissement de température aurait lieu dans le cylindre même, de sorte qu'il aurait probablement plus d'inconvénients que celui qui serait dû à l'échappement. On peut dire qu'à moins de dispositions spéciales, la machine de M. Lemoine n'est pas favorable à l'utilisation de la détente, et son auteur avait un juste sentiment des choses en bornant à la pleine pression, l'utilisation mécanique de l'air comprimé par sa machine.

Pour parer aux inconvénients que nous venons de signaler, il

faudra que la température de l'air dans le réservoir supérieur, soit un peu plus élevée que celle de l'air dans le réservoir inférieur, la différence servira à racheter les abaissements de température qui se produisent, soit par la détente, soit à l'échappement.

Nous allons maintenant évaluer le rendement calorifique de la machine, mais en supposant qu'on n'utilise toujours que la pleine pression, sans détente.

L'équivalent du travail mécanique utile a pour expression :

$$A\mathfrak{T} = A(P-p)V = A\Omega h(P-p)\left(\frac{p}{P}-m\right), \qquad (124)$$

en tenant compte de l'équation (115), et le rendement calorifique du système a pour valeur :

$$\rho = \frac{A(P-p)V}{Q+Q'},$$

ou

$$\rho = \frac{A\Omega h(P-p)\left(\frac{p}{P}-m\right)}{\frac{A\Omega h}{1-m}(p-mP)\,\text{lognep}\,\frac{P}{p}} = (1-m)\frac{\left(1-\frac{p}{P}\right)}{\text{lognep}\,\frac{P}{p}}, \qquad (125)$$

formule très-simple du rendement calorifique.

On se rappellera que nous avons posé :

$$m = \frac{a+t}{a+T}, \quad \text{d'où} \quad 1-m = \frac{T-t}{a+T},$$

$(1-m)$ n'est donc autre chose que le rendement absolu d'une machine thermique entre deux sources de température T et t. Il est facile de voir que le coefficient de $(1-m)$ est toujours plus petit que 1 et que, par conséquent, la machine de M. Lemoine n'est pas parfaite. Le rendement sera d'autant plus voisin du rendement théorique que le rapport $\frac{P}{p}$ sera plus voisin de 1.

L'expression du volume d'air envoyé à chaque coup de piston (équation 115)

$$V = \Omega h\left(\frac{p}{P}-m\right),$$

fait voir d'ailleurs que le rapport $\frac{p}{P}$ est nécessairement plus grand que m ; on a donc :

$$\frac{p}{P}>m, \quad \frac{P}{p}<\frac{1}{m}<\frac{a+T}{a+t}.$$

Or, comme la température T ne peut guère dépasser 300° en pratique, et que la température t ne peut guère descendre au-dessous de 15°, on a en pratique :

$$\frac{P}{p}<\frac{273+300}{273+15}, \quad \text{ou} \quad <2.$$

Ainsi le rapport $\frac{P}{p}$ est compris entre 1 et 2. Ceci nous donne les limites entre lesquelles est compris le rendement relatif de la machine.

$$\text{Pour } \frac{P}{p}=1 \quad \text{le rapport} \frac{1-\frac{p}{P}}{\text{lognep}\,\frac{P}{p}}=1$$

$$\text{Pour } \frac{P}{p}=2 \quad \text{il est égal à } \frac{0{,}50}{0{,}693}=0{,}72.$$

Dans ces conditions, le rendement calorifique absolu varie de :

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times 1 \quad \ldots=0{,}50,$$

à

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times 0{,}72\ldots=0{,}36.$$

En moyenne, le rendement oscillera autour de 0,42 à 0,43, ce qui est un chiffre très-élevé. Mais l'examen de la formule (125) fait voir que c'est lorsque les pressions P et p différeront très-peu que le système de M. Lemoine donnera des résultats avantageux. Son appareil constituera, par conséquent, une très-bonne *soufflerie*.

Nous ne savons pas si la machine de M. Lemoine a été exécutée, mais les calculs qui précèdent montrent que des expériences de ce système offriraient le plus grand intérêt. Cette machine présente, en effet, cette particularité que les frottements dans le cylindre

chaud sont réduits à zéro. Dans le cylindre moteur, l'air est froid, et l'on n'a plus à redouter la décomposition des huiles et des graisses que la haute température de l'air amène dans presque toutes les autres machines.

Le fonctionnement de la machine repose sur l'instantanéité d'action du paquet de toiles métalliques. Afin de rendre l'action refroidissante du piston plus efficace, M. Lemoine proposait de faire circuler dans la face supérieure du paquet, de l'eau froide traversant des tuyaux reliés à la tige du piston supposée creuse. La pratique seule indiquerait si cette précaution est indispensable.

Examinons quel serait le résultat donné par la machine au point de vue de l'encombrement.

Le volume du cylindre travailleur supposé à double effet, serait $\frac{V}{2}$ ou $\frac{\Omega h}{2}\left(\frac{P}{p} - m\right)$, le volume du cylindre à feu étant Ωh.

La disposition la moins encombrante sera celle qui donnera pour chaque tour de roue le travail maximum, c'est-à-dire celle qui rendra maximum l'expression (124) :

$$\varpi = \Omega h(P-p)\left(\frac{p}{P} - m\right). \tag{126}$$

Supposons p, m, Ω, h, donnés et faisons varier P. Le maximum aura lieu quand la dérivée de ϖ sera égale à 0, ce qui donnera l'équation :

$$\frac{p}{P} - m - (P-p)\frac{p}{P^2} = 0,$$

d'où l'on tire :

$$P = \frac{p}{\sqrt{m}}. \tag{127}$$

En faisant $m = \frac{1}{2}$, on trouve :

$$P = 1,41 p,$$
$$V = 0,105 \Omega h.$$

Dans ces conditions, le rendement calorifique est (éq. 125)

$$0,50 \frac{1 - 0,71}{\log\text{nep}\, 1,41} = 0,425.$$

Nous allons donner deux exemples de calcul de la machine de M. Lemoine pour deux cas très-différents.

Premier exemple. — *Calculer les dimensions d'une machine marine du système de M. Lemoine, en supposant qu'il s'agisse de réaliser une force de 600 chevaux-vapeur et que la machine fasse 50 tours par seconde.*

Supposons la machine composée de deux cylindres travailleurs à double effet. On supposera le rendement des mécanismes égal à 0,60. Le travail développé sera, par suite, de 1,000 chevaux-vapeur par seconde. On doit avoir (équation 126) :

$$\frac{50}{60} \times \Omega h (\mathrm{P} - p) \left(\frac{p}{\mathrm{P}} - m\right) = 1000 \times 75 = 75000.$$

Supposons la pression p de 3 atmosphères, le rapport m égal à $\frac{1}{2}$, et la pression P déterminée par la condition de donner le minimum d'encombrement (équation 127) :

$$\mathrm{P} = 1{,}41 \times 3 = 4^{\mathrm{at}},23.$$

On aura

$$\frac{p}{\mathrm{P}} = 0{,}71, \quad \mathrm{P} - p = 12{,}669^{\mathrm{kgs}}.$$

Par suite, l'équation précédente donne :

$$\Omega h = \frac{75{,}000}{\frac{50}{60} \times 12{,}669 \times 0{,}21} = 33^{\mathrm{m.c}},90.$$

Tel sera le volume total du cylindre réchauffeur, mais s'il y a quatre cylindres réchauffeurs, le volume de chacun sera de

$$8^{\mathrm{m.c}},48.$$

On pourra les constituer par un cylindre de 3 mètres de diamètre et de $1^{\mathrm{m}},20$ de course libre.

Le volume de chaque cylindre moteur, à supposer qu'il y en ait deux, sera par conséquent

$$0{,}105 \times \frac{33{,}90}{2} = 1^{\mathrm{m.c}},74.$$

Le rendement calorifique étant, d'après ce que nous avons vu, égal à

$$0,423,$$

quand les données choisies correspondent au minimum d'encombrement. La consommation de chaleur par seconde, sera

$$\frac{75.000^{km}}{424 \times 0,423} = 250 \text{ calories.}$$

Cette chaleur doit être fournie par les fonds des cylindres réchauffeurs. Ces fonds sont à peu près dans les conditions du fond du cylindre dans la première machine Ericson. Mais l'absence d'un piston frottant contre les parois du cylindre et, par suite, l'inutilité du graissage permettrait de porter la température dans le foyer à une limite très-élevée. On peut compter, par suite, sur 8 à 10 calories par mètre carré. Dans ces conditions, il faudrait une surface de chauffe de

25 à 30

mètres carrés. Or, les cylindres réchauffeurs de 3 mètres de diamètre présentent une surface de $7^m,06$, soit pour les quatre,

28 mètres carrés.

Cette surface serait probablement suffisante.

Si l'on suppose que les foyers ne rendent que 40 pour 100 d'effet utile, ils consommeront, tous les quatre,

$$\frac{250^{cal} \times 3600''}{0,40 \times 7000} = 321 \text{ kilogs}$$

de houille par heure, soit

$$\frac{321}{600} = 0^{kilog},55$$

seulement de houille par force de cheval utile et par heure. Cette consommation atteint généralement 2 kilog. à 2 kilog. 500 dans les machines marines actuelles.

Le volume d'eau employé dans le réfrigérant devrait être strictement nécessaire pour enlever par seconde 250 calories. En ad-

mettant que la température de l'eau réfrigérante ne dût pas s'élever de plus de 10°, il faudrait au moins

$$\frac{250}{10},$$

ou 25 litres d'eau par seconde. La consommation d'eau réelle serait probablement plus grande, parce que le refroidissement par surface nécessite toujours deux ou trois fois plus d'eau qu'il ne serait nécessaire rigoureusement. Mais il faut remarquer que dans une machine marine de 1,000 chevaux bruts, à condensation directe, la consommation d'eau est d'environ 120 litres par seconde. Elle n'atteindrait probablement pas ce chiffre dans la machine de M. Lemoine.

Enfin, en examinant les dispositions qu'il serait possible de donner à cette machine, on reconnaît que la place occupée serait d'environ

500$^{\text{m·cubes}}$ pour les cylindres refouloirs et les réservoirs,

Soit $\frac{500}{600} = 0^{\text{mc}},83$ par cheval utile.

Le mécanisme moteur occuperait le même volume que dans une machine à vapeur. L'encombrement d'une machine à air chaud du système que nous venons d'examiner ne serait donc pas supérieur à celui d'une machine ordinaire. La consommation de combustible serait moins élevée, par conséquent l'espace occupé par l'approvisionnement de charbon serait moindre. Ces assertions sont peut-être en contradiction avec ce qu'on enseigne communément, mais nous ferons remarquer qu'on n'a jamais fait d'essais sérieux sur une grande échelle avec des machines à air chaud bien construites. La machine d'Ericson, qui a toujours servi de point de comparaison, a le grand mérite d'avoir été la première machine, mais elle n'est pas la plus parfaite.

Quand on établit le parallèle, au point de vue de l'encombrement entre les machines à air chaud et les machines à vapeur, il arrive souvent qu'on néglige le volume des chaudières à vapeur. C'est là un oubli qui fausse le résultat de la comparaison. En tenant compte des chaudières, comme on doit le faire, on trouve que le volume

occupé est à peu près le même, et quant au poids par cheval, il est probablement moindre avec les machines à air chaud.

Deuxième exemple. — *On demande d'établir une soufflerie, capable de fournir 11 mètres cubes d'air par minute pour l'alimentation d'un haut fourneau au charbon de bois produisant 4,000 kilog. de fonte par jour. La pression du réservoir d'air est de 5 centimètres de mercure.*

Ici, la machine de M. Lemoine fonctionnera à l'air libre, et on se bornera à envoyer l'air comprimé par le refouloir dans le réservoir d'air désigné par la lettre O (fig. 29). Supposons qu'on fasse 30 doubles courses par minute.

On aura :

$$p = 10{,}500^{k},$$
$$P = \frac{0{,}76 + 0{,}05}{0{,}76} \times 10{,}500 = 11{,}016^{kg},$$
$$P - p = 716^{kg}.$$

On fera

$$m = \frac{1}{2}.$$

Le volume à comprimer par tour de volant, a pour mesure :

$$V = \frac{11}{30} \times \frac{10{,}300}{11{,}016} = 0^{m.c},34.$$

On posera donc (équation 115)

$$0{,}34 = \Omega h \left\{ \frac{10{,}300}{11{,}016} - \frac{1}{2} \right\} = 0{,}43\,\Omega h,$$

d'où

$$\Omega h = 0^{m.c},79.$$

Tel sera le volume du refouloir. On pourra le constituer avec un cylindre de $1^{m},30$ de diamètre et $0^{m},61$ de course libre.

La quantité de chaleur consommée par tour de roue aura pour valeur (équation 123) :

$$\frac{A\Omega h}{1 - m}(p - mP)\,\text{lognep}\,\frac{P}{p}$$
$$= \frac{1}{424}\,\frac{0{,}79}{0{,}50}\,(10{,}300 - 5508)\,\text{lognep}\,\frac{0{,}81}{0{,}76} = 1^{\text{calorie}},17.$$

La chaleur correspondant au travail utile a pour expression (équation 124) :

$$A\Omega h(P-p)\left(\frac{p}{P}-m\right)$$

$$=A(P-p)V=\frac{1}{424}\times 716\times 0{,}34=0^{cal}{,}57.$$

Le rendement calorifique de la machine serait donc

$$\frac{0{,}57}{1{,}17}=0{,}50 \text{ environ,}$$

Ce rendement est extrêmement élevé et il montre que l'appareil de M. Lemoine serait utilement employé pour remplacer les soufferies et les ventilateurs. Ces appareils donnent généralement dans l'industrie une très-mauvaise utilisation de la chaleur dépensée. En ce qui concerne les ventilateurs notamment, on ne peut guère estimer leur rendement calorifique à plus de

0,003 à 0,004

de la chaleur reçue par les chaudières.

Il y a là tout un ordre d'essais très-importants à tenter, et qui nous paraissent renfermer de sérieuses chances de réussite.

83. **Emploi de la détente dans la machine à air chaud de M. Lemoine.** — Dans la machine à air chaud, telle qu'elle a été décrite par M. Lemoine, et qui nous a paru avoir assez d'intérêt pour motiver tous les développements dans lesquels nous sommes entrés, nous avons fait voir que l'emploi de la détente était difficile, parce que la température de l'air comprimé est la même que celle de l'air non comprimé, et que la détente amène toujours un abaissement de température qui, ici, ne serait pas compatible avec les données du système.

Supposons maintenant qu'on fasse passer l'air comprimé qui se rend dans son réservoir, à travers un conduit chauffé extérieurement par une source de chaleur à température constante, par exemple, par un courant de gaz chauds provenant des flammes perdues des foyers. On pourra ainsi élever à une température θ la température de l'air comprimé et cela sans qu'il en coûte rien. En

cet état, cet air comprimé pourra être détendu de la pression P à une pression moindre P′ donnée par la relation (équation 33) :

$$\frac{a+\theta}{a+t}=\left(\frac{P}{P'}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \qquad (128)$$

Dans ces conditions, un volume d'air V pris à la pression P et à la température t, qui aurait donné un travail utile égal à

$$V(P-p),$$

pourra fournir, par suite de son échauffement de t à θ, un travail plus grand. En effet, son volume est devenu

$$\frac{V(a+\theta)}{a+t}.$$

A la fin de la détente, l'air sera à la température t et à la pression P′, son volume sera par conséquent

$$\frac{VP}{P'}.$$

Le travail de la pleine pression aura pour expression :

$$PV\frac{a+\theta}{a+t}.$$

Celui de la détente est donné par la formule (31) dans laquelle il faut faire la pression initiale égale à P, la pression finale égale à P′, le volume initial égal à V $\frac{a+\theta}{a+t}$; par conséquent, ce travail sera (équation 31)

$$\frac{PV\frac{a+\theta}{a+t}}{k-1}\left[1-\left(\frac{P'}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right].$$

Enfin, la contre-pression du réservoir inférieur est représentée par

$$\frac{P}{P'}Vp.$$

Par conséquent, le travail utile a pour valeur :

$$\mathcal{T}=PV\frac{a+\theta}{a+t}+\frac{PV\left(\frac{a+\theta}{a+t}\right)}{k-1}\left[1-\left(\frac{P'}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]-\frac{P}{P'}Vp. \qquad (129)$$

Maintenant supposons que la pression puisse être abaissée dans la détente jusqu'à devenir égale à p, pression du réservoir inférieur. Dans ces conditions, la machine donnera son maximum de rendement. On fera partout $P' = p$, on déterminera la température θ de la surchauffe par l'équation (128) :

$$\frac{a+\theta}{a+t} = \left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \tag{130}$$

et l'équation (129) nous donnera après réductions, en tenant compte de l'équation (130), la valeur du travail mécanique :

$$\mathfrak{T} = \frac{k}{k-1} PV \left(\frac{\theta - t}{a+t}\right), \tag{131}$$

expression très-simple.

Si la pression P a été calculée pour donner le minimum d'encombrement, nous avons vu qu'on a généralement (éq. 127)

$$\frac{P}{p} = 1,41.$$

Par conséquent, si l'on fait $t = 15°$, la température θ sera donnée par l'équation

$$\frac{273+\theta}{273+15} = (1,41)^{0,29},$$

et l'on aura $\theta = 44°$. Une pareille surchauffe, qui n'est que de 29°, est bien facile à réaliser.

Le travail obtenu par un volume V d'air non surchauffé et produisant seulement la pleine pression a pour valeur (équation 124

$$PV\left(1 - \frac{p}{P}\right) = 0,29 PV.$$

La surchauffe permettra de pratiquer la détente, et d'utiliser le travail déterminé par l'équation (131) :

$$\mathfrak{T} = \frac{1,41}{0,41} PV \frac{29}{273+15} = 0,345 PV.$$

La surchauffe ferait donc gagner une quantité de travail égale à 0,055 PV, soit à 19 pour 100 du travail disponible sans sur-

chauffe. Comme elle peut être obtenue sans nouvelle consommation de chaleur, il nous a paru intéressant de signaler ce résultat.

84. **Machine à air chaud de M. Franchot.** — M. Franchot a fait figurer à l'Exposition universelle de 1855, à Paris, une machine

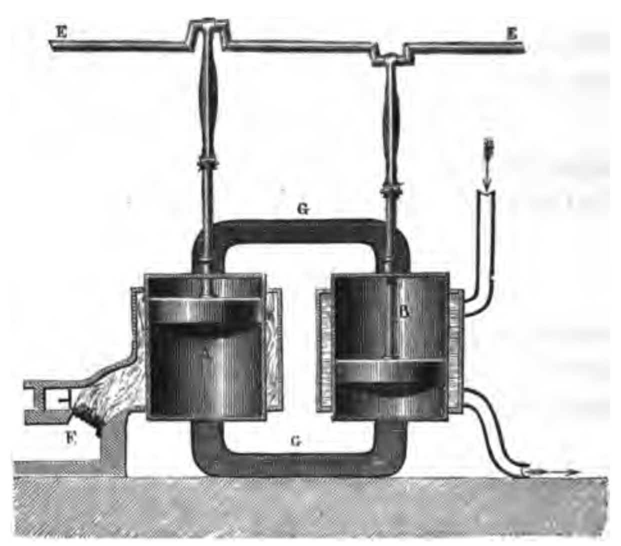


Fig. 36.

à air chaud dont la construction repose sur l'emploi des toiles métalliques. Le fonctionnement de cette machine présente une très-grande simplicité.

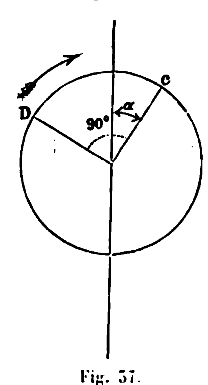


Fig. 37.

Deux cylindres verticaux AB (fig. 36), égaux ou inégaux, sont munis chacun d'un piston et actionnent un même arbre, mais de manière que leurs manivelles soient à angle droit (fig. 37). La manivelle du cylindre A est en *avance* de 90° sur la manivelle du cylindre B; par conséquent, lorsque le piston A est au haut de sa course montante, le piston B n'est qu'au milieu de sa course montante; lorsque le piston A est au milieu de sa course descendante, le piston B est au haut de sa course montante, etc.

Le cylindre A est chauffé par les flammes d'un foyer F et maintenu de la sorte à une température que nous supposerons con-

stante et que nous appellerons T. Lè cylindre B, au contraire, est entouré d'une chemise dans laquelle circule un courant d'eau froide, qui maintient sa température constante ; nous l'appellerons t. Les deux cylindres communiquent l'un avec l'autre, tant par le haut que par le bas, au moyen de deux tuyaux GG remplis de toiles métalliques. Enfin, les deux cylindres et leurs tuyaux sont remplis au commencement d'air atmosphérique comprimé à la pression p et à la température t.

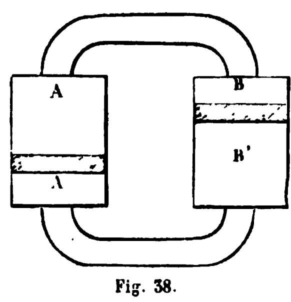


Fig. 38.

Ce remplissage doit se faire dans le moment où les manivelles passent aux angles de 45° et 135° (fig. 38), c'est-à-dire quand le volume total AB compris au-dessus des pistons est égal au volume total A'B' compris au-dessous des pistons.

Désignons par Ω la section de chaque cylindre, nous les supposons égaux ;

2L, la hauteur d'un cylindre ;

l, la longueur de chaque tuyau GG ramené à la section Ω, de manière que $l\Omega$ soit le volume du vide de chacun de ces tuyaux.

Le poids de l'air renfermé dans chacune des capacités du dessus et du dessous des pistons, sera (équation 19)

$$\frac{(2L+l)\Omega p}{R(a+t)}.$$

Supposons la machine en marche et voyons ce qui se passe.

Le cylindre A est rempli d'air chaud à la température T tant dessus que dessous.

Le cylindre B est rempli d'air froid à la température t.

Prenons, par exemple, le piston A au bas de sa course. Il monte et il refoule, par cela même, l'air chaud qui le remplissait, en le forçant à traverser les toiles métalliques sur lesquelles il dépose de la chaleur. En même temps que le piston A monte, le piston B, qui n'était qu'au milieu de sa course descendante, continue à descendre, appelle derrière lui de l'air venant des toiles, et qui arrive dans le cylindre B à la température t.

Au-dessous du piston A, il se passe un phénomène contraire. Le vide fait sous ce piston, à mesure qu'il s'élève donne accès à de l'air qui vient du cylindre froid après avoir traversé les toiles métalliques auxquelles il a emprunté de la chaleur. Lorsque cet air arrive dans le cylindre A, il est déjà à la température T.

Ainsi, quand l'air va du cylindre froid au cylindre chaud, il s'échauffe en traversant les toiles ; quand il va du cylindre chaud au cylindre froid, il dépose sa chaleur sur les toiles. Les tuyaux GG sont donc remplis de toiles métalliques dont la température va en décroissant de T à t, depuis la section voisine du cylindre chaud jusqu'à la section voisine du cylindre froid.

La pression exercée sous les faces inférieures est la même pour les deux pistons. Celle exercée sur les faces supérieures est également la même, et c'est l'avance angulaire de la manivelle du cylindre chaud qui permet au mouvement de se produire, de continuer et de déterminer, après un tour complet, une certaine production de travail mécanique.

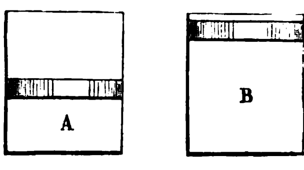


Fig. 39.

Si l'on suppose, par exemple, les pistons occupant la position de la figure ci-contre (fig. 39), c'est-à-dire le piston chaud au milieu de sa course et le piston froid au point mort ; il est clair que le piston A déterminera le mouvement. Pour bien se rendre compte du fonctionnement de la machine, il est nécessaire de le soumettre au calcul.

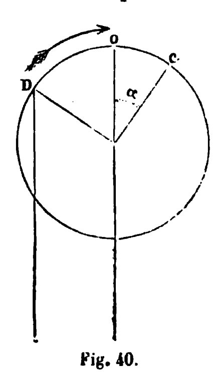


Fig. 40.

Soit C (fig. 40) la position du bouton de la manivelle du piston chaud. Soit α l'angle qu'elle a parcouru depuis le haut de la course. Considérant la bielle comme infinie, on aura pour le chemin parcouru par le piston chaud :

$$L(1 - \cos\alpha).$$

Pour avoir le chemin parcouru par le piston froid, compté à partir du même point de départ, c'est-à-dire à partir du sommet de son cylindre, il suffit de changer α en $(\alpha - 90°)$, ce qui donnera :

$$L(1 - \sin\alpha).$$

Calculons la pression x qui règne dans la capacité du dessus des pistons. Pour cela écrivons que le poids de cet air est égal à celui qui y a été introduit primitivement. On aura pour le poids d'air renfermé dans le cylindre chaud

$$\frac{\Omega L(1-\cos\alpha)x}{R(a+t)},$$

pour le poids d'air renfermé dans le cylindre froid

$$\frac{\Omega L(1-\sin\alpha)x}{R(a+t)}.$$

Quant à l'air renfermé dans les toiles, soit ω la section réelle du tuyau, Λ sa longueur totale, λ une longueur variable, le volume élémentaire sera

$$\omega d\lambda.$$

Ce volume est rempli d'air à une température θ qui dépendra de la position du point considéré. Le poids d'air contenu dans ce volume élémentaire est donc

$$\frac{\omega d\lambda x}{R(a+\theta)},$$

et le poids total aura pour expression :

$$\frac{\omega x}{R}\int_0^\Lambda \frac{d\lambda}{a+\theta}.$$

Supposons que la température varie uniformément d'un bout à l'autre du tuyau. On pourra écrire :

$$\theta = t + (T-t)\frac{\lambda}{\Lambda}.$$

Par conséquent, le calcul de l'intégrale $\int_0^\Lambda$ se fera ainsi :

$$\frac{\omega x}{R}\int_0^\Lambda \frac{d\lambda}{a+\theta} = \frac{\omega x}{R}\int_0^\Lambda \frac{d\lambda}{a+t+(T-t)\frac{\lambda}{\Lambda}}$$

$$= \frac{\omega x \Lambda}{R(T-t)} \log\text{nep} \frac{a+T}{a+t} = \frac{\Omega l x}{R(T-t)} \log\text{nep} \left(\frac{a+T}{a+t}\right).$$

Tel sera le poids d'air contenu dans la conduite. Nous pouvons maintenant écrire l'équation que nous avions en vue :

$$\frac{\Omega L(1-\cos\alpha)x}{R(a+T)}+\frac{\Omega L(1-\sin\alpha)}{R(a+t)}+\frac{\Omega l x}{R(T-t)}\operatorname{lognep}\left(\frac{a+T}{a+t}\right)=\frac{\Omega(2L+l)p}{R(a+t)}.$$

Posons

$$\frac{a+t}{a+T}=m,$$

$$1+m+\frac{ml}{(1-m)L}\operatorname{lognep}\frac{1}{m}=b,$$

m et b étant deux quantités connues, et il viendra :

$$x=\frac{p}{L}\frac{2L+l}{b-\sin\alpha-m\cos\alpha}. \qquad (132)$$

On aura la pression y qui règne dans la capacité située au-dessous des pistons en changeant dans la valeur de x, $\sin\alpha$ en $-\sin\alpha$, $\cos\alpha$ en $-\cos\alpha$, ce qui donne:

$$y=\frac{p}{L}\frac{2L+l}{b+\sin\alpha+m\cos\alpha}.$$

La pression variera entre des limites assez étendues qu'il est intéressant de déterminer. Le numérateur de x étant constant, ses maximum et minimum auront lieu quand la dérivée du dénominateur sera nulle, c'est-à-dire pour

$$-\cos\alpha+m\sin\alpha=0,$$

$$\operatorname{tang}\alpha=\frac{1}{m},$$

d'où

$$\sin\alpha=\frac{\pm 1}{\sqrt{1+m^2}}, \qquad \cos\alpha=\frac{\pm m}{\sqrt{1+m^2}}.$$

Par suite, le maximum de x sera

$$x=p\frac{2L+l}{L}\frac{1}{b-\sqrt{1+m^2}}$$

et le minimum (133)

$$x=p\frac{2L+l}{L}\frac{1}{b+\sqrt{1+m^2}}$$

L'un est plus grand de p, l'autre est plus petit.

Calculons maintenant le travail mécanique développé sur l'arbre pendant une rotation infiniment petite $d\alpha$.

La force CA (fig. 41) qui sollicite la manivelle du piston chaud, est égale à

$$\Omega(x-y).$$

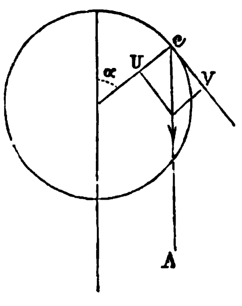


Fig. 41.

Cette force peut se décomposer en deux forces CV, CU, l'une tangentielle, l'autre normale à la circonférence du bouton de la manivelle. La force normale ne produit aucun travail, la force tangentielle CV

$$\Omega(x-y)\,\mathrm{L}\sin\alpha,$$

produira un travail élémentaire :

$$\Omega(x-y)\,\mathrm{L}\sin\alpha\, d\alpha.$$

On obtiendra le travail élémentaire produit par le piston du cylindre froid, en changeant α en $(\alpha - 90°)$, ce qui donne :

$$-\Omega(x-y)\,\mathrm{L}\cos\alpha\, d\alpha.$$

La somme de ces quantités représentera le travail moteur élémentaire correspondant à une rotation $d\alpha$, savoir :

$$\Omega\mathrm{L}(x-y)(\sin\alpha-\cos\alpha)\,d\alpha.$$

Cette expression est nulle lorsque $x = y$, ou bien lorsque $\sin\alpha = \cos\alpha$. Ceci nous démontre que la machine aura quatre points morts. L'équation $x = y$ donne :

$$\operatorname{tang}\alpha = -\frac{1}{m},$$

ce qui correspond à deux positions, une dans le deuxième et une symétrique dans le troisième quadrant.

L'égalité $\sin\alpha = \cos\alpha$ donne $\operatorname{tang}\alpha = 1$, laquelle est satisfaite dans les deux positions $\alpha = 45°$ et $\alpha = 225°$.

L'intégrale

$$\Omega\mathrm{L}\int_0^{2\pi}(x-y)(\sin\alpha-\cos\alpha)\,d\alpha,$$

nous donnera le travail moteur total effectué dans un tour de l'arbre.

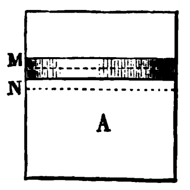


Fig. 42.

Il faut maintenant se rendre compte de la consommation de chaleur de la machine et de son rendement calorifique.

Considérons le cylindre chaud (fig. 42). Pendant que le piston parcourt l'espace infiniment petit MN $= dz$, l'air qui y est renfermé est à la pression x au-dessus du piston et y au-dessous. L'air du dessus produit un travail dont l'équivalent calorifique est

$$Ax \times dV,$$

en appelant dV l'accroissement de volume de cet air. Mais puisque la température reste constante, on a

$$xdV = -Vdx = -\Omega z dx,$$

formule où

$$z = L(1 - \cos\alpha),$$

la chaleur reçue par cet air est donc

$$-A\Omega z dx,$$

et la chaleur totale fournie par le foyer pendant une période complète, aura pour expression :

$$Q = 2\int_0^{2\pi} -A\Omega z dx.$$

Nous avons doublé parce que la chaleur fournie au-dessous du piston est égale à celle fournie au-dessus. La chaleur enlevée par le réfrigérant aura une expression analogue :

$$Q' = 2\int_0^{2\pi} A\Omega z dx,$$

formule où

$$z = L(1 - \sin\alpha).$$

La valeur de Q peut s'écrire :

$$Q = 2A\Omega\int_0^{2\pi} -z dx = 2A\Omega\int_0^{2\pi} L(\cos\alpha - 1)\,dx$$
$$= 2A\Omega L\int_0^{2\pi} \cos\alpha\, dx - 2A\Omega L\int_0^{2\pi} dx.$$

Cette dernière intégrale est nulle, car la pression x a la même valeur au commencement et à la fin de chaque période. La valeur de Q se réduit donc à

$$Q = 2A\Omega L \int_0^{2\pi} \cos\alpha\, dx.$$

En intégrant par parties, on a

$$\int \cos\alpha\, dx = x\cos\alpha + \int x\sin\alpha\, d\alpha,$$

$x \cos \alpha$ a la même valeur pour $\alpha = 0$ et pour $\alpha = 2\pi$, on a donc seulement

$$Q = 2A\Omega L \int_0^{2\pi} x\sin\alpha\, d\alpha.$$

On trouvera de même

$$Q' = 2A\Omega L \int_0^{2\pi} x\cos\alpha\, d\alpha.$$

Remplaçons dans ces intégrales x par sa valeur (équation 132) :

$$x = p \cdot \frac{2L + l}{L} \cdot \frac{1}{b - (\sin\alpha + m\cos\alpha)},$$

et posons

$$\tang\varphi = m,$$
$$\alpha + \varphi = u.$$

On aura

$$\sin\alpha + m\cos\alpha = \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos\varphi} = \frac{\sin u}{\cos\varphi};$$
$$\cos\alpha = \cos(u - \varphi),$$
$$d\alpha = du.$$

Par suite de ces substitutions, les valeurs Q et Q' deviendront .

$$Q = 2A\Omega p(2L + l) \int_0^{2\pi} \frac{\sin(u - \varphi)\, du}{b\cos\varphi - \sin u} \cos\varphi,$$

$$Q' = 2A\Omega p(2L + l) \int_0^{2\pi} \frac{\cos(u - \varphi)\, du}{b\cos\varphi - \sin u} \cos\varphi.$$

Développant les sinus et les cosinus, on aura :

$$Q=2A\Omega p(2L+l)\left\{\int_0^{2\pi}\cos^2\varphi\frac{\sin u\,du}{b\cos\varphi-\sin u}-\int_0^{2\pi}\sin\varphi\cos\varphi\frac{\cos u\,du}{b\cos\varphi-\sin u}\right\}.$$

$$Q'=2A\Omega p(2L+l)\left\{\int_0^{2\pi}\sin\varphi\cos\varphi\frac{\sin u\,du}{b\cos\varphi-\sin u}+\int_0^{2\pi}\cos^2\varphi\frac{\cos u\,du}{b\cos\varphi-\sin u}\right\}.$$

La seconde intégrale de chaque membre peut être calculée immédiatement, car on a

$$\int\frac{\cos u\,du}{b\cos\varphi-\sin u}=-\text{log nep.}(b\cos\varphi-\sin u),$$

sin u ou sin $\alpha+\varphi$, ayant la même valeur aux extrémités de la période, cette intégrale est nulle. Les valeurs de Q et Q' se réduisent donc au premier terme qui est multiplié pour Q par cos φ et pour Q' par sin φ cos φ.

En divisant Q' par Q, on a

$$\frac{Q'}{Q}=\text{tang}\,\varphi=m.$$

Or m est égal à $\frac{a+t}{a+T}$; on a donc pour le rendement calorifique de la machine :

$$\frac{Q-Q'}{Q}=1-\frac{a+t}{a+T}=\frac{T-t}{a+T}.$$

C'est le rendement théorique parfait. La machine de M. Franchot réalise donc les conditions du maximum de rendement théorique. C'est le résultat principal que nous avions en vue d'établir. Quant au calcul du travail moteur, et des quantités de chaleur fournies par le foyer ou reprises par le réfrigérant, il dépend du calcul de l'intégrale :

$$\int_0^{2\pi}\frac{\sin u\,du}{b\cos\varphi-\sin u}.$$

On a d'abord :

$$\frac{\sin u}{b\cos\varphi-\sin u}=-1+\frac{b\cos\varphi}{b\cos\varphi-\sin u},$$

Posons

$$\text{tang}\,\frac{1}{2}u=z$$

Nous aurons

$$\sin u = \frac{2z}{1+z^2}, \quad du = \frac{2dz}{1+z^2},$$

et la question est ramenée à la recherche de l'intégrale ;

$$\int \left(-du + \frac{2b\cos\varphi}{b\cos\varphi - \frac{2z}{1+z^2}} \frac{dz}{1+z^2} \right)$$

$$= \int \left[-du + 2 \frac{dz}{\left(z - \frac{1}{b\cos\varphi}\right)^2 + 1 - \frac{1}{b^2\cos^2\varphi}} \right].$$

Le second membre est une différentielle parfaite ; on peut donc intégrer, ce qui donne :

$$\int \frac{\sin u du}{b\cos\varphi - \sin u}$$

$$= -u + \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{1}{b^2\cos^2\varphi}}} \operatorname{arctang} \left(\frac{z - \frac{1}{b\cos\varphi}}{\sqrt{1 - \frac{1}{b^2\cos^2\varphi}}} \right).$$

Aux limites 0 et (2π) cette intégrale se réduit à

$$-2\pi + \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{1}{b^2\cos^2\varphi}}} \times \pi = 2\pi \left\{ \frac{b\cos\varphi}{\sqrt{b^2\cos^2\varphi - 1}} - 1 \right\}.$$

On a donc pour l'expression du travail moteur :

$$\frac{Q - Q'}{A} =$$

$$\mathfrak{T} = 2\Omega p (2L + l) \{\cos^2\varphi - \sin\varphi\cos\varphi\} \times 2\pi \left\{ \frac{b\cos\varphi}{\sqrt{b^2\cos^2\varphi - 1}} - 1 \right\}$$

Remplaçant partout l'angle φ par sa valeur en fonction de m, il vient enfin après réductions :

$$\mathfrak{T} = 4\pi\Omega p (2L + l) \left(\frac{1 - m}{1 + m^2} \right) \left[\frac{b}{\sqrt{b^2 - (1 + m^2)}} - 1 \right]. \qquad (134)$$

M. Combes, qui a donné dans son *Exposition des principes de la théorie mécanique de la chaleur*, une étude de la machine Franchot,

a calculé graphiquement le travail moteur avec les données suivantes :

$$L=1,\quad l=0,25,\quad T=200^\circ,\quad t=0^\circ,$$

d'où

$$m=0,576,$$

et il a trouvé :

$$\varpi=2,844456p\Omega.$$

En introduisant ces données dans nos formules, on trouve :

$$b=1,747,$$

et pour le travail moteur :

$$\varpi=2,96p\Omega.$$

La plus grande pression x donnée par la formule (133) sera, dans l'exemple que nous avons choisi,

$$x=3,82p,$$

et la plus petite

$$x=0,77p.$$

Si la pression p était d'une atmosphère, on aurait :

Pression maxima	$3^{at},82$
Pression minima.	$0^{at},77$

Mais on pourrait adopter une pression initiale plus forte, et dans ces conditions, la machine donnerait une grande puissance sous un assez petit volume.

Par exemple, pour $p=2^{at}$, avec les données que nous avons choisies, une machine à deux paires de cylindres de $1^m,53$ de diamètre faisant 20 tours à la seconde, la machine développerait un travail de

$$2\times\frac{20}{60}\times2,96\times20,600^k\times1,84=75,000^{km},$$

par seconde, ce qui correspond à une force brute de 1,000 chevaux-vapeur. L'encombrement d'une pareille machine serait d'environ 1 mètre cube par force de cheval, chiffre inférieur à celui

des machines à vapeur marines ordinaires, en y comprenant, bien entendu, les chaudières.

Ainsi que nous l'avons déjà dit, la machine de M. Franchot présente l'inconvénient d'avoir quatre points morts à chaque tour. C'est un défaut important auquel il serait possible de remédier en partie, en accouplant sur l'arbre moteur une autre paire de cylindres ayant 90° d'avance sur la première paire.

L'exécution de cette machine qui nous offre un emploi intéressant et nouveau des toiles métalliques nous paraît possible, toutefois elle ne serait pas exempte en pratique de certains inconvénients qui jouent un rôle capital dans la question des machines à air chaud. Le cylindre chaud est exposé directement aux flammes du foyer, et il arrivera souvent que des *coups de feu* brûleront les garnitures des pistons et les matières employées au graissage. En ce qui concerne les garnitures du piston, cet inconvénient ne se présente ni dans les machines d'Ericson, ni dans celle de M. Lemoine.

Autre inconvénient. Lorsque la machine s'arrête, manœuvre fréquente et obligatoire sur certaines machines et notamment dans les machines marines, l'air n'est plus renouvelé le long des parois du cylindre chaud, et sa température peut s'élever outre mesure. Enfin, la marche en arrière est à peu près impossible dans la machine de M. Franchot, à moins d'une modification complète. Ce sont là des défauts pratiques qui n'enlèvent rien au mérite intrinsèque du système, qui est celui d'offrir un emploi extrêmement économique de la chaleur. C'est surtout dans les machines à marche lente et continue, par exemple, dans les machines d'épuisement des mines, que le système de M. Franchot pourrait être appliqué avec avantage.

85. **Machine à air chaud de M. Belou.** — Jusqu'à présent on s'est surtout préoccupé de perfectionner les machines proprement dites afin de mieux utiliser la chaleur fournie par les foyers ; la machine de M. Belou a un autre but, c'est celui d'éviter cette perte de chaleur considérable qui a lieu par les cheminées et qui est emportée par la fumée dans l'atmosphère. Dans les appareils de chauffe les plus perfectionnés, cette perte de chaleur s'élève encore à 30 pour 100 de celle que développe le combustible. Pour la première

machine Ericson, la perte s'élevait à 61 pour 100. En général, elle est d'autant plus grande que l'air ou les gaz qu'on échauffe circulent plus rapidement le long des parois, et il faut s'attendre à trouver généralement un moins bon coefficient d'utilisation dans les appareils de chauffe des machines à air chaud que dans les chaudières des machines à vapeur. Cela tient à la plus grande conductibilité de l'eau et aussi à sa plus grande capacité calorifique pour un volume donné.

Dans la machine de M. Belou, le foyer est placé (fig. 43) dans une enceinte FG où règne une pression élevée, et ce sont les gaz provenant de la combustion qui sont utilisés comme moteur. Concevons

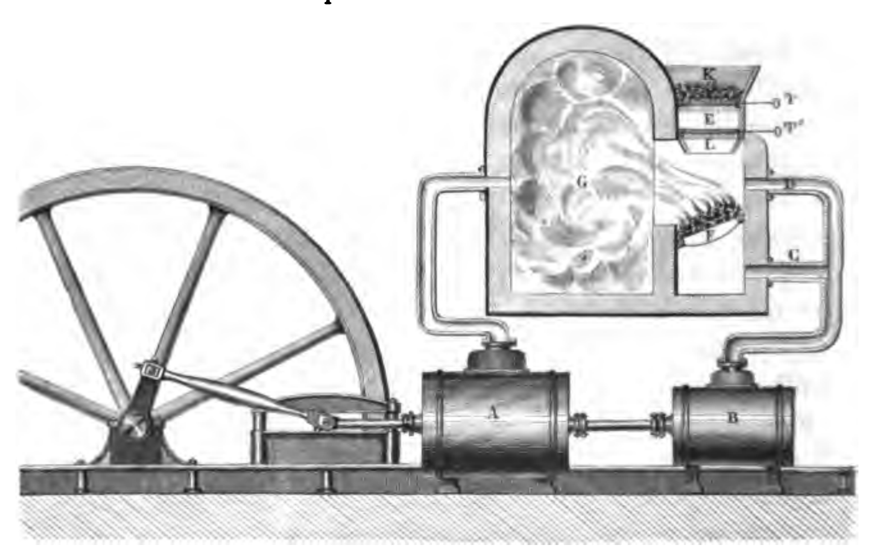


Fig. 43.

une machine à cylindre horizontal A, actionnant une pompe à air B montée sur la même tige de piston. Cette pompe à air B lance l'air atmosphérique dans un conduit C qui débouche sous le foyer F. Une autre partie de l'air comprimé débouche dans la chambre de combustion par un conduit D au-dessus du foyer. Le mélange d'air brûlé et d'air simplement échauffé arrive dans un réservoir G où l'équilibre de température s'établit. C'est dans ce réservoir que le cylindre moteur A puise l'air chaud qui met en mouvement la machine. Après avoir travaillé à pleine pression, puis à détente, l'air est expulsé dans l'atmosphère.

L'introduction du combustible dans le foyer est faite au moyen d'une trémie KL placée au-dessus de la grille et qui communique avec elle par l'intermédiaire d'une chambre d'équilibre E fermée par deux tiroirs T, T′ à la main du chauffeur. La houille étant versée dans le compartiment K, on ouvre le tiroir T; la houille tombe dans le compartiment E. Cela fait, on ferme le tiroir T, et l'on ouvre le tiroir T′; la houille tombe alors sur la grille, et le chargement est opéré.

Nous allons faire le calcul de l'utilisation théorique d'une pareille machine.

Soit :

0° la température de l'air atmosphérique;
T la température de l'air chaud dans le réservoir G;
t la température de cet air à la fin de sa compression dans le cylindre B;
π le poids d'air employé par kilogramme de combustible développant une quantité de chaleur égale à H;
P la pression dans le réservoir G;
p la pression atmosphérique.

Le travail de compression de l'air froid dans le cylindre B donne lieu à une production de chaleur, et la température de l'air s'élèvera pendant la compression de 0 à θ en vertu de l'équation 33 :

$$\frac{a+\theta}{a}=\left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \qquad (135)$$

Cet air continuera à s'échauffer en traversant la grille du foyer. Sa température s'élèvera à pression constante de θ à T. Il aura donc absorbé une quantité de chaleur égale à

$$\pi c(T-\theta),$$

c étant la capacité calorifique à pression constante.

Comme ici, toute la chaleur a été fournie par la combustion d'un kilogramme de combustible, on peut poser

$$H=\pi c(T-\theta), \qquad (136)$$

ce qui donne le poids π d'air à employer par kilogramme de com-

bustible, en fonction de la température T, qui est imposée par les limites pratiques. Il ne semble pas, en effet, que l'on puisse employer dans les cylindres de l'air à plus de 280°, et encore cette température est-elle fort élevée.

L'air introduit dans le cylindre moteur exerce son travail mécanique de pleine pression et de détente. Pendant la détente qui pourrait se prolonger jusqu'à ce que la pression fût devenue égale à la pression atmosphérique, la température s'abaisse et descend à t, en vertu de l'équation 33 :

$$\frac{a+\mathrm{T}}{a+t}=\left(\frac{\mathrm{P}}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \qquad (137)$$

Au moment où l'air est rendu à l'atmosphère, il emporte une chaleur interne égale à

$$c_1 t,$$

(c_1 capacité calorifique à volume constant), et, en outre, la quantité de chaleur correspondant à la contre-pression

$$\mathrm{A}p\mathrm{V}_1,$$

en appelant V_1 son volume à la température t et sous la pression atmosphérique p, mais il ne faut pas oublier que lors de son introduction dans la pompe de compression B, l'air exerce un travail mécanique utile dont l'équivalent calorifique est

$$\mathrm{A}p\mathrm{V},$$

en désignant par V son volume à la température 0°. La chaleur perdue est donc réellement

$$\mathrm{Q}'=\pi[c_1 t+\mathrm{A}p(\mathrm{V}_1-\mathrm{V})].$$

Or on a (éq. 19) :

$$p\mathrm{V}_1=\mathrm{R}(a+t),$$
$$p\mathrm{V}=\mathrm{R}a,$$

d'où l'on tire :

$$p(\mathrm{V}_1-\mathrm{V})=\mathrm{R}t,$$

et

$$\mathrm{A}p(\mathrm{V}_1-\mathrm{V})=\mathrm{AR}t,$$

ou à cause de l'égalité (20)

$$c - c_1 = AR,$$
$$Ap(V_1 - V) = (c - c_1)t.$$

Par suite

$$Q' = \pi ct.$$

On a pour la chaleur utilisée, en tenant compte de l'équation 136,

$$H - Q' = H - \pi ct = H - \frac{Ht}{T - \theta}.$$

Le rendement calorifique aura pour expression :

$$\rho = \frac{H - Q'}{H} = 1 - \frac{t}{T - \theta},$$

soit, à cause des équations 135 et 136,

$$\rho = \frac{T - t}{a + T} = 1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \qquad (138)$$

C'est la formule du rendement absolu entre les températures T et t.

Exemple. — Supposons la pression P de 5 atmosphères et la température T de 280°. On aurait d'abord pour le rendement calorifique (équation 138)

$$\rho = 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{0,29} = 0,37.$$

Dans ces conditions, un kilogramme de houille produisant 7,000 calories donnerait un travail théorique de

$$7000 \times 424^{km} \times 0,37 = 1,098,000 \text{ kilogrammètres},$$

tandis que dans les bonnes machines à vapeur ordinaires un kilogramme de houille ne produit guère que

120,000 kilogrammètres,

c'est-à-dire 9 fois moins.

La températare θ de l'air comprimé par la pompe serait (équation 135)

$$\theta = 273\left[(5)^{0,29} - 1\right] = 161°.$$

Celle de l'air qui s'échappe dans l'atmosphère après avoir

donné toute la détente dont il est susceptible, serait (équation 137)

$$t=(273+280)\left(\frac{1}{5}\right)^{0,29}-273=71°.$$

On aurait pour le rapport de détente (équation 26)

$$(5)^{\frac{1}{1,41}}=3,14.$$

C'est dans cette proportion que le volume de l'air se dilaterait pendant la détente.

Enfin le poids d'air employé par kilogramme de combustible serait (équation 136) :

$$\pi=\frac{7000}{0,2375(280-161)}=248^{\text{kilogs}},$$

et son volume

$$\frac{248}{1,29}=192 \text{ mètres cubes d'air (à } 0° \text{ et } 0^{\text{m}},76 \text{ de mercure).}$$

Le volume d'air pratiquement nécessaire pour la combustion d'un kilogramme de houille, est, d'après M. Péclet, de :

$$17^{\text{m}3}.$$

Il faudrait donc introduire dans le réservoir onze fois plus d'air que ne l'exige la combustion, et le $\frac{1}{11}$ seulement de l'air traverserait la grille.

Enfin, la consommation d'air par force de cheval, serait

$$\frac{75\times192}{1,098,000}=0^{\text{m}3},013,$$

soit 13 litres.

Les capacités des cylindres moteurs et de compression seraient entre elles comme

$$a+t, \quad \text{et} \quad a+0°.$$

soit comme 1,26 est à 1.

Le volume du cylindre moteur serait donc de 16,4 litres et celui du cylindre compresseur de 13 litres par force de cheval-vapeur. Un cylindre moteur de 1,000 chevaux aurait un volume de $16^{\text{mc}},40$. Ce volume serait nécessairement divisé entre plusieurs cylindres.

Il est néanmoins considérable, et il y aurait intérêt à le réduire, même au préjudice du rendement, en ne poussant pas la détente aussi loin que nous l'avons supposé.

Les calculs précédents démontrent que la machine de M. Belou présente de bonnes conditions de rendement au point de vue économique. Comme place occupée, les appareils de M. Belou ne seraient pas plus encombrants que les appareils à vapeur ordinaires, mais leur défaut principal provient d'une autre cause. Les gaz résultant de la combustion entraînent des cendres et des produits empyreumatiques que des toiles métalliques ou autres expédients n'arrêtent qu'incomplétement. Les gaz qui affluent dans le cylindre moteur sont donc mélangés à des impuretés qui encrassent les parois, augmentent les frottements et finissent par user promptement les surfaces en contact. La haute température de certaines masses d'air qui n'ont pas pris exactement la température commune dans le réservoir, aggrave encore ces inconvénients en brûlant la garniture des presse-étoupes. Par tous ces motifs, les appareils de M. Belou dont le principe est très-rationnel n'ont pas pu donner encore de résultats pratiques.

86. **Machine à gaz dite moteur Lenoir.** — Depuis le commencement de ce siècle, un grand nombre d'inventeurs se sont occupés de perfectionner la machine à gaz dont l'ingénieur Lebon avait conçu le principe en même temps qu'il découvrait le gaz d'éclairage en 1799. Dans ces dernières années, en 1860, M. Lenoir prit un brevet pour la construction d'une nouvelle machine à air chaud utilisant comme source de chaleur la combustion du gaz d'éclairage. Les *moteurs Lenoir* se sont répandus en assez grande quantité dans la petite industrie.

La machine Lenoir (fig. 44) ressemble à une machine à vapeur horizontale ordinaire, le cylindre possède deux tiroirs : l'un pour l'introduction d'un mélange d'air et de gaz contenant 92 parties en volume d'air atmosphérique pour 8 parties de gaz d'éclairage, l'autre pour l'évacuation du mélange gazeux quand il a produit tout son travail moteur. Lorsque le piston part du fond A (fig. 45) du cylindre, le mélange s'introduit dans le vide formé derrière lui, et quand il arrive au milieu de sa course, une étincelle électrique jaillit entre les pointes de deux fils de platine portés par un isola-

teur *a* et communiquant l'un avec une bobine d'induction par le fil CD, l'autre avec le métal du cylindre. L'étincelle détermine une

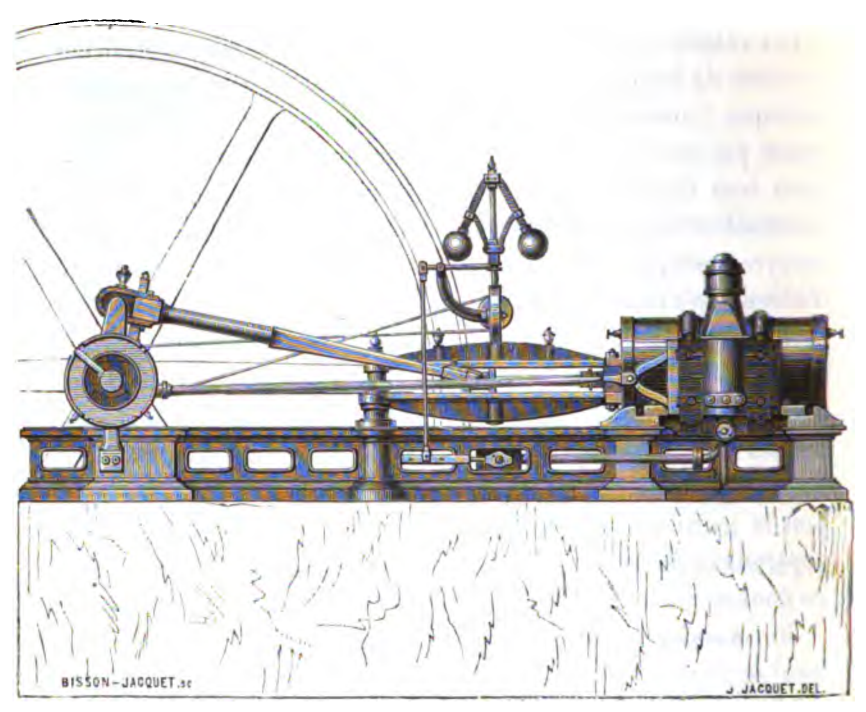


Fig. 44.

explosion pendant laquelle le gaz d'éclairage est brûlé et transformé partie en acide carbonique, partie en vapeur d'eau. Le

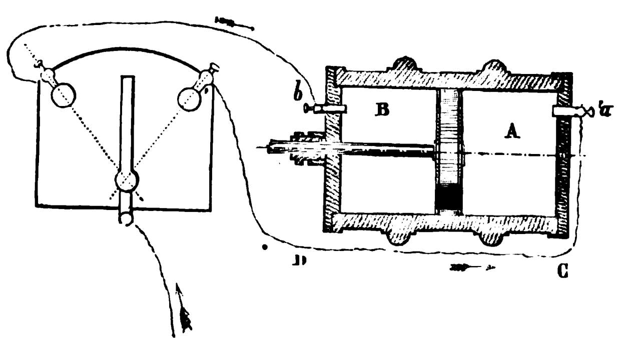


Fig. 45.

mélange gazeux se trouve subitement porté à une température élevée, sa pression s'élève et atteint 5 ou 6 atmosphères. Il chasse

le piston devant lui, se détend dans le cylindre, et s'échappe enfin dans l'atmosphère par le tiroir d'échappement, un peu avant que le piston ait terminé sa course. Les choses recommencent de la même manière lorsque le piston revient à son point de départ.

L'inflammation périodique du mélange gazeux est déterminée par un distributeur tournant mis en mouvement par la machine elle-même. Quant à l'introduction de l'air et du gaz, elle se fait à robinet ouvert par la simple aspiration produite par le piston.

Pour mettre la machine en marche, il suffit d'ouvrir le robinet de gaz, d'appuyer sur le volant de manière à faire avancer le piston de la moitié de sa course. Immédiatement, la chambre formée derrière le piston se remplit du mélange préparé dans la boîte à tiroir, l'étincelle l'enflamme et le mouvement continue de lui-même.

La température qui se produit au moment de l'explosion est très-élevée, et serait capable de brûler les huiles et les garnitures, si l'on ne prenait la précaution de refroidir les parois par un courant d'eau froide qui circule dans une enveloppe autour du cylindre.

Les moteurs Lenoir sont de la force de $\frac{1}{2}$, 1, 2 et 3 chevaux. Les avantages du système consistent dans l'instantanéité de la mise en marche, la facilité d'arrêter la machine, l'absence du danger d'explosion et d'incendies. La machine présente cette particularité importante qu'elle ne consomme du gaz et par suite du combustible que lorsqu'elle fonctionne; cette condition a une grande valeur pour les petites industries. On a reproché à ces moteurs de s'arrêter quelquefois sans motif apparent. C'est généralement lorsque l'étincelle ne jaillit pas que ce fait se produit. Mais il est attribuable, soit à l'insuffisance du graissage ou du courant d'eau extérieur, soit à un mauvais entretien des piles électriques et des conducteurs. Lorsque les différentes parties de la machine sont dans un bon état d'entretien, et il faut bien le dire, cet entretien doit être très-soigné, les arrêts brusques se reproduisent rarement.

La machine Lenoir a été soumise à des essais méthodiques au Conservatoire des arts et métiers. Nous décrirons succinctement,

d'après M. Armengaud aîné, les résultats obtenus sur une machine ayant un cylindre de $0^m,24$ de diamètre et $0^m,12$ de course.

La dépense de gaz s'est élevée de 2,699 à 5,252 litres de gaz par force de cheval et par heure, mais la consommation en marche régulière s'est élevée à

2700 litres par cheval et par heure.

La meilleure utilisation correspondait à un peu moins de la force d'un cheval, la vitesse du volant étant de 107 tours par minute.

L'indicateur de pression a démontré que la pression décroît très-rapidement après l'étincelle. Il y a à ce moment comme une espèce de choc. L'inflammation a un retard sensible sur l'instant où jaillit l'étincelle électrique.

La proportion de gaz en volume par rapport au volume total a varié de 6 à 8 pour 100. Il faudrait une proportion de 13 pour 100 pour déterminer la combustion complète de l'air atmosphérique, mais cette proportion élevée aurait des inconvénients pratiques réels au point de vue de la marche. La proportion de 6 à 7 pour 100 est suffisante pour donner une combustion presque complète.

La consommation d'eau s'est élevée à 120 litres par heure et par cheval. Cette eau sortait du cylindre à une température inférieure à 100°.

Les résidus liquides du cylindre renferment de la vapeur d'eau, de l'acide nitrique, de l'ammoniaque, de l'oxyde de fer, de l'acide sulfurique. La présence de ces divers corps s'explique par les effets de l'étincelle électrique sur l'air atmosphérique, et sur le gaz d'éclairage, qui renferme toujours des sulfures.

Au moyen de ces données d'expérience, on peut analyser les divers éléments de la marche du moteur. Le gaz d'éclairage développe par la combustion 6,000 calories par mètre cube. D'après cela, calculons d'abord la température produite au moment de l'explosion.

La densité du gaz d'éclairage est à peu près égale à celle de l'air atmosphérique. Son poids est de $1^{kil},270$ le mètre cube. Combiné avec 3 volumes d'oxygène pesant $3 \times 1,4298$, il produit 2 volumes d'acide carbonique pesant $2 \times 1,977$ et un volume de va-

peur d'eau pesant $2 \times 0{,}622$. La combinaison a lieu en vertu de l'équation chimique :

$$\underbrace{CH}_{1\text{ vol.}} + \underbrace{3O}_{3\text{ vol.}} = \underbrace{CO^2}_{2\text{ vol.}} + \underbrace{HO}_{2\text{ vol.}}$$

Si l'on emploie la proportion de 7 pour 100 de gaz et 93 pour 100 d'air, le mètre cube du mélange pèsera avant la détonation :

$$0{,}07 \times 1^k{,}270 + 0{,}93 \times 1^k{,}293 = 1^k{,}2913.$$

Après la détonation, il contiendra un poids de vapeur d'eau égal à

$$0{,}07 \times 2 \times 0{,}622 = 0{,}0871.$$

En raison de l'instantanéité de l'explosion, on peut dire que l'échauffement du mélange a lieu sous volume constant. La capacité calorifique du gaz à volume constant est constante et égale, ainsi que nous l'avons vu, à 0,1685. Celle de la vapeur d'eau varie avec la température (équation 98), mais quand la température dépasse un certain degré, elle tend vers une valeur constante égale à

$$0{,}4805 - 0{,}1099 = 0{,}3706.$$

La capacité calorifique [redacted] volume constant du mélange après l'explosion résultera de la [redacted] suivante :

$$\frac{0{,}0871 \times 0{,}3706 + \text{[redacted]}42 \times 0{,}1685}{1{,}2\text{[redacted]}} = 0{,}1823.$$

Le développement [redacted]r sera de

$$\text{[redacted]} \times 6000 = 420 \text{ calories},$$

et la tempér[redacted]s'élèvera de

$$\frac{420}{1{,}2913 \times 0{,}1823} = 1360 \text{ degrés}.$$

[redacted] comprend d'après cela avec quelle facilité se forment les [redacted]pôts de cambouis dans l'intérieur des cylindres des moteurs Lenoir. Cette température élevée ne dure, il est vrai, qu'un instant car le réfrigérant absorbe immédiatement la plus grande partie de la chaleur, mais il suffit qu'elle se reproduise souvent pour

amener la combustion rapide des matières employées au graissage.

D'après les données d'expériences indiquées plus haut, la chaleur absorbée par le réfrigérant est d'environ :

$$120 \times 100 = 12{,}000 \text{ calories,}$$

par cheval et par heure, et comme la chaleur résultant de la combustion est de

$$2^{m \cdot c},700 \times 6000 = 16{,}200 \text{ calories,}$$

le réfrigérant emporte plus des $\frac{3}{4}$ de la chaleur fournie.

La détente n'a guère lieu que sur la moitié de la course. En réalité, on pourrait la pousser beaucoup plus loin, puisque la pression initiale s'élève d'après l'expérience à 6 atmosphères. Cette pression est égale à celle qui est indiquée par la théorie, car le mélange gazeux ayant conservé le même volume avant comme après l'explosion, on a pour la pression n, évaluée en atmosphères après l'explosion (équation 19) :

$$\frac{n}{1} = \frac{R(a+T)}{R(a+t)} = \frac{273+1360}{273},$$

d'où

$$n = 5^{at},98.$$

La consommation de gaz correspond, ainsi que nous l'avons vu, à un développement de 16,200 calories par force de cheval et par heure, soit l'équivalent de

$$16{,}200 \times 424 = 6{,}868{,}800 \text{ kilogrammètres.}$$

Un cheval-vapeur donne 270,000 kilogrammètres par heure, par conséquent le rendement calorifique réel de la machine est de

$$\frac{270{,}000}{6{,}868{,}800} = 0{,}0392.$$

La consommation de 16,200 calories par cheval et par heure, équivaut à celle de

$$\frac{16{,}200}{8000}, \text{ soit 2 kilogs}$$

environ de houille par cheval et par heure. Les machines à vapeur de petite force consomment généralement davantage.

Malgré des imperfections évidentes, le moteur Lenoir offre donc un emploi économique de la chaleur. La conception a le mérite d'une grande simplicité, mais elle présente des inconvénients pratiques qui rendraient le système inapplicable à des machines d'une certaine puissance. Le graissage de l'appareil notamment occasionne des soins continus à cause de la haute température de l'explosion, c'est pourquoi il serait utile de la faire dans un réservoir spécial, et de n'introduire les gaz dans le cylindre que lorsque mélangés avec de l'air froid, ils auraient acquis une température de moins de 250° ou 300°. On supprimerait ainsi le réfrigérant, qui emporte inutilement les $\frac{3}{4}$ de la chaleur dépensée, et dont le fonctionnement est une des sujétions de la machine. Cette modification introduirait certainement des complications dans le système, mais elle procurerait une économie de gaz importante. Il faudrait aussi prolonger la détente qui, dans l'hypothèse d'une pression initiale de 6 atmosphères, pourrait être poussée jusqu'au degré 3,57, en vertu de l'équation 26 déjà souvent rappelée :

$$6^{\frac{1}{1,41}} = 3,57.$$

Les machines à gaz seraient alors notablement améliorées, et il est probable que la consommation de gaz diminuerait de moitié.

Dans les conditions où elles sont placées à Paris, les machines Lenoir coûtent à peu près le même prix d'entretien que les machines à vapeur. Leur prix d'acquisition et d'installation est un peu moins cher.

87. **Conditions théoriques et pratiques que doivent remplir les machines à air chaud.** — Les études de ce chapitre nous ont montré que les machines à air chaud satisfont toutes à la loi commune des moteurs thermiques. Dans chacune d'elles, l'air dilaté par une source de chaleur, puis détendu sans addition ni soustraction de chaleur, est ensuite refroidi par un récepteur ou condenseur et rejeté dans l'atmosphère, ou bien comprimé à froid et ramené vers la source initiale. Dans ce dernier cas, la masse d'air

employée comme moteur est toujours la même. Nous avons démontré que les paquets de toiles métalliques jouent à peu près le rôle de condenseurs, de sorte qu'on pourrait distinguer les machines à air chaud en machines à condensation et machines sans condensation ; cependant cette classification ne serait peut-être pas bien rigoureuse, en ce sens, qu'une machine sans toiles métalliques peut donner un rendement supérieur à celui d'une machine à toiles métalliques. Les conditions à remplir pour obtenir le maximum de rendement dans une machine à air chaud, sont les suivantes :

1° La température de l'air pendant son contact avec la source de chaleur doit être égale à la température de la source. Une *chute de chaleur* entre la source et le corps diminuerait d'autant la valeur de la chute totale de chaleur ($T - t$) qui entre au numérateur dans la formule du rendement (équation 59).

2° Toute la chaleur fournie par la source doit entrer dans la masse d'air, soit pour augmenter sa chaleur interne, soit pour produire du travail mécanique ; toute quantité de chaleur fournie qui n'aurait pas ce but, ne concourait pas au phénomène mécanique et constituerait une *déperdition* sans profit.

3° La masse d'air doit *prendre* de la chaleur à la source supérieure et en *verser* dans le récepteur. Il faudra éviter qu'elle abandonne sa chaleur à d'autres corps que le récepteur. En effet, la température de ces corps serait nécessairement plus élevée que celle du récepteur, sans cela il y aurait avantage à les prendre eux-mêmes pour récepteur. Par conséquent, t serait augmenté dans la formule du rendement $\left(\frac{T - t}{a + T}\right)$ et le rendement diminuerait proportionnellement.

4° Pour le même motif, la température de la masse d'air devra être égale à celle du récepteur pendant son contact avec lui.

5° Lorsque l'air se dilatera entre la source et le récepteur, c'est-à-dire sans addition ni soustraction de chaleur, la détente sera poussée aussi loin que le permettront les conditions physiques du système.

6° Il y aura avantage à comprimer l'air froid sortant du récepteur et à ramener sa température, par le fait de la compression, au niveau de celle de la source de chaleur.

Ces conditions théoriques sont soumises à des restrictions pratiques qui ont pour effet de diminuer le rendement et qu'il faut savoir apprécier. Elles ont été la principale cause de la multiplicité des types de machines à air chaud qui ont été successivement proposés ou essayés. La plupart de ces systèmes sont établis dans de bonnes conditions théoriques, mais chacun d'eux comporte des inconvénients pratiques qu'on n'est pas encore parvenu à éviter complétement. Il est vrai de dire que les inventeurs n'ont presque jamais eu les moyens d'expérimentation nécessaires pour étudier ces difficultés et les résoudre. A part les machines d'Ericson qui ont été construites en grand et employées industriellement sur des bateaux, nous ne pensons pas qu'aucun des nouveaux systèmes ait été essayé en France. Or nous savons combien les machines d'Ericson sont imparfaites comme conception théorique et pratique. Il reste donc encore un vaste champ libre pour l'expérimentation, et il est à regretter que quelque grand industriel ne se soit pas encore imposé la tâche de résoudre définitivement le problème des machines à air chaud, problème dont les éléments théoriques sont aujourd'hui parfaitement connus, et auquel il ne manque pour être achevé que quelques données pratiques probablement faciles à trouver.

Parmi les difficultés inhérentes aux machines à air chaud, il faut placer en première ligne la difficulté d'obtenir une température constante de l'air chaud dans les cylindres, et d'éviter la combustion des matières employées au graissage.

De quelque manière qu'on opère, il faut toujours avoir recours à un cylindre dans lequel se meut un piston. Il y a donc des surfaces de solides en mouvement relatif, et, par conséquent, des frottements. On obvie à cet inconvénient par le graissage avec des matières lubrifiantes. Mais ces matières se décomposent ou perdent leurs propriétés spéciales à des températures peu élevées. 250° à 280° paraissent les limites supérieures auxquelles il soit possible d'élever la température de l'air chaud dans les cylindres, sans enlever au graissage toute son efficacité. Il convient de dire que même en restant dans des limites plus restreintes, les matières lubrifiantes ne fonctionnent pas avec l'air chaud aussi bien qu'avec la vapeur d'eau. La vapeur émulsionne les matières grasses,

et augmente leur adhérence aux parois du cylindre tout en diminuant leur coefficient de glissement. L'air chaud a plutôt une tendance à oxyder les matières et par suite à les solidifier.

La découverte d'une nouvelle matière pour le graissage des cylindres à haute température serait une œuvre capitale, dont la portée serait immense, car nous ne saurions trop le dire, l'impossibilité de marcher à des températures élevées *tient uniquement à l'absence de moyens de graissage.*

Dans les machines actuelles, par exemple, dans les moteurs Lenoir, les graisses sont constamment brûlées. L'entretien est difficile et dispendieux et cependant nous avons vu que l'eau qui circule autour du cylindre dans le moteur Lenoir entraîne les trois quarts de la chaleur dépensée. Il est de toute nécessité d'avoir une température constante qui ne sera jamais dépassée.

Aux basses températures du récepteur, on a à combattre des inconvénients analogues mais beaucoup moindres. Le graissage ne s'opère plus dans d'aussi bonnes conditions. Il est d'ailleurs impossible de descendre au-dessous de 0° sous peine d'amener la congélation de la vapeur d'eau que l'air atmosphérique contient toujours en petite quantité, et de provoquer des engorgements dans les conduites ou des grippements dans les cylindres.

Pour ces divers motifs on peut assigner les limites de 280° et 0° comme les limites pratiques extrêmes auxquelles il paraisse possible, dans l'état actuel de l'industrie, d'établir des machines à air.

On reproche aux machines à air chaud d'être très-encombrantes et d'exiger de grands cylindres et des conduits de grand diamètre. D'après ce que nous venons de voir, il est difficile de pousser l'échauffement de l'air au delà de 280°; or, si l'on prend une masse d'air à 0° et qu'on la porte à 280°, sans changer son volume, sa pression sera augmentée dans le rapport de 1 à 280° $\times$ 0,003667 ou 2,025. Ainsi la pression aura seulement doublé. Si elle était originairement d'une atmosphère, elle s'élèvera à 2 atmosphères.

Les machines à gaz sont donc généralement des machines à basse pression, et leur mécanisme aura, comme celui de ces dernières, grand volume et grand poids. Nous avons vu qu'il était possible par un artifice de tourner cette difficulté et d'employer

l'air à haute pression. Il suffit pour cela de porter à 2,.3 ou 4 atmosphères la pression initiale de l'air froid. De cette manière, sa pression s'élèvera par l'échauffement au double, c'est-à-dire à 4, 6, 8 atmosphères. Ce moyen est applicable dans les machines Lemoine et Franchot, et, en général, dans toutes les machines où l'on fait resservir la même masse d'air, qui reste ainsi enfermée dans l'appareil.

Quand on compare l'encombrement d'une machine à air chaud à celui d'une machine à vapeur, il ne faut pas oublier de tenir compte de la place occupée par la chaudière. Si l'on fait la comparaison entre les deux genres de machines, en tenant compte de cette circonstance, on arrive à se convaincre que les machines à air chaud ne sont pas plus encombrantes que les machines à vapeur actuelles, et qu'elles ne coûtent pas plus cher.

L'air atmosphérique est beaucoup plus subtil que la vapeur; en d'autres termes, il fuit à travers des joints qui seraient étanches pour la vapeur. Pendant longtemps on s'est trouvé dans l'impossibilité de construire des chaudières en tôle rivée d'un assemblage assez parfait pour éviter les fuites. Aujourd'hui la chaudronnerie livre des réservoirs en tôle à peu près imperméables. Mais on ne doit pas oublier, dans la construction des machines à gaz, de prendre pour l'étanchéité des appareils, des précautions beaucoup plus minutieuses que s'il s'agissait de machines à vapeur. Les joints des presse-étoupes et les garnitures des pistons notamment doivent être très-soignés.

Dans tous les appareils que nous avons décrits, la surface de chauffe consiste dans une surface cylindrique directement exposée au feu, et chauffant l'air par rayonnement et par contact. En général on n'a pas cherché à établir des courants d'air continus le long des surfaces chauffées, et à préserver ces dernières du rayonnement direct du combustible. Nous considérons cela comme une source de graves inconvénients. La surface du foyer tantôt froide et sombre, lorsqu'on vient de charger le combustible, tantôt rouge vif et rayonnant une quantité énorme de chaleur, lorsque la combustion s'est étendue dans toute la masse, soumet la surface de chauffe à des températures très-variables. Il se produit fréquemment des *coups de feu* qui peuvent brûler le métal des parois et

chauffer l'air qui y est contenu à une température bien supérieure à 300°. Il nous paraît utile de disposer les appareils de chauffe, de manière à entretenir un courant d'air constant et uniforme le long des parois, et à chauffer ces dernières au moyen des gaz du foyer, gaz dont la température est assez constante. La surface directement exposée au feu doit être réduite au strict nécessaire. Aussi le système tubulaire nous paraît-il pouvoir être avantageusement appliqué aux machines à air chaud. Les courants d'air doivent naturellement être dirigés en sens inverse du mouvement des flammes, c'est la loi générale du chauffage dans les chaudières.

La condition que nous venons de poser exclut tout naturellement le chauffage direct du cylindre moteur et entraîne comme conséquence la séparation complète de l'appareil de chauffe et du mécanisme. Le système de M. Lemoine réalise heureusement cette séparation si nécessaire.

Le plus grand inconvénient peut-être des machines à air chaud consiste dans la difficulté des *arrêts*. La masse d'air enfermée dans un appareil, si grand qu'il soit, est toujours fort petite, et si l'on continue à la chauffer pendant que la machine est arrêtée, sa température ne tardera pas à s'élever au rouge en même temps que celle des parois. La résistance de ces dernières décroîtra considérablement, et l'appareil sera en danger d'explosion. Un exemple fera comprendre la portée de cette remarque. Prenons la machine marine du système de M. Lemoine dont nous avons calculé les dimensions. Chaque cylindre réchauffeur a $8^{mc},48$ de capacité. Il contient un poids d'air d'environ

$$8,48 \times 3 \times 1^{k},293 = 32^{k},90.$$

Le poids des parois est à peu près de 1,500 kilog. La consommation de chaleur est de 62,5 calories par seconde; par conséquent, si l'on arrête la machine, la température du cylindre et de l'air qui y est enfermé s'élèvera à 1,000° dans un espace de temps égal à

$$\frac{1500 \times 0,13 \times 1000° + 32,90 \times 0,1685 \times 1000°}{32,90} = 60 \text{ secondes}$$

(0,13 et 0,1685 sont les capacités calorifiques de la fonte et de l'air).

Un arrêt de 60 secondes ou une minute est une chose bien fréquente, et cependant cette simple circonstance aura mis la machine dans l'incapacité de fonctionner et en danger de rupture.

Les machines à vapeur ne présentent pas cet inconvénient. La masse d'eau enfermée dans la chaudière constitue un réservoir de chaleur considérable sur lequel on peut continuer l'action du foyer pendant un assez long espace de temps sans que la pression s'élève au delà des limites réglementaires qu'on s'est imposées. Si, par exemple, une chaudière à vapeur contient $0^{mc},25$ par force de cheval, chiffre qui n'a rien que d'ordinaire, et que la chaudière reçoive la chaleur de 2 kilog. de charbon par heure, ce sera :

$$2 \times 8000 = 16{,}000 \text{ calories,}$$

Soit :

$$\frac{16{,}000}{250} = 64 \text{ calories}$$

par heure et par kilogramme d'eau. Si l'on suppose que la machine s'arrête à la pression de 5 atmosphères, sa limite réglementaire étant de 7 atmosphères, l'arrêt pourra durer pendant un temps égal à :

$$\frac{(606{,}5 + 0{,}305 \times 165{,}34) - (606{,}5 + 0{,}305 \times 152{,}22)}{64}$$

$$= \frac{5{,}00}{64} = 0^{\text{heures}},078, \text{ soit 4 minutes 40 secondes.}$$

sans que les soupapes de sureté soient forcées de s'ouvrir. Si les soupapes viennent à fonctionner, la vapeur s'échappe, la pression est maintenue constante, et la température de la chaudière et des parois ne varie pas. Il n'y a aucune difficulté pour remettre la machine en marche.

Les machines à air chaud présenteront toujours sous le rapport des *arrêts* une certaine infériorité par rapport aux machines à vapeur, et l'on doit se préoccuper sérieusement de cette difficulté dans leur établissement.

L'existence d'un réservoir d'air chaud qui puisse remettre la machine en marche régulière, lorsqu'elle a été arrêtée, nous paraît la conséquence nécessaire de ce que nous venons de dire.

Nous savons calculer le volume d'eau nécessaire pour maintenir

les parois du récepteur à une basse température lorsque la machine comporte un appareil de cette nature. Ce volume est en général assez considérable. Il importe de le réduire le plus possible en combinant les appareils de condensation de manière à obtenir un grand refroidissement sous une petite surface. Un appareil de cette espèce doit être disposé dans le genre des condenseurs par surface qui sont maintenant employés dans la marine et qui donnent de si bons résultats, que cette amélioration, en apparence secondaire, va probablement produire une révolution complète dans l'industrie des machines marines et permettre la transformation des machines à moyenne pression usitées jusqu'à ce jour en machines à haute pression. La consommation de combustible se trouvera ainsi considérablement réduite. Cette transformation, actuellement appliquée aux bateaux de la Méditerranée, va s'étendre aux paquebots transatlantiques.

Les condenseurs par surface évitent l'opération coûteuse et difficile de l'*extraction*, et permettent l'alimentation des chaudières avec de l'eau distillée. Leur emploi exige de grandes masses d'eau qui sont mises en mouvement par une pompe spéciale, mais sur certains bateaux on se contente de faire circuler l'eau de mer dans les tubes en ouvrant une prise dans la coque du navire. L'eau est restituée à la mer par un second orifice percé à l'arrière. Le condenseur est naturellement placé au-dessous de la flottaison. Il n'y aurait pas autre chose à faire pour le récepteur, si l'on installait une machine à air chaud sur un bateau.

Telles sont les différentes conditions auxquelles doivent satisfaire les machines à air chaud pour fonctionner pratiquement et donner un bon rendement. Quant à savoir si le rendement des machines à air chaud sera supérieur à celui des bonnes machines à vapeur actuelles, il n'est pas douteux qu'il sera beaucoup plus élevé. Nos meilleures machines consomment 1 kilogramme de charbon par cheval et par heure. Si l'on admet que l'appareil de chauffe d'une machine à air chaud transmette $\frac{2}{3}$ de la chaleur développée dans le foyer, que le mécanisme utilise 60 pour 100 du travail mécanique possible, et que la houille produise 7,500 calories, enfin si l'on évalue à 0,50 le rendement théorique absolu, la

consommation d'une machine à air chaud sera dans ces circonstances

$$\frac{270{,}000^{km}}{\frac{2}{3}\times 0{,}60\times 7500\times 0{,}50\times 424} = 0^{k},424 \text{ par cheval et par heure.}$$

Comme nos hypothèses n'ont rien que d'admissible, il est prouvé qu'on pourrait atteindre, avec des machines à air chaud bien construites tant au point de vue de la théorie qu'au point de vue de la pratique, à la consommation extrêmement réduite de $0^{k},424$ de houille par force de cheval et par heure. Ce serait désespérer du progrès industriel que de croire que ce résultat ne sera pas un jour atteint. La hausse croissante du prix des houilles est pour nous un sûr garant que s'il n'est pas bientôt obtenu, il sera du moins beaucoup cherché, et nous serions heureux si nous avions pu convaincre nos lecteurs qu'au bout de ces recherches on peut trouver un grand succès.

CHAPITRE VIII

DES MACHINES A AIR COMPRIMÉ

88. **Définition de l'air comprimé.** — D'une manière générale, on appelle *air comprimé* l'air porté à une pression élevée par des moteurs spéciaux, mais dans lequel l'échauffement dû à la compression a disparu par le contact de l'air avec des réfrigérants de nature diverse. Ainsi que nous l'avons déjà dit, l'air atmosphérique est très-subtil et il traverse les garnitures des presse-étoupes et les joints des appareils beaucoup plus facilement que la vapeur. Par ce motif, on trouve un grand avantage à envelopper les pistons des pompes de compression d'air, d'un matelas d'eau qui empêche les fuites, en même temps qu'il contribue à refroidir l'air, qui sans cela s'échaufferait par la compression. C'est à cet air froid, mais à pression élevée, qu'on donne spécialement le nom d'*air comprimé*. Les appareils plongeurs qui permettent de travailler sous l'eau à des profondeurs de 30 à 40 mètres et même davantage, les cloches à plongeur, les fondations tubulaires des ponts, ont offert, dans ces dernières années, des applications nouvelles de l'air comprimé. L'avenir nous en réserve certainement beaucoup d'autres.

89. **De l'air comprimé employé comme moteur des machines. — Le percement du mont Cenis.** — Dans ces dernières années, il a été beaucoup question d'employer l'air comprimé comme moteur à la place de la vapeur. Il est, en effet, diverses circonstances où la vapeur présente de graves inconvénients. Au fond des mines, par exemple, l'échappement de la vapeur est impossible. Cette question ne laissait pas de présenter certaines difficultés pratiques. Il était

établi, en effet, par des expériences faites il y a un certain nombre d'années, que les déperditions d'air atmosphérique à travers les joints atteignent des proportions considérables. On avait aussi reconnu que lorsqu'on pousse trop loin la détente de l'air comprimé, la température s'abaisse au point de réduire à l'état de petits glaçons les parcelles de vapeur d'eau qu'il contient en plus ou moins grande quantité. Ces résultats constatés sur des machines locomotives à air comprimé où l'on avait poussé la pression jusqu'à 30 atmosphères, n'ont rien que de très-admissible, l'abaissement de la température étant, comme nous le savons, une fonction des pressions initiale et finale, et devenant très-considérable, lorsque ces pressions diffèrent notablement (page 29).

Les choses en étaient là, lorsque le percement du mont Cenis vint donner à cette question une nouvelle importance, en démontrant que l'air comprimé pouvait être transporté par des tuyaux de conduite à de très-grandes distances sans perte sensible de pression, et actionner après ce parcours des machines motrices semblables aux machines à vapeur ordinaires. Au tunnel des Alpes, le problème posé était celui-ci : Conduire au fond d'une galerie dont la longueur pourrait s'étendre jusqu'à 7 kilomètres et s'élevant sur ce parcours de 136 mètres, une force motrice destinée à mettre en mouvement les machines *perforatrices* des trous de mine. A ce problème s'en joignait un autre. Aérer rapidement l'extrémité de la galerie, lorsque son atmosphère est viciée par les gaz provenant de l'explosion des mines.

Les ingénieurs italiens, MM. Sommelier, Grandis et Grattoni ont résolu ce double problème de la manière la plus heureuse. Ils ont installé à l'entrée du tunnel des machines hydrauliques mues par la chute des torrents voisins et destinées à comprimer de l'air dans un réservoir à une pression moyenne de 5 à 6 atmosphères. Dans son passage à travers ces appareils, l'air était constamment en contact avec de l'eau froide, qui, absorbant la chaleur développée par la compression, maintenait constante la température de l'air et le conservait à l'état *frais*. L'air comprimé était envoyé au fond de la galerie par une conduite générale en fonte de $0^{m},20$ de diamètre, composée de bouts de tuyaux raccordés entre eux par des joints à bride *a*, *a* (fig. 46) avec cordelettes *b*, *b* en caoutchouc.

Moyennant cette précaution, l'air ne fuyait pas, et l'efficacité de ce procédé est telle que la conduite mise en pression et fermée ne perdait, au bout de 12 heures, que 2 dixièmes d'atmosphère. A l'extrémité du tunnel, l'air comprimé mettait en mouvement les machines perforatrices et se dégageait ensuite dans la galerie dont il renouvelait l'atmosphère. A la suite des explosions de mines, on lâchait de l'air pendant un certain temps pour chasser les gaz de la poudre.

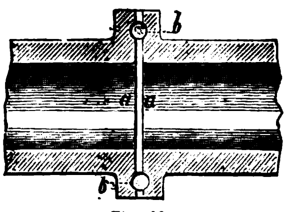


Fig. 46.

L'expérience a démontré, au mont Cenis :

1° Qu'il était possible de comprimer de l'air à 6 ou 7 atmosphères et de le maintenir frais en le mettant en contact pendant la compression avec un matelas d'eau ;

2° Qu'il était possible de le transmettre à de grandes distances, 6 ou 7 kilomètres, sans perte sensible.

Ces résultats sont fort importants, et peut-être contiennent-ils en germe la solution d'un problème qui se pose aujourd'hui, celui de la distribution de la force motrice à domicile dans les villes.

90. **Des divers moyens de distribuer la force motrice à domicile dans les villes. — Emploi de l'air comprimé.** — Ce problème a déjà reçu deux solutions, mais aucune n'est entrée complétement dans la pratique industrielle.

D'une part, on a proposé d'employer des moteurs hydrauliques mus par l'eau des tuyaux de conduite. Mais le champ d'applications de ce moyen est nécessairement fort limité. Il est peu de villes qui disposent d'une assez large distribution d'eau pour qu'on puisse en détourner une notable portion de sa destination normale et l'employer à des usages purement industriels. D'un autre côté, la charge de l'eau dans les conduites n'est pas très-élevée en général.

Le second moyen consiste dans l'emploi du gaz d'éclairage, et nous avons déjà parlé du moteur Lenoir qui fonctionne d'après ce principe. Malgré de très-réels perfectionnements apportés au moteur à gaz, il ne laisse pas de présenter de sérieux inconvénients. Sa puissance est en outre très-limitée.

On n'entrevoit, au contraire, *a priori*, aucune objection sérieuse à faire au système de distribution de la force par l'air comprimé. Toutefois l'effet mécanique d'un pareil système n'a jamais été calculé et est généralement mal apprécié. Il importe de s'en faire une idée exacte.

Du moment où l'on emploie de l'air comprimé et froid dans une machine, il n'est pas possible d'abaisser sensiblement sa température, sous peine de déterminer un refroidissement excessif dans le cylindre et par suite la congélation de la vapeur d'eau entraînée par l'air et celle des huiles employées au graissage. Il est donc impossible de faire détendre l'air comprimé froid dans les machines qui l'emploient à cet état (page 187).

On sait, en effet, que la température t d'un gaz qui d'abord à T et à la pression P, se détend à la pression p en produisant un travail mécanique, est donnée par l'équation (33) :

$$\frac{a+t}{a+T}=\left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

En faisant $T = 15°$ et $\frac{P}{p} = 2, 4, 6, 8, 10, 20, 30$, on trouve les résultats suivants :

ABAISSEMENTS DE TEMPÉRATURE CAUSÉS PAR LA DÉTENTE QUAND L'AIR COMPRIMÉ ENTRE DANS LE CYLINDRE A LA TEMPÉRATURE DE 15°.

RAPPORT $\frac{P}{p}$.	VALEURS DE LA TEMPÉRATURE FINALE t APRÈS LA DÉTENTE.
—	—
2	— 38°
4	— 80°
6	—102°
8	—118°
10	—125°
20	—152°
30	—164°

Ainsi, les refroidissements causés par la détente de l'air comprimé, dans une enveloppe supposée imperméable à la chaleur, sont considérables et ils pourraient amener la congélation de toutes les

matières connues. Diverses machines puissantes à fabriquer la glace, notamment celle de M. Windhausen de Brunswick, mettent à profit cette propriété.

En réalité, comme les enveloppes ne sont jamais absolument imperméables à la chaleur, il est probable qu'on peut sans inconvénient donner à l'air comprimé à froid une légère détente, mais l'expérience seule peut en indiquer les limites, et cette limite sera certainement très-restreinte. La détente sera d'autant plus facile :

1° Que l'air comprimé sera à une température plus élevée ;

2° Que la surface du cylindre sera plus grande.

L'accroissement de surface du cylindre favorisera l'échange de chaleur entre l'atmosphère et l'air qui se détend. Les cylindres à air comprimé doivent donc remplir des conditions absolument contraires à celles qu'on exige des cylindres à vapeur. Tandis que ces derniers doivent avoir le minimum de surface possible, les premiers doivent, au contraire, présenter la plus grande surface possible. Dans les machines à petite vitesse on les fera très-allongés. Dans les machines à grande vitesse on les fera très-courts.

Considérons une pompe de compression d'air analogue à celle du mont Cenis, c'est-à-dire dans laquelle la quantité de chaleur développée par la compression est absorbée par l'eau qui baigne les pistons; le travail nécessaire pour comprimer un kilogramme d'air de la pression p à la pression P, l'air étant maintenu à la température t, a pour expression (équation 25) :

$$\varpi = \mathrm{R}(a+t)\,\mathrm{lognep}\left(\frac{\mathrm{P}}{p}\right). \qquad (139)$$

Une fois l'air comprimé, il est envoyé dans les conduites et utilisé comme moteur dans des machines diverses. Mais nous avons fait remarquer qu'on ne pouvait guère utiliser que la pleine pression. Le travail utilisable sera donc

$$\varpi' = (\mathrm{P}-p)\mathrm{V}, \qquad (140)$$

expression dans laquelle (équation 19)

$$\mathrm{PV} = \mathrm{R}(a+t).$$

On peut donc l'écrire pour le travail utilisé ϖ' :

$$\varpi' = \mathrm{R}(a+t)\left(1-\frac{p}{\mathrm{P}}\right). \qquad (141)$$

Le rapport $\frac{\mathfrak{T}'}{\mathfrak{T}}$ nous donnera l'utilisation théorique de l'air comprimé :

$$\frac{\mathfrak{T}'}{\mathfrak{T}} = \frac{1 - \frac{p}{P}}{\log \text{nep} \frac{P}{p}}. \quad (142)$$

Ce coefficient a les valeurs suivantes :

$\frac{P}{p}$	$\frac{\mathfrak{T}'}{\mathfrak{T}}$
2	0,72
3	0,60
4	0,54
5	0,50
6	0,46
8	0,42
10	0,40
20	0,33
30	0,29

Ce tableau démontre qu'au point de vue du rendement, il n'y aurait pas intérêt à marcher à une pression élevée. D'un autre côté, les tuyaux de conduite doivent être d'autant plus gros que la pression est plus basse. Il y aura dans chaque cas une pression qui, au point de vue pratique, donnera le meilleur résultat. Elle sera probablement aux environs de 5 ou 6 atmosphères, chiffre adopté au mont Cenis.

Si nous voulons comparer la dépense de combustible qu'occasionnerait un pareil système avec celle que nécessiterait l'emploi de petites machines à vapeur isolées, nous supposerons une grande usine centrale dans laquelle seraient installés les appareils de compression de l'air actionnés par des machines à vapeur de grande puissance. On peut aujourd'hui établir ces machines à vapeur de manière qu'elles ne consomment que 1 kilogramme de houille par cheval effectif et par heure.

Les pompes de compression utiliseraient environ 75 pour 100 de la force effective qui leur est transmise.

Les tuyaux de conduite supposés de 6 kilomètres au maximum pourraient perdre 5 pour 100 de la pression de l'air à l'origine

(au mont Cenis la perte était bien moindre). Le mécanisme des machines motrices diverses utiliserait 60 pour 100 du travail de l'air dans les cylindres.

Enfin ce travail à peu près réduit à la pleine pression, c'est-à-dire sans détente, ne serait lui-même que les 50 centièmes du travail que produirait l'air comprimé s'il était possible de le détendre jusqu'à la pression atmosphérique.

Le rendement total du système par rapport à celui de la machine à vapeur de l'usine centrale, serait donc

$$0,75 \times 0,95 \times 0,60 \times 0,50 = 0,214.$$

On peut dire que la consommation de houille par heure et par force de cheval, servie à domicile, serait

$$\frac{1}{0,214}, \text{ soit } 4^{\text{kilos}},67$$

Il est peu de petites machines qui ne consomment davantage. Par conséquent, le système de distribution de la force à domicile au moyen de l'air comprimé et froid ne coûterait pas plus cher que l'emploi des machines à vapeur. Il présenterait incontestablement des avantages au point de vue de la sécurité, de la salubrité et du danger des incendies.

Nous avons souvent, depuis plusieurs années, contribué à soutenir cette idée, et nous sommes heureux de la développer ici plus complétement et surtout plus scientifiquement. Il y a là une question dont l'industrie doit se préoccuper dès maintenant, car les moteurs animés disparaissent tous les jours, les villes s'agrandissent et deviennent de vastes usines, et il est de plus en plus nécessaire de disposer de moteurs salubres et d'une installation facile. L'air comprimé nous semble appelé à résoudre le problème de la distribution de la force motrice à domicile dans les villes.

91. **Des locomotives à air compr é.** — L'idée de créer des machines locomotives portant un réservoir d'air comprimé destiné à agir dans les cylindres, n'est pas nouvelle. Nous l'avons déjà dit, des expériences avaient été tentées il y a quelques années, et n'avaient pas réussi. Les machines locomotives sur lesquelles on avait opéré devaient être à grande puissance et on avait cru devoir porter

la pression à 30 atmosphères. Dans le courant de l'année 1872, l'auteur de ce livre [en collaboration avec M. Louis Lemoine (de Bordeaux)], a repris cette idée, mais en profitant de l'expérience du mont Cenis, c'est-à-dire que la pression ne devait pas s'élever au delà de 6 ou 7 atmosphères, et que l'air ne devait agir dans les cylindres qu'à pleine pression ou avec une très-faible détente (*).

Les locomotives que comportait le projet étaient destinées à remorquer des trains très-légers, composés de 2 ou 3 voitures-omnibus à des vitesses maxima de 36 kilomètres à l'heure.

La voie *aérienne* ou viaduc métallique était placée à 5 mètres au-dessus du sol. Un tuyau de conduite devait être établi sous le trottoir au pied de la voie, et chaque station devait être munie d'un appareil de prise d'air analogue aux prises d'eau des stations de chemins de fer ordinaires.

Le fonctionnement de ce système soulève plusieurs problèmes qu'il est intéressant d'examiner.

Soit une machine locomotive portant un réservoir d'air comprimé d'un volume V, à la pression P quand il est plein, et remorquant un train d'un poids π et dont le coefficient de résistance est k kilog. par tonne.

La résistance du train en palier a pour valeur

$$k\pi,$$

sur une rampe de α millimètres, la résistance s'augmentera de

$$\alpha\pi.$$

Résistance totale :

$$(k+\alpha)\pi,$$

(*) MM. Pochet et Lemoine ont adressé à la ville de Paris, au mois de février 1872. un projet de *Chemin de fer aérien* pour les grandes voies de la capitale. Quarante-cinq projets avaient été présentés pour la création de chemins de fer dans Paris. Celui de MM. Pochet et Lemoine est le seul des projets dits aériens qui ait été pris en considération par la commission technique.

En dehors des considérations d'édilité qui ont empêché de l'adopter définitivement, plusieurs membres de la commission ont fait au système moteur par l'air comprimé des objections diverses. On a surtout reproché au système de n'avoir pas encore fait ses preuves. Il y aurait un moyen de lever ces objections. Ce serait de faire des expériences.

Depuis cette époque, nous avons appris, par la voie de la presse, que la ville de Chicago, en Amérique, possédait un système de tramways, marchant par l'*air comprimé*.

Soit D le diamètre des cylindres, C leur course, R le rayon des roues, p la pression moyenne de l'air. Le travail produit par l'air comprimé pour un tour de roue, sera

$$4 \times \frac{\pi D^2}{4} \times C \times (p - 10,300) \times \varepsilon,$$

en appelant ε le coefficient d'utilisation des mécanismes. Ce travail est égal au travail résistant du train :

$$2\pi R \times (k + \alpha)\pi.$$

On aura donc l'équation

$$4\varepsilon \times \frac{\pi D^2}{4} \times C \times (p - 10,300) = 2\pi R (k + \alpha)\pi,$$

d'où l'on tire

$$p - 10,300 = \frac{2(k + \alpha)\pi R}{\varepsilon D^2 C}. \qquad (143)$$

Telle est la valeur de la pression moyenne qui est nécessaire dans le cylindre pour une résistance donnée du train. On aura deux moyens de la réaliser, soit en réglant l'ouverture de la valve du tuyau de prise, soit en faisant varier la détente dans le cylindre. Pour pouvoir apprécier l'efficacité de ces moyens de régulation, il faut examiner de plus près les phases par lesquelles passe successivement l'air comprimé, depuis les conduites où il est distribué à une température que nous supposons constante et égale à 15°, jusqu'à l'atmosphère dans laquelle il est rejeté.

Introduction de l'air comprimé dans le réservoir. — Étudions d'abord l'introduction de l'air comprimé dans le réservoir, soit P_0 sa pression, et τ sa température dans le tuyau de conduite.

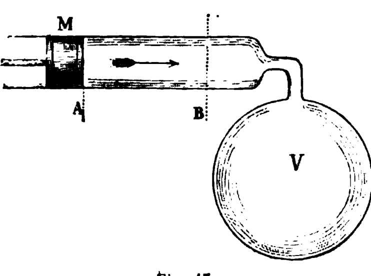


Fig. 47.

Supposons-le au commencement du remplissage à la pression p et à la même température τ dans le réservoir de volume V.

Plaçons un piston M (fig. 47) à l'origine de la conduite, et poussons-le de manière à main-

tenir toujours constante la pression dans le tuyau de conduite.

L'air s'introduira peu à peu dans le réservoir, la pression augmentera, la température s'élèvera à cause de la compression de l'air qui préexistait dans le réservoir, finalement l'équilibre sera établi. On aura un réservoir plein d'air à la pression P_0 et à une température T_0 qu'il s'agit de déterminer.

Soit q le poids d'air existant dans le réservoir avant le remplissage ; on a (équation 19)

$$q = \frac{pV}{R(a+T)}.$$

A la fin du remplissage, le réservoir contient un poids Q d'air, et l'on a

$$Q = \frac{VP_0}{R(a+T_0)}.$$

Or considérons l'ensemble de l'air contenu dans les parois du réservoir et dans le tuyau de conduite derrière le piston M. Cet air a supporté un travail de compression exercé par le piston M et égal à

$$P_0 W.$$

W étant le volume occupé avant le remplissage par l'air qui s'est introduit dans le réservoir et qui a pour valeur

$$W = (Q - q) \frac{R(a+\tau)}{P_0}.$$

La chaleur produite par le piston M a donc pour expression

$$AP_0 W = AR(a+\tau)(Q-q).$$

Cette chaleur doit se retrouver, soit sous forme de force vive, soit sous forme de chaleur interne. Or la force vive finale est nulle puisque tout mouvement a cessé, l'accroissement de la chaleur interne est donc l'équivalent du travail de compression et on a (équation 3)

$$Qc_1(T_0 - \tau) = AR(a+\tau)(Q-q).$$

Or

$$\frac{AR}{c_1} = \frac{c - c_1}{c_1} = k - 1. \qquad \text{(page 22)}$$

Par suite

$$T_0-\tau=(k-1)(a+\tau)\frac{Q-q}{Q}$$
$$=(k-1)(a+\tau)\left(1-\frac{p}{P_0}\frac{a+T_0}{a+\tau}\right).$$

On tire de cette équation la valeur suivante de T_0 :

$$T_0=\frac{(k-1)a\left(1-\frac{p}{P_0}\right)+k\tau}{1+(k-1)\frac{p}{P_0}}. \qquad (144)$$

Remplaçant k par sa valeur 1,41, a par 273°, et faisant $\tau=15°$, on a

$$T_0=\frac{112\left(1-\frac{p}{P_0}\right)+21°,10}{1+0,41\frac{p}{P_0}}.$$

Cette valeur de T_0 montre que la température finale est indépendante de la capacité du réservoir. Elle ne dépend que du rapport des pressions p et P_0, et elle tend vers un maximum qui a lieu pour $\frac{p}{P_0}=0$; on a alors

$$T_0=133 \text{ degrés.}$$

C'est la température qui se produirait si l'air était introduit dans un réservoir vide.

Voici les valeurs successives de T_0 pour $\tau=15°$:

Valeurs de $\frac{p}{P_0}$. .	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$
Valeurs de T_0. .	46°	64°	84°	95°	103°	105°	107°

L'air du réservoir sera donc beaucoup plus chaud après le remplissage qu'il ne l'était dans les conduites. Cette chaleur introduite par suite du remplissage servira à combattre le refroidissement qui tend à se produire à mesure que le réservoir se vide, refroidissement qui s'accomplit suivant la formule suivante (équation 33) :

$$\frac{a+T}{a+T_0}=\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

T et P étant la température et la pression à un moment donné. Voici le tableau des températures successives qui se produiront dans le réservoir en prenant $T_0 = 84°$:

Valeurs de $\frac{P}{P_0}$. .	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$
Valeurs de T. .	45°	20°	—12°. . .	. . .	. . .	. . .	.

Nous n'avons pas prolongé la seconde ligne horizontale au delà de — 12°, parce que cette température est déjà au-dessous de 0°. Ces considérations démontrent que théoriquement on ne pourra pas abaisser la pression dans le réservoir au-dessous *du tiers* de sa valeur initiale. Et encore cette limite ne pourra être atteinte que si les parois du réservoir sont un peu perméables à la chaleur et permettent à l'air ambiant de réparer les pertes de chaleur du réservoir. C'est à la pratique à indiquer si l'équilibre de température avec l'air extérieur peut s'établir assez vite pour que la limite de pression du $\frac{1}{3}$ puisse être dépassée.

Passage de l'air comprimé du réservoir dans la boîte à tiroir. — En traversant le plan de la valve plus ou moins ouverte, l'air comprimé se rendra du réservoir à la boîte à tiroir et passera d'une pression P à une pression inférieure p. Ce phénomène donnera lieu à une élévation de température.

En effet, au moment où cet air, à une température t, traverse le plan de la valve, il se dilate et il prend une grande vitesse, et sa température s'abaisse de T à t, en vertu de l'équation

$$\frac{a+t}{a+T}=\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \tag{145}$$

Sa vitesse d'écoulement est d'ailleurs donnée par l'équation

$$\frac{v^2}{2g}=\frac{c}{A}(T-t), \tag{146}$$

que nous établirons dans le chapitre suivant.

Lorsque cette vitesse s'est anéantie dans la boîte à tiroir, par suite des tourbillonnements et des frottements, la chaleur équivalente à la force vive réapparaît sous forme de chaleur sensible. La

chaleur interne de l'air dans la boîte à tiroir se compose donc de la chaleur interne :

$$c_1 t,$$
(c_1 chaleur spécifique à volume constant),

qu'il avait dans le plan de la valve augmentée de l'équivalent calorifique de sa force vive qui s'est transformée en chaleur,

$$\frac{A v^2}{2g}.$$

Cette chaleur interne $c_1\theta$, en appelant θ la température de l'air dans la boîte à tiroir, est donc

$$c_1\theta = c_1 t + \frac{A v^2}{2g} = c_1 t + c(T - t),$$

équation d'où l'on tire

$$c_1(a+\theta) = c_1(a+t) + c(T - t).$$

Or l'équation (144) nous donne :

$$a + t = (a+T)\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}},$$

$$T - t = (a+T)\left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right].$$

Substituant dans la valeur de θ, il vient :

$$\frac{a+\theta}{a+T} = k - (k-1)\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}, \qquad (147)$$

ou

$$\frac{a+\theta}{a+T} = 1,41 - 0,41\left(\frac{p}{P}\right)^{0,29},$$

d'où l'on tire :

$$\theta - T = 0,41(a+T)\left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{0,29}\right]. \qquad (148)$$

Cette équation déterminera θ, quand on connaîtra P, p et T.

L'air du réservoir étant supposé à 15°, 50° et 100°, on trouve les valeurs suivantes pour l'échauffement $(\theta - T)$.

ÉCHAUFFEMENT DE L'AIR COMPRIMÉ DANS SON PASSAGE DU RÉSERVOIR A LA BOÎTE A TIROIR.

VALEUR DE $\left(\frac{p}{P}\right)$ RAPPORT de la pression dans la boîte à tiroir à la pression dans le réservoir.	VALEUR DE $(\theta - T)$ ÉCHAUFFEMENT DANS LA BOITE A TIROIR.		
	T = 13°.	T = 50°.	T = 100°.
1	0°	0°	0°
. . . $\frac{1}{2}$	21°,1	23°,7	27°,2
$\frac{1}{3}$	31°,7	35°,6	40°,9
. . . . . $\frac{1}{4}$	38°,6	43°,4	49°,9
$\frac{1}{5}$	44°,0	49°,50	56°,9

Cet échauffement de l'air dans la boîte à tiroir, lorsque par suite du rétrécissement de la valve, la pression motrice a baissé, rendra possible un certain degré de détente que les calculs suivants vont nous indiquer.

Détente de l'air dans le cylindre. — Immédiatement après le remplissage, l'air introduit dans le réservoir est à la pression P_0 et à la température T_0, qui, ainsi que nous le savons, est assez élevée. A mesure que le réservoir se vide, la température y descend de T_0 à T et la pression baisse de P_0 à P, en vertu de l'équation (33) tant de fois reproduite

$$\frac{a+T}{a+T_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \tag{149}$$

Lorsque l'air puisé dans le réservoir passe dans la boîte à tiroir, nous avons vu qu'il s'échauffait à une température θ donnée par l'équation (147)

$$\frac{a+\theta}{a+T} = k - (k-1)\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}, \tag{147}$$

Enfin, ce même air détendu dans le cylindre de la pression p à la pression finale y, se refroidira et sa température baissera à x, en vertu de la relation (équation 33) :

$$\frac{a+x}{a+\theta}=\left(\frac{y}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \tag{150}$$

Multiplions les trois équations (149), (147), (150), membre à membre, et il viendra :

$$\frac{a+x}{a+T_0}=\left(\frac{yP}{P_0p}\right)^{\frac{k-1}{k}}\left[k-(k-1)\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]$$

$$=\left(\frac{y}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\left[k\left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}}-(k-1)\right]. \tag{151}$$

Cette équation donnera la température x quand on connaîtra T_0, P_0, P, p, y. Dans tous les cas, la température finale x devra être plus grande que 0, sans quoi la vapeur d'eau contenue dans l'air se congèlerait et la pression finale y devra être supérieure à une atmosphère, sans quoi l'échappement ne pourrait pas avoir lieu.

La température initiale T_0 dépend, ainsi qu'on l'a vu, du degré auquel est descendue la pression quand on a fait le remplissage, mais T_0 est généralement inférieur à 80° et plus grand que 15°.

En faisant $y=1$ atmosphère dans l'équation (149), on aura la température finale qui correspondrait à une détente complète de l'air dans le cylindre.

Soit

$$P_0=10^{at}, \quad T_0=80^\circ.$$

Valeurs de $\frac{P}{p}$. . .	2	3	4	5
Valeurs de x. . .	-36°	$+2^\circ,50$	$+33^\circ$	$+61^\circ$

Ce tableau des valeurs de x fait voir que si l'on poussait la détente jusqu'à ce que la pression descendît à une atmosphère, la température s'abaisserait d'autant plus que la pression dans la boîte à tiroir est plus près d'être égale à la pression dans le réservoir.

En général, la détente ne pourra pas être complète et l'on devra se contenter d'une détente imparfaite. Si dans l'équation (151),

au lieu de considérer x comme inconnu, on se donne $x = 15°$, $T_0 = 80°$, on aura une limite supérieure de la pression y à laquelle il sera possible de pousser la détente.

$$y = \frac{0,501\,P_0}{\left[1,41\left(\frac{P}{p}\right)^{0,29} - 0,41\right]^{3,45}}. \quad (105)$$

Faisant toujours $P_0 = 10$ atmosphères, et donnons à $\frac{P}{p}$ les valeurs successives 2, 3, 4....., nous trouverons les résultats suivants :

Valeurs de $\frac{P}{p}$. . . .	1	2	3	4
Valeurs maxima de p. .	10	5^{at}	$3^{at},33$	$2^{at},50$
Valeurs de y.	5^{at}	$1^{at},97$	$1^{at},18$	$0^{at},82$

Le tableau n'a pas été prolongé au delà de $\frac{P}{p} = 4$, parce qu'on voit qu'au delà de ce rapport, la détente conduit à des pressions plus petites que 1 atmosphère.

Si on fait les rapports $\frac{p}{y}$ de la pression initiale dans le cylindre à la pression finale, on a :

$$\frac{p}{y} = 2, \quad 2,50, \quad 2,82, \quad 3,00.$$

Le maximum n'atteint pas 3. Or, comme dans la détente sans addition, ni soustraction de chaleur, on a d'après l'équation (26) :

$$pv_0^k = yv^k,$$

On en déduit pour le rapport des volumes initial et final :

$$\frac{v}{v_0} = \left(\frac{p}{y}\right)^{\frac{1}{k}} \text{ au maximum} = 3^{\frac{1}{1,41}} = 2,18.$$

C'est-à-dire que dans les circonstances où nous sommes placés, d'une pression initiale de 10 atmosphères, une détente du double sera tout ce qu'il sera possible d'obtenir dans les circonstances les plus favorables à la détente.

Les hypothèses qui nous ont conduit à ce résultat sont exagérées. En réalité, la température qui règne dans le réservoir de la machine s'abaissera assez promptement à cause des pertes, et même rien que par ce fait que les parois métalliques du réservoir absorberont elles-mêmes une grande quantité de chaleur pour se mettre en équilibre de température avec la masse d'air. Il serait donc peut-être plus rationnel d'admettre que la température du réservoir est constante et égale à 15°. Dans ces conditions, on calculera y en multipliant membre à membre les deux équations (147) et (150) après avoir fait T = 15° dans l'équation (147). Si l'on pose la condition que la température inconnue x de l'air après la détente ne s'abaisse pas au-dessous de 15°, on fera x — 15° et on aura l'équation

$$1 = \left(\frac{y}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}} \left[k - (k-1)\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right],$$

d'où l'on tire :

$$y = \frac{p}{\left[1,41 - 0,41\left(\frac{p}{P}\right)^{0,29}\right]^{3,45}}.$$

Admettons 2 atmosphères comme limite inférieure de la pression dans le réservoir et nous formerons le tableau suivant :

$P = 2^{at}$,

Valeurs de p.	1^{at}	$1^{at},20$	$1^{at},40$	$1^{at},60$
Valeurs de y.	$0^{at},782$	$0^{at},991$	$1^{at},224$	$1^{at},470$
Valeurs de $\frac{p}{y}$.	1,18	1,21	1,14	1,09
Valeurs de $\left(\frac{p}{y}\right)^{\frac{1}{k}}$.	1,19	1,14	1,09	1,06

La pression y ne devant pas descendre au-dessous de 1 atmosphère, il ressort des chiffres qui précèdent que la pression p dans la boîte à tiroir ne devra pas être inférieure à $1^{at},20$. Dans ces conditions, le degré de détente sera 1,14. A mesure que la pres-

sion p se rapproche de celle du réservoir le degré de détente possible diminue.

Ces diverses considérations nous permettent de conclure qu'en pratique la détente réalisable dans les locomotives à air comprimé sera très-restreinte. Elle ne dépassera guère le dernier quart de la course.

D'une manière générale, toutes les fois que la valve sera toute ouverte et que, par suite, la pression dans la boîte à tiroir sera égale à la pression dans le réservoir, la détente sera réduite ; toutes les fois que la valve sera presque fermée et qu'il y aura une notable différence de pression entre le réservoir et la boîte à tiroir, on pourra réaliser un certain degré de détente. La détente possible dépendra toujours de la position de la valve.

On voit, qu'en définitive, à chaque résistance du train correspondra *une pression* dans la boîte à tiroir, et *un degré de détente* qui donneront *le maximum de rendement;*

On obtiendra la pression voulue dans la boîte à tiroir en ouvrant plus ou moins la valve selon que la pression dans le réservoir sera plus ou moins élevée, ou, en d'autres termes, selon que le réservoir sera *plus ou moins plein*.

Quant à la détente, le moyen le plus simple de la régler serait l'emploi d'une coulisse Stephenson. Seulement les recouvrements du tiroir unique devront être plus petits que dans les locomotives ordinaires, la détente ne devant pas dépasser en pratique une petite fraction de la course totale.

L'emploi de la coulisse Stephenson permettrait d'ailleurs de renverser la marche dans les pentes rapides et ici cette sorte de *marche à contre-vapeur* introduirait dans le réservoir de l'air comprimé par le travail résistant du train. On arriverait ainsi à un résultat semblable à celui que donne le *tube d'inversion* sur les machines à vapeur (chapitre XII), et la locomotive serait transformée en générateur de travail mécanique lorsqu'il s'agirait d'arrêter un train. L'élévation de température produite par la compression, et tant redoutée dans l'ancienne marche à contre-vapeur, ne présenterait plus ici les mêmes inconvénients parce que l'air serait aspiré *froid*. Dans ces conditions, la température finale de cet air dépendrait de la pression qui règne dans le réservoir et si cette pression était,

par exemple, de 8 atmosphères, l'élévation de température ne dépasserait pas 240°, en vertu de l'équation

$$\frac{273+240}{275+15}=(8)^{0,29}.$$

Ce chiffre de 240° est parfaitement admissible en pratique.

Nous possédons maintenant toutes les indications nécessaires pour calculer les dimensions et les effets d'une locomotive à air comprimé. Nous allons résoudre quelques problèmes.

PREMIER PROBLÈME. — *Étant donné le volume V du réservoir de la locomotive, le poids du train, sa résistance à la traction, la pression initiale dans le réservoir, calculer la longueur maxima du parcours sur différentes inclinaisons.*

Pour une rampe α, la pression moyenne de l'air dans le cylindre pendant un tour de roue sera donnée par l'équation (143)

$$p-10{,}300=\frac{2(k+\alpha)\pi R}{\varepsilon D^2 C}. \qquad (143)$$

Si l'on ne tient pas compte de la détente, cette valeur représentera en même temps la pression dans la boîte à tiroir. En confondant ces deux pressions qui, en réalité, sont un peu différentes, nous mesurerons par *défaut* le travail de l'air comprimé. Cette appréciation nous permettra, par conséquent, d'éviter tout mécompte.

Nous supposerons que la température T du réservoir reste constante. En réalité, comme nous l'avons dit, cette température tend à s'abaisser par le fait de la diminution de la pression ; mais comme l'abaissement de la température a lieu lentement, on peut supposer, pour simplifier, qu'elle est constante pendant un certain intervalle de temps.

Le poids d'air qui sort du réservoir pendant un parcours infiniment petit dx, a pour valeur :

$$\frac{-V\,dP}{R(a+T)}.$$

Le volume d'air consommé par tour de roue a pour expression :

$$4\frac{\pi D^2}{4}\times C=\pi D^2 C,$$

soit par mètre courant

$$\frac{\pi D^2 C}{2\pi R} = \frac{D^2 C}{2R},$$

soit pour un élément parcouru par le train dx

$$\frac{D^2 C}{2R} dx.$$

Cet air est à la température θ et à la pression constante p, son poids est donc

$$\frac{D^2 C}{2R} dx \times \frac{p}{R(a+\theta)},$$

et l'on peut poser l'équation différentielle :

$$-\frac{V dP}{R(a+T)} = \frac{D^2 C}{2R} dx \times \frac{p}{R(a+\theta)},$$

en remarquant que, d'après l'équation 147,

$$\frac{a+\theta}{a+T} = k - (k-1)\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}, \qquad (147)$$

on aura

$$dx = \frac{-2RV}{D^2 C}\left[k - (k-1)\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]\frac{dP}{p}.$$

Tant que le train reste sur la rampe α, la résistance du train est constante, et par suite la pression p est aussi constante ; le train pourra gravir la rampe tant que la pression P dans le réservoir sera plus grande que la pression p qui est nécessaire pour la marche. La limite du parcours sera donc l'intégrale de dx prise depuis P, pression initiale dans le réservoir jusqu'à p, pression normale dans la boîte à tiroir. Appelons L ce parcours possible sur la rampe α, on aura

$$L = \frac{2RV}{D^2 C}\int_p^P \left[k - (k-1)\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]\frac{dP}{p},$$

et, après intégration faite,

$$L = \frac{2RV}{D^2 C} k \left[\frac{P}{p} + k - 2 - (k-1)\left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{1}{k}}\right]. \qquad (151)$$

Remplaçant k par sa valeur 1,41, il vient :

$$L=\frac{2RV}{D^2C}\times 1,41\left[\frac{P}{p}-0,59-0,41\left(\frac{P}{p}\right)^{2,44}\right].$$

En donnant à $\frac{P}{p}$ les valeurs successives 1, 2, 3, etc., on trouve les résultats suivants :

Valeurs de $\frac{P}{p}$. . .	2	3	4	5	6	7
$L=\frac{2RV}{D^2C}\times$. . .	1,04	2,13	3,26	4,41	5,55	6,71

Exemple. — Faisons

$P=10^{at}$ ou $103,300^{kgs}$
$V=20^{m\,c.}$ $D=0,35$ $C=0,50$
$R=0,65$ $\varepsilon=0,70$ $\pi=50,000^{kos}$

On aura

$$\frac{2\pi R}{D^2C}=1,062,000,\quad \frac{2\pi R}{\varepsilon D^2C}=1,517,000,$$

$$\frac{2RV}{D^2C}=387^m.$$

Pour remonter une rampe de 15 millimètres, on aura

$$(k+\alpha)=0,02.$$

Par suite

$$p=10,300+0,02\times 1,517,000=40640^{kgs},$$
$$\frac{P}{p}=\frac{103,300}{40,640}=2,5 \text{ environ.}$$

Le coefficient à adopter sera à peu près la moyenne de

1,04 et 2,13, soit 1,58,

et le parcours possible en rampe de 15 millimètres, sera

$$387\times 1,58=611 \text{ mètres.}$$

Quel sera le parcours en palier? Pour le savoir on fera $\alpha=0$. On aura

$$p=10,300+0,005\times 1,517,000=17,885,$$
$$\frac{P}{p}=5,74.$$

Le coefficient du parcours sera compris entre

$$4{,}41 \quad \text{et} \quad 5{,}55.$$

En interpolant, on trouve 5,25. Par suite, le parcours possible en palier, sera

$$587 \times 5{,}25 = 2032 \text{ mètres.}$$

L'argument principal qui mesure le parcours possible est le terme

$$\frac{2RV}{p^2C},$$

et on doit s'efforcer de le rendre le plus grand possible, mais ce terme agit en sens contraire sur la valeur de p, de sorte qu'en définitive, c'est le volume du réservoir V et la pression initiale P qui déterminent seuls la longueur de ce parcours.

Pour des trains très-lourds, on arrive en général à des volumes de réservoirs inacceptables pour la pratique, et c'est ce qui avait fait abandonner il y a quelques années, les expériences entreprises dans le but d'employer d'une façon générale l'air comprimé sur les chemins de fer, mais pour les trains légers à arrêts et par suite à approvisionnements fréquents comme ceux qu'on peut être amené à employer pour les transports dans les villes, les chiffres auxquels on est conduit sont admissibles.

SECOND PROBLÈME. — *Quelle sera la durée du remplissage du réservoir?* — Cette détermination est très-importante, mais pour la faire exactement, on arrive à des calculs très-compliqués. Voici une méthode inexacte, il est vrai, mais qui conduit à une approximation suffisante pour donner du moins l'ordre de grandeur du temps cherché. Soit ω la section de l'orifice, et supposons qu'on évalue la vitesse d'écoulement de l'air par la formule de l'hydrodynamique :

$$v = \sqrt{2g\frac{P - x}{\delta}},$$

P et x étant les pressions dehors et dedans, et δ la densité du fluide relative à P.

Cette formule approchée, jointe à l'hypothèse de l'invariabilité

de la température, conduit à un résultat assez simple. On a, en effet, pour le volume écoulé pour un temps infiniment petit $d\tau$:

$$\omega v d\tau.$$

(ω section contractée de l'orifice).

Le poids de ce volume est

$$\frac{\omega v d\tau P}{R(a+T)}.$$

Le poids de l'air contenu dans le réservoir au commencement de l'instant considéré a pour expression

$$\frac{Vx}{R(a+T)},$$

puisqu'on suppose la température constante (hypothèse inexacte).

L'accroissement de ce poids pendant le temps $d\tau$, sera

$$\frac{V}{R(a+T)}dx.$$

On a donc l'équation

$$\frac{P\omega v d\tau}{R(a+T)} = \frac{Vdx}{R(a+T)}.$$

Remplaçons v par sa valeur où $\delta = \frac{P}{R(a+T)}$, il viendra :

$$d\tau = \frac{V}{\omega P} \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{P-x}} \frac{dx}{\sqrt{2gR(a+T)}}.$$

Intégrons depuis le commencement jusqu'à la fin du remplissage, c'est-à-dire depuis $x = p$ jusqu'à $x = P$, il viendra :

$$\tau = \frac{V}{\omega P} \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{2gR(a+T)}} \int_p^P \frac{dx}{\sqrt{P-x}},$$

ou

$$\tau = \frac{2V}{\omega\sqrt{2gR(a+T)}} \sqrt{1-\frac{p}{P}}. \qquad (152)$$

Au fond, notre calcul implique une soustraction de chaleur pendant l'écoulement qui n'a pas lieu, en réalité, de sorte que la

formule (152) donne une limite *supérieure* du temps du remplissage.

Exemple. — Supposons

$$V = 20^{m.c.}, \qquad T = 15^{\circ}, \qquad \omega = 0,005.$$

On trouvera :

$$\frac{p}{P} = \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{10}, \quad \frac{1}{\infty},$$

$$\tau = \quad 11'',4, \quad 13'',9, \quad 17'',2, \quad 18,7, \quad 19,7.$$

Ces chiffres démontrent que le remplissage d'un réservoir d'air comprimé s'effectue généralement dans un temps très-rapide. Nous le répétons, la formule approchée que nous avons donnée fournit des résultats maximums.

Nous pourrions encore discuter un grand nombre de questions intéressantes relatives à l'emploi des locomotives à air comprimé, mais nous en avons dit assez pour indiquer la marche à suivre. C'est maintenant à l'expérience à confirmer les indications théoriques que nous avons développées, et qui permettent de croire que l'air comprimé est appelé à jouer un rôle important dans toutes les circonstances où l'emploi de la vapeur offre des inconvénients.

CHAPITRE IX

ÉCOULEMENT DES GAZ

92. **Équation qui donne la vitesse d'écoulement d'un fluide gazeux.** — Jusque dans ces derniers temps, la question de l'écoulement des fluides gazeux à travers des orifices était mal connue. On ne savait pas analyser les conséquences des variations de température du fluide qui peuvent se produire dans le phénomène et qui, en augmentant ou diminuant sa densité, ont pour effet de changer la valeur du travail accompli pendant l'écoulement. Depuis les travaux de Zeuner, la science est en mesure de donner la solution du problème de l'écoulement dans chaque cas particulier.

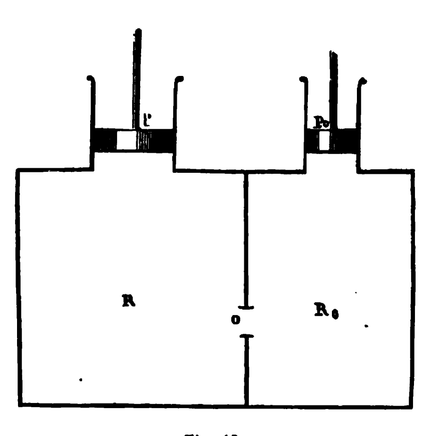


Fig. 48.

Soit un réservoir indéfini R_0 surmonté par un piston P_0 et dans lequel la pression est p_0 (fig. 48).

Un orifice o établit la communication de ce réservoir avec un autre réservoir R où la pression est entretenue constante à p par un piston P.

Le fluide s'écoule par l'orifice o. Considérons un kilogramme de fluide. Pour qu'il passe du réservoir R_0 où il occupe un volume v_0, au réservoir R où il occupe un volume v, il faut que le piston P_0 s'abaisse de manière à diminuer le volume du réservoir R_0 de v_0 et

que le piston P s'élève de manière à augmenter la capacité du réservoir R de v. Il y aura donc eu dépense d'un travail mécanique

$$p_0 v_0,$$

et gain d'un travail mécanique

$$pv,$$

au total dépense du travail mécanique

$$p_0 v_0 - pv.$$

Le fluide aura passé du volume v_0 au volume v, et dans ce changement de volume il aura surmonté un travail mécanique

$$\int_{v_0}^{v} pdv.$$

De plus, il possédera en entrant dans le réservoir R une force vive $\frac{w^2}{2g}$ en appelant w sa vitesse. Le théorème des forces vives nous donne par conséquent :

$$\frac{w^2}{2g} = p_0 v_0 - pv + \int_{v_0}^{v} pdv. \qquad (153)$$

Telle est l'équation fondamentale qui nous servira de point de départ.

Elle donnera des résultats différents suivant que le fluide, dans son passage du réservoir R_0 au réservoir R, aura reçu de la chaleur ou en aura rendu. Ce sont ces divers cas que nous allons examiner, en commençant par les gaz.

Faute de pouvoir préciser ce qui se passe pendant l'écoulement d'un gaz, on en est réduit à des hypothèses qui sont plus ou moins exactes et qu'on vérifie ensuite par comparaison avec les résultats de l'expérience.

93. **Écoulement d'un gaz qui conserve un volume constant.** — L'hypothèse indiquée par cet énoncé revient à considérer le gaz comme incompressible. Cette hypothèse est entièrement erronée, mais elle donne des résultats qui, pour de faibles différences des pressions p_0 et p ne s'éloignent pas beaucoup de la réalité.

Si v est constant $dv = 0$, l'équation (153) donne simplement :

$$\frac{w^2}{2g} = v_0(p_0 - p). \qquad (154)$$

Soit h une colonne de fluide à la pression p, d'un poids égal de la différence des pressions par mètre carré :

$$p_0 - p.$$

Soit δ le poids du mètre cube du fluide à cette même pression p, on aura

$$p_0 - p = h\delta,$$

et

$$v_0 = \frac{1}{\delta},$$

Donc

$$\frac{w^2}{2g} = h, \quad \text{et} \quad w^2 = 2gh.$$

C'est la formule ordinaire de l'écoulement des liquides ou fluides incompressibles.

Le fluide a-t-il reçu ou perdu de la chaleur pendant l'écoulement?

La chaleur interne au-dessus de 0 était dans le réservoir R_0, $c_1 t_0$, en appelant c_1 la capacité calorifique à volume constant $= 0{,}1685$.

La chaleur interne dans le réservoir R est $c_1 t$. La chaleur disparue a pour valeur :

$$c_1(t_0 - t),$$

t_0 et t représentent les températures du gaz dans les réservoirs R_0 et R.

L'équation (19) propre aux gaz donne

$$p_0 v_0 = R(a + t_0),$$
$$p v_0 = R(a + t),$$

d'où

$$t_0 - t = \frac{(p_0 - p)\, v_0}{R}.$$

Cette valeur est positive, ce qui démontre que pendant l'écoulement, la température du gaz s'abaisse.

Il a donc disparu une quantité de chaleur

$$c_1(t_0 - t) = \frac{c_1(p_0 - p)v_0}{R},$$

qui a dû passer à travers les parois et dont la perte a servi à conserver le volume du gaz constant.

Si l'écoulement avait lieu dans le vide, on aurait

$$p = 0, \qquad w^2 = 2gv_0p_0,$$

et l'abaissement de température qu'il faudrait réaliser pour maintenir le volume constant serait donné par la formule :

$$t_0 - t = \frac{p_0 v_0}{R} = a + t_0,$$

d'où

$$t = -a.$$

La température du gaz descendrait donc au *zéro absolu*, c'est-à-dire à 273° au-dessous du zéro ordinaire. Cette hypothèse est absolument théorique.

En résumé, l'écoulement à travers un orifice refroidi par un réfrigérant extérieur permettrait de réaliser pratiquement le cas théorique que nous venons d'examiner d'un écoulement à volume constant.

94. **Écoulement d'un gaz qui conserve une température constante.** — Si le gaz, en passant d'un réservoir à l'autre, a conservé une température constante, la loi de Mariotte lui est applicable, et l'on a

$$pv = p_0 v_0 = R(a + t_0). \qquad (155)$$

Par suite l'équation (153) se réduit à

$$\frac{w^2}{2g} = \int_{v_0}^{v} p\,dv.$$

Or, l'équation (155) donne

$$p = \frac{p_0 v_0}{v},$$

donc

$$\int_{v_0}^{v} p dv = \int_{v_0}^{v} \frac{p_0 v_0}{v} dv = p_0 v_0 \operatorname{lognep} \frac{v}{v_0}$$

$$= p_0 v_0 \operatorname{lognep} \frac{p_0}{p},$$

et par suite

$$w^2 = 2 g p_0 v_0 \operatorname{lognep} \frac{p_0}{p},$$

ou encore (156)

$$w^2 = 2 g R (a + t_0) \operatorname{lognep} \frac{p_0}{p}.$$

Pour que la température de l'air soit restée constante pendant son écoulement, il faut évidemment que l'air ait reçu de la chaleur du dehors pendant la durée du phénomène.

En effet, il y a eu production d'une force vive $\frac{w^2}{2g}$, et les travaux mécaniques $p_0 v_0$ et pv, des deux pistons P_0 et P se sont compensés, par conséquent, la production de la force vive $\frac{w^2}{2g}$ n'est pas due à un travail extérieur. Elle n'a pas été créée davantage aux dépens de la chaleur interne du gaz, puisque la température de ce gaz n'a pas changé et que la chaleur interne d'un gaz permanent est toujours la même à la même température. Par conséquent il y a eu, pendant l'écoulement, fourniture d'une quantité de chaleur

$$A \frac{w^2}{2g} = A p_0 v_0 \operatorname{lognep} \frac{p_0}{p},$$

qui a été transmise au gaz par les parois de l'orifice.

La formule (156) ne saurait donc convenir, qu'au cas de l'écoulement d'un gaz par de petits orifices chauffés extérieurement, entretenus à température constante, et communiquant avec des réservoirs supérieurs et inférieurs entretenus également à la même température.

Il est intéressant de savoir quel serait l'abaissement de température du gaz qui compenserait la chaleur fournie du dehors pendant l'écoulement. Soit t le degré auquel s'abaisserait la température du gaz, pour que sa chaleur interne diminuât précisément

de la quantité de chaleur fournie du dehors, soit c_1 la capacité calorifique du gaz à volume constant ; nous écrirons :

$$c_1(t_0 - t) = AR(a + t_0) \operatorname{lognep} \frac{p_0}{p},$$

d'où

$$t_0 - t = \frac{AR}{c_1}(a + t_0) \operatorname{lognep} \frac{p_0}{p},$$

remplaçant pour l'air R par 29,27 ; mettant $\frac{1}{424}$ pour A ; 0,1685 pour c_1, il vient :

$$t_0 - t = 0,41 (a + t_0) \operatorname{lognep} \frac{p_0}{p}.$$

Supposons, par exemple, $p_0 = 5$ atmosphères, $p = 1$ atmosphère, $t_0 = 100$, on trouvera :

$$t_0 - t = 244^\circ,7.$$

La chaleur à fournir du dehors correspond donc généralement à un grand nombre de calories ; la faible conductibilité des gaz, et la rapidité avec laquelle se fait l'écoulement, sont autant de causes qui empêchent le plus souvent d'admettre comme exacte l'application de la formule (154) pour l'écoulement des gaz.

Le cas théorique de l'écoulement à température constante pourrait être réalisé par un orifice qui serait échauffé par une source de chaleur extérieure. C'est donc l'inverse du premier cas examiné.

95. **Écoulement d'un gaz à travers un orifice sans addition ni soustraction de chaleur.** — Si l'on se reporte au chapitre II (équation 26), on verra que la pression et le volume d'un gaz qui se détend sans addition, ni soustraction de chaleur sont liés entre eux par la relation

$$p_0 v_0^k = p v^k,$$

k étant le rapport des capacités calorifiques c et c_1, à pression constante et à volume constant

$$k = 1,41.$$

De cette équation, on déduit :

$$p = \frac{p_0 v_0^k}{v^k}.$$

Portant cette valeur dans l'intégrale

$$\int_{v_0}^{v} pdv,$$

de l'équation (153), il vient :

$$\frac{w^2}{2g} = p_0 v_0 - pv + \int_{v_0}^{v} \frac{p_0 v_0^k}{v^k} dv$$

$$= p_0 v_0 - pv + \frac{p_0 v_0}{k-1} \left(\frac{1}{v_0^{k-1}} - \frac{1}{v^{k-1}} \right).$$

Or, de l'équation

$$p_0 v_0^k = pv^k,$$

on tire :

$$p_0 v_0 - pv = p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{v_0}{v} \right)^{k-1} \right].$$

En réduisant l'expression de $\frac{w^2}{2g}$, on obtient :

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{k}{k-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{v_0}{v} \right)^{k-1} \right]. \tag{157}$$

Si l'on ne veut faire figurer que les pressions initiale et finale, on écrira :

$$p_0 v_0^k = pv^k,$$

d'où l'on tire :

$$\left(\frac{v_0}{v} \right)^k = \frac{p}{p_0},$$

et

$$\left(\frac{v_0}{v} \right)^{k-1} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Par suite

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{k}{k-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right], \tag{158}$$

ou encore, en tenant compte de la relation

$$p_0 v_0 = R(a+t_0),$$

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{k}{k-1} R(a+t_0)\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]. \qquad (159)$$

Telle est l'équation qui donne la vitesse w dans le cas d'un écoulement sans addition ni soustraction de chaleur.

Pour l'écoulement dans le vide, on fera

$$p=0,$$

et on aura

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{k}{k-1} R(a+t_0).$$

On sait que

$$k=1{,}41, \qquad R=29{,}27, \qquad g=9{,}8088.$$

Par suite

$$w = 140\sqrt{a+t_0}.$$

La formule (157) prend une forme très-simple quand on y introduit la température initiale et finale.

On a

$$\frac{k}{k-1} = \frac{\frac{c}{c_1}}{\frac{c}{c_1}-1} = \frac{c}{c-c_1},$$

et

$$c-c_1 = AR, \qquad \text{(éq. 20)}$$

donc

$$\frac{k}{k-1} = \frac{c}{AR}.$$

D'ailleurs

$$p_0 v_0 = R(a+t_0),$$
$$pv = R(a+t).$$

et

$$p_0 v_0^k = pv^k.$$

On en tire aisément, en divisant les équations deux par deux, membre à membre :

$$v_0^{k-1}(a+t_0)=v^{k-1}(a+t),$$

d'où

$$\left(\frac{v_0}{v}\right)^{k-1}=\frac{a+t}{a+t_0}, \quad \text{et} \quad 1-\left(\frac{v_0}{v}\right)^{k-1}=\frac{t_0-t}{a+t_0}.$$

Portant ces valeurs dans l'équation (157), elle donne :

$$\frac{w^2}{2g}=\frac{c}{AR}R(a+t_0)\frac{t_0-t}{a+t_0}=\frac{c}{A}(t_0-t). \tag{160}$$

On aurait pu parvenir immédiatement à cette équation, en remarquant que, puisqu'il n'y a ni addition, ni soustraction de chaleur, le travail extérieur des pistons P_0 et P

$$p_0 v_0 - pv,$$

a été employé tout entier à produire la force vive du gaz et à augmenter sa chaleur interne.

Sa force vive est $\frac{w^2}{2g}$ et son équivalent calorifique est

$$\frac{Aw^2}{2g}.$$

L'augmentation de sa chaleur interne est

$$c_1(t-t_0),$$

on a donc pour l'équivalent calorifique du travail extérieur :

$$A(p_0v_0-pv)=A\frac{w^2}{2g}+c_1(t-t_0).$$

Or

$$p_0v_0=R(a+t_0),$$
$$pv=R(a+t),$$

donc :

$$p_0v_0-pv=R(t_0-t).$$

Substituant, il vient :

$$AR(t_0-t)=A\frac{w^2}{2g}+c_1(t-t_0).$$

Si l'on remarque que

$$c - c_1 = \mathrm{AR},$$

on retrouve finalement la formule (160) :

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{c}{\mathrm{A}}(t_0 - t).$$

Calculons enfin l'abaissement de la température du gaz en fonction de la température initiale et de la pression initiale.

L'équation (160) donne :

$$t_0 - t = \frac{\mathrm{A}}{c}\frac{w^2}{2g}.$$

Remplaçant $\frac{w^2}{2g}$ par sa valeur (159), en faisant

$$p_0 v_0 = \mathrm{R}(a + t_0), \quad \text{et} \quad k = \frac{c}{c_1}, \tag{159}$$

il vient :

$$t_0 - t = \frac{c}{c - c_1}\frac{\mathrm{A}}{c}\mathrm{R}(a + t_0)\left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right],$$

ou, après réductions,

$$t_0 - t = (a + t_0)\left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]. \tag{161}$$

Cette formule de l'abaissement de température est exactement la même, ainsi qu'on devait s'y attendre, que celle de l'abaissement de température résultant de la *détente d'un gaz de la pression* p_0 *à la pression* p, dans un cylindre imperméable à la chaleur, formule que nous avons donnée sous le n° 32.

96. **Du choix à faire de la formule d'écoulement d'un gaz selon les circonstances.** — Trois formules viennent d'être établies :

$$\frac{w^2}{2g} = (p_0 - p)v_0, \tag{151}$$

pour l'écoulement à volume constant;

$$\frac{w^2}{2g} = p_0 v_0 \operatorname{lognep}\left(\frac{p_0}{p}\right), \tag{156}$$

pour l'écoulement à température constante ;

$$\frac{w^2}{2g}=\frac{k}{k-1}p_0v_0\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right], \qquad (158)$$

pour l'écoulement sans addition ni soustraction de chaleur.

La première formule suppose que le gaz a abandonné de la chaleur aux parois de l'orifice ;

La seconde formule suppose que le gaz a reçu de la chaleur des parois de l'orifice ;

La troisième formule suppose qu'il n'a ni donné ni reçu de chaleur.

Dans chaque cas particulier, il y aura lieu de faire un choix de la formule à appliquer.

Si l'orifice est entouré d'un réfrigérant convenable, la formule (154) aura plus de chance d'être exacte.

Si l'orifice est chauffé par une source de chaleur extérieure, ce sera à la formule (156) qu'il faudra donner la préférence.

Enfin il est aisé de reconnaître que dans la majorité des cas de la pratique, les dimensions de l'orifice sont trop étroites, et la vitesse du gaz est trop rapide pour qu'il puisse y avoir échange de chaleur entre les parois de l'orifice et le gaz qui le traverse ; par conséquent, c'est la formule (158) qui doit être généralement appliquée.

L'assertion précédente, à savoir que la paroi ne peut pas transmettre une quantité de chaleur suffisante pour qu'il y ait lieu d'en tenir compte, est facile à vérifier.

Soit S la surface de la paroi supposée métallique ; θ la température de l'enceinte extérieure à la paroi, soit Ω la section moyenne de l'orifice, w la vitesse du gaz qui la traverse à la pression p et à la température t, et soit C la quantité de chaleur par mètre carré, enlevée ou cédée par l'atmosphère extérieure.

La quantité de chaleur traversant la paroi dans une seconde, sera

$$CS.$$

Le poids du gaz qui passera par l'orifice dans le même temps, sera

$$\Omega w \frac{p}{R(a+t)}.$$

Sa capacité calorifique à volume constant aura donc pour valeur

$$\Omega w \frac{c_1 p}{R(a+t)}.$$

La quantité de chaleur fournie par la paroi pourrait élever la température de ce gaz de

$$\delta t = \frac{CS}{\Omega w} \frac{R(a+t)}{c_1 p}.$$

Appelons ω le rapport de la section de l'orifice à la surface des parois, remplaçons R par sa valeur 29,27, c_1 par 0,1685, il viendra :

$$\delta t = \frac{174C}{\omega} \frac{a+t}{pw}. \qquad (162)$$

Les dimensions et la nature de l'orifice n'interviennent plus ici que par les coefficients C et ω. Il est clair que l'élévation de la température sera d'autant plus grande que l'orifice sera plus petit et que les parois de l'orifice seront meilleures conductrices de la chaleur.

Un exemple va nous montrer que dans la plupart des cas la quantité de chaleur δt n'est qu'une très-petite fraction.

Supposons qu'il s'agisse de la buse d'un haut fourneau travaillant à 15 centimètres de mercure, et lançant de l'air chauffé à 250°. Nous poserons :

$$t_0 = 250, \qquad p_0 = 12{,}000^k, \qquad p = 10{,}000.$$

La formule (158) nous donne

$$w = 241 \text{ mètres},$$

et la formule (161)

$$t_0 - t = 29°{,}81.$$

La température sera donc descendue à environ

$$t = 250° - 30° = 220°.$$

Quelle sera la perte de chaleur à travers les parois de la buse? En appelant R, r les rayons de la buse à ses deux extrémités et h sa hauteur (fig. 49), on a pour la section de l'orifice de la buse

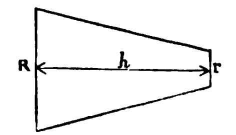


Fig. 49.

$$\Omega = \pi r^2,$$

et pour sa surface

$$h\pi(R + r).$$

On a donc pour le rapport ω :

$$\omega = \frac{\pi r^2}{h\pi(R + r)} = \frac{r^2}{h(R + r)},$$

Soit, en négligeant r au dénominateur,

$$\omega = \frac{r^2}{hR}.$$

Supposons

$$R = 0,09, \qquad h = 0,30, \qquad r = 0,05,$$

on aura

$$\omega = 0,033.$$

Quant à la quantité de chaleur enlevée par les parois de la buse, elle a disparu, soit par suite du contact de l'air, soit par rayonnement. Or, si l'on se reporte aux expériences de M. Péclet, on verra que ces deux causes de refroidissement réunies ne peuvent pas enlever par mètre carré et par heure à une paroi entretenue à 220°, l'air extérieur étant à 12°, plus de

1260 calories,

soit par seconde,

$0^{\text{calorie}},35.$

On fera donc

$$C = 0,35,$$

et on aura définitivement, d'après l'équation (162),

$$\delta t = \frac{174 \times 0,35}{0,033} \frac{493}{10,000 \times 241} = 0^{\circ},37.$$

Ainsi, tandis que le fait de l'écoulement abaisse la température du gaz de 30°, les parois ne pourraient l'abaisser que de 0°,37, c'est-à-dire de 1 1/4 pour 100.

Cet exemple démontre que, dans la grande majorité des cas de la pratique, on doit considérer les parois comme absolument imperméables à la chaleur, et par suite c'est aux formules du troisième cas qu'il faut recourir.

Le frottement des parois, quand elles sont imperméables à la chaleur, ne peut pas modifier la vitesse d'écoulement. — Le frottement des parois agit sur les molécules du gaz comme une force retardatrice, mais il ne peut pas y avoir travail du frottement sans qu'il y ait production d'une chaleur correspondante. Or revenons à la formule fondamentale (153) :

$$\frac{w^2}{2g} = p_0 v_0 - pv + \int_{v_0}^{v} pdv.$$

Dans cette formule,

$$p_0 v_0 - pv$$

représente le travail des forces extérieures,

$$\frac{w^2}{2g}$$

représente le résultat mécanique produit.

Appelons U_0 la chaleur interne du gaz dans le réservoir supérieur R_0 ;

U sa chaleur interne au moment où il entre dans le réservoir inférieur R ;

Q la quantité de chaleur qui lui a été transmise ou qu'il a cédée dans l'intervalle, c'est-à-dire pendant qu'il a traversé l'orifice ;

$(U_0 - U + Q)$ représente la chaleur disparue.

On a nécessairement, d'après le premier principe fondamental de la théorie mécanique de la chaleur :

$$\frac{w^2}{2g} = p_0 v_0 - pv + \frac{U_0 - U + Q}{A}, \qquad (163)$$

$\frac{1}{A}$ étant l'équivalent mécanique de la chaleur.

Introduisons maintenant dans cette équation le travail du frottement — F, ce travail étant un travail extérieur résistant, sera ajouté au terme $p_0v_0 - pv$.

D'un autre côté, ce frottement donnera lieu à une production de chaleur AF qui viendra s'ajouter à la chaleur initiale U_0 dans l'expression de la chaleur disparue. L'équation deviendra :

$$\frac{w^2}{2g} = p_0v_0 - pv - F + \frac{U_0 + AF - U + Q}{A}.$$

F disparaît évidemment de cette équation, et par suite il n'y a pas lieu de tenir compte du frottement dans la formule de l'écoulement du gaz.

Il est intéressant de savoir de quel ordre de grandeur est le terme F. D'après les expériences les plus probantes sur l'écoulement des gaz dans des tuyaux, on peut dire que le frottement d'un gaz par mètre carré de surface de tuyau développe une résistance égale à

$$0{,}000367\, w^2,$$

W étant la vitesse à la paroi.

Soit S le périmètre de l'orifice, le frottement aura pour valeur par mètre courant :

$$0{,}000367\, S w^2,$$

et son travail mécanique pendant le même temps sera

$$0{,}000367\, S w^3.$$

Or le poids de gaz qui sort de l'orifice par seconde, a pour valeur

$$\frac{\Omega w p}{R(a+t)},$$

donc le travail du frottement par kilogramme de gaz aura pour expression :

$$0{,}000367\, S w^3 \frac{R(a+t)}{\Omega w p}. \qquad (164)$$

Si l'on appelle ρ le rayon moyen de la section de l'orifice, et l la longueur de l'orifice dans le sens de l'écoulement

$$\frac{\Omega}{S}=\frac{\rho}{l}.$$

Par suite, l'expression (164) pourra s'écrire en faisant $R=29,27$:

$$\frac{w^2}{2g}\frac{0,215l}{\rho}\frac{(a+t)}{p}.$$

Tel est le terme qu'il faudrait ajouter aux diverses équations qui donnent $\frac{w^2}{2g}$, si l'on voulait tenir compte du frottement contre les parois de l'orifice sans tenir compte en même temps de la chaleur qu'il occasionne.

Si l'on prend les données du paragraphe précédent,

$$a+t=493, \qquad p=10,000, \qquad \rho=0,015,$$

et si l'on suppose $l=0,10$, le coefficient de $\frac{w^2}{2g}$ devient :

$$\frac{0,215\times 0,10}{0,015}\frac{493}{10000}=0,0706.$$

La valeur de w subirait par là même une réduction de

$$1 \quad \text{à} \quad \sqrt{\frac{1-0,0706}{1}}=0,964,$$

soit de 3 1/2 pour 100.

Nous pouvons conclure de la petitesse de ce chiffre que lors même qu'il y aurait lieu de tenir compte du frottement, son influence serait finalement très-petite, à moins que l'orifice d'écoulement ne fût très-allongé.

Mais si les parois sont imperméables à la chaleur, il n'y a pas lieu de tenir compte du frottement, la chaleur à laquelle il donne lieu étant nécessairement utilisé mécaniquement par l'air qui traverse l'orifice.

L'équation (163) subsiste donc dans tous les cas, on a dans cette équation :

$$p_0v_0=R(a+t_0),$$
$$pv=R(a+t),$$
$$U_0-U=c_1(t_0-t).$$

Par suite, elle devient :

$$\frac{w^2}{2g} = \mathrm{R}(t_0 - t) + \frac{c_1}{\mathrm{A}}(t_0 - t) + \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{A}},$$

ou

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{c}{\mathrm{A}}(t_0 - t) + \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{A}}. \qquad (165)$$

Cette formule donne la vitesse d'écoulement pour tous les cas possibles. Il suffit pour la calculer de connaître la quantité de chaleur Q fournie ou disparue pendant l'écoulement.

97. **Applications pratiques des formules de l'écoulement des gaz. — Erreur que l'on commet en appliquant la formule usuelle. —** Les formules de l'écoulement des gaz à travers un orifice trouvent leur application dans plusieurs appareils industriels, et notamment dans les souffleries de forges ou de hauts fourneaux.

Pour ces sortes d'appareils, on a l'habitude de supposer le fluide incompressible et d'appliquer la formule de l'écoulement à volume constant (équation 154).

Il est nécessaire de se rendre compte des inexactitudes que peut entraîner cette manière d'opérer.

La formule applicable à l'écoulement à travers une buse est, nous l'avons déjà dit, la formule (158), ou son équivalent la formule (159) :

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{c}{\mathrm{A}}(a + t_0)\left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right].$$

La formule qu'on applique d'ordinaire est la suivante :

$$\frac{w'^2}{2g} = v_0(p_0 - p) = \mathrm{R}(a + t_0)\left(\frac{p_0 - p}{p_0}\right),$$

ou

$$\frac{w'^2}{2g} = \mathrm{R}(a + t_0)\left(1 - \frac{p}{p_0}\right).$$

Si nous comparons cette formule à la formule précédente en les divisant membre à membre, nous aurons

$$\frac{w'^2}{w^2} = \frac{\mathrm{AR}}{c}\,\frac{1 - \frac{p}{p_0}}{1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}}.$$

Or :

$$AR = c - c_1,$$
$$k = \frac{c}{c_1}.$$

et

$$\frac{k-1}{k} = \frac{c-c_1}{c},$$

donc

$$\frac{w'^2}{w^2} = \frac{c-c_1}{c} \frac{1-\left(\frac{p}{p_0}\right)}{1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{c-c_1}{c}}}.$$

Posons :

$$\frac{p}{p_0} = 1 - z,$$

et

$$\frac{c-c_1}{c} = 0{,}2908 = m.$$

On aura

$$\frac{w'^2}{w^2} = m \cdot \frac{1-(1-z)}{1-(1-z)^m} = \frac{mz}{1-(1-z)^m}.$$

La formule du binome donne :

$$(1-z)^m = 1 - \frac{m}{1} z + \frac{m(m-1)}{1.2} z^2 - \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} z^3 + \ldots.$$

équation qui, en remarquant que m est plus petit que 1, peut se mettre sous la forme :

$$(1-z)^m = 1 - \frac{mz}{1} - \frac{m(1-m)}{2} z^2 - \frac{m(1-m)(2-m)}{6} z^3 - \ldots$$

Tous les termes à la suite de 1 sont négatifs.

On a, en définitive,

$$\frac{w'^2}{w^2} = \frac{1}{1 + \frac{(1-m)}{2} z + \frac{(1-m)(2-m)}{6} z^2 + \frac{(1-m)(2-m)(3-m)}{24} z^3 + \ldots}.$$

Cette équation démontre que la formule ordinairement employée donne un résultat plus faible qu'il ne convient.

Pour fixer les idées, nous prendrons l'exemple des paragraphes précédents, relatif à la buse d'un haut fourneau.

Soit

$$p = 10{,}000, \qquad p_0 = 12{,}000.$$

On aura

$$z = 1 - \frac{p}{p_0} = 0{,}1666.$$

D'ailleurs

$$m = 0{,}2908.$$

par suite

$$\frac{w'^2}{w^2} = 0{,}934, \qquad \frac{w'}{w} = 0{,}967$$

et l'erreur commise en appliquant la formule usuelle, est de 3,30 pour 100.

Cette erreur n'est pas très-grande parce que nous avons pris des pressions p_0 et p peu différentes, mais elle deviendrait plus considérable si les pressions différaient notablement.

Par exemple, pour $p_0 = 2p$, on trouverait $z = \frac{1}{2}$:

$$\frac{w'^2}{w^2} = 0{,}797, \qquad \frac{w'}{w} = 0{,}893$$

et l'erreur atteindrait 11 pour 100.

Concluons de cette comparaison que la formule ordinaire n'est applicable que lorsque les pressions p_0 et p diffèrent très-peu, comme cela a lieu dans les souffleries ordinaires des forges ou des hauts fourneaux.

98. **Table D des vitesses d'écoulement de l'air comprimé dans l'atmosphère.** — Nous donnons à la table D les valeurs des vitesses d'écoulement de l'air calculé au moyen de la formule (159). Nous avons supposé le réservoir inférieur à la pression atmosphérique. C'est le cas qui se présente le plus fréquemment dans la pratique.

Nous avons donc fait $p = 760$ millimètres de mercure. Quant à la pression initiale, elle procède par accroissements de centimètre en centimètre jusqu'à 15 centimètres de mercure au-dessus de 760; à partir de ce chiffre, elle augmente de 5 centimètres en 5 centimètres jusqu'à deux atmosphères.

Nous y avons joint les vitesses calculées pour des excès de pression $(p_0 - p)$ de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 atmosphères.

Les températures de l'air dans le réservoir supérieur ont été supposées de 20°, 150°, 200°, 250°, 300°.

Enfin, en regard de la vitesse, on a calculé la température de l'air dans le plan de l'orifice et le poids de l'air écoulé par seconde et par mètre carré d'orifice, mais seulement pour le cas où la température avant l'écoulement est de 20°.

Il suffit, pour obtenir ce dernier, de multiplier la vitesse par

$$\frac{p}{R(a+t)}.$$

Or, on a (équations 30 et 33) :

$$a+t=(a+t_0)\left(\frac{v_0}{v}\right)^{k-1}=(a+t_0)\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Par suite, le coefficient ci-dessus, exprimé en fonctions des données, aura pour valeur

$$\frac{p}{R(a+t_0)\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}}.$$

La table D pourra rendre des services dans la pratique, et il serait fort intéressant de la vérifier par des expériences comparatives. Malgré les recherches de Poncelet, Péclet et d'autres savants, on peut dire que la science n'a encore aucune donnée expérimentale précise sur l'écoulement des gaz.

CHAPITRE X

ÉCOULEMENT DES VAPEURS

99. **Équation qui donne la vitesse d'écoulement d'une vapeur.** — Reportons-nous à l'équation (163), nous avons démontré que la vitesse d'écoulement d'un fluide à travers un orifice en vertu des différences de pression p_0 et p du réservoir supérieur et du réservoir inférieur, est donnée par l'équation

$$\frac{w^2}{2g} = p_0 v_0 - pv + \frac{U_0 - U + Q}{A}.$$

U_0 désignant la chaleur interne de l'unité de poids du fluide dans le réservoir R_0 ;

U, cette chaleur interne dans le réservoir R ;

Q, la chaleur qui a été transmise au fluide dans son passage à travers l'orifice.

Nous avons démontré que, quand il s'agit des gaz, cette quantité de chaleur Q peut être considérée comme nulle parce que l'écoulement a lieu trop vite pour que les parois puissent exercer une influence appréciable sur leur température. Cette conclusion est évidemment applicable aux vapeurs. Nous aurons donc pour l'équation de l'écoulement des vapeurs à travers un orifice :

$$\frac{w^2}{2g} = p_0 v_0 - pv + \frac{U_0 - U}{A}. \qquad (166)$$

Nous pouvons toujours confondre le volume de la vapeur sèche avec le volume de la vapeur humide, parce que la proportion de liquide contenue dans une vapeur humide ne modifie pas sensible-

ment son volume, par conséquent, conformément aux notations adoptées dans les chapitres III et V, relatifs aux vapeurs, nous remplacerons

$$v_0 \text{ par } u_0 x_0,$$
$$v \text{ par } ux,$$

x_0 et x désignant les proportions de vapeur sèche contenue dans 1 kilog. de vapeur humide. Il viendra donc :

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{Ap_0u_0x_0 - Apux + U_0 - U}{A}.$$

Supposons qu'il s'agisse de la vapeur d'eau, on a (équation 41) :

$$U_0 = \int_0^{t_0} l dt + (r_0 - Ap_0u_0)x_0,$$
$$U = \int_0^{t} l dt + (r - Apu)x,$$

r_0 et r désignant les chaleurs de vaporisation aux températures t_0 et t, l'équation précédente se modifiera ainsi :

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{\int_t^{t_0} l dt + r_0x_0 - rx}{A}. \qquad (167)$$

Telle est l'équation fondamentale de l'écoulement des vapeurs à travers un orifice. Dans cette équation, t_0 et t sont les températures de saturation correspondant aux pressions p_0 et p des réservoirs supérieur et inférieur.

100. **Introduction dans l'équation (167) de la loi de la détente des vapeurs. — Formule définitive.** — Nous avons démontré (page 43) que quand une vapeur se détend sans addition, ni soustraction de chaleur et en exerçant constamment une pression égale à sa propre force élastique, on a entre les températures initiale et finale et les fractions de vapeur sèche x_0 et x contenues dans la vapeur initiale et finale, la relation (44)

$$\frac{rx}{a+t} = \frac{r_0x_0}{a+t_0} + \int_t^{t_0} \frac{l dt}{a+t}. \qquad (44)$$

On peut supposer la capacité calorifique de l'eau constante entre

les limites de température t_0 et t, par suite l'équation (44) donne, par l'intégration,

$$\frac{rx}{a+t}=\frac{r_0x_0}{a+t_0}+l\,\text{lognep}\,\frac{a+t_0}{a+t}.$$

On en déduit :

$$r_0x_0-rx=r_0x_0\frac{t_0-t}{a+t_0}-l(a+t)\,\text{lognep}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right).$$

Portant cette valeur dans l'équation (167) et remplaçant $\int_t^{t_0} ldt$ par $l(t_0-t)$, on a

$$\frac{w^2}{2g}=\frac{1}{A}\left[r_0x_0\frac{t_0-t}{a+t_0}+l(t_0-t)\;-l(a+t)\,\text{lognep}\,\frac{a+t_0}{a+t}\right]. \quad (168)$$

Tout est connu dans cette équation, par conséquent elle donne la valeur exacte de la vitesse d'écoulement de la vapeur à travers un orifice, mais elle est susceptible d'une simplification importante. En développant le logarithme népérien en série, on a :

$$l(t_0-t)-l(a+t)\,\text{lognep}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right)$$
$$=l(a+t)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^2-\frac{1}{3}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^3+\dots\right]$$
$$=l\frac{t_0-t}{a+t}\left[\frac{1}{2}(t_0-t)-\frac{1}{3}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)(t_0-t)+\dots\right].$$

Sous cette forme, on reconnaît que le terme $r_0\,x_0\,\dfrac{t_0-t}{a+t}$ a une influence prédominante dans l'équation (168), car la quantité à lui ajouter est plus petite que

$$l\frac{t_0-t}{a+t}\times\frac{1}{2}(t_0-t).$$

Or $l=1$ environ :

$\dfrac{t_0-t}{a+t}$ égale à peu près $\dfrac{t_0-t}{a+t_0}$,

et r_0x_0 est beaucoup plus grand que $\dfrac{t_0-t}{2}$; on peut donc réduire la parenthèse au terme en r_0x_0, et écrire :

$$\frac{w^2}{2g}=\frac{r_0x_0}{A}\,\frac{t_0-t}{a+t_0}. \quad (169)$$

Cette équation très-simple donnera la vitesse de la vapeur avec une approximation d'autant plus grande que les températures t_0 et t seront plus rapprochées.

L'erreur relative commise sur la valeur de w^2 en adoptant la formule (169) sera plus petite que

$$\frac{t_0 - t}{2 r_0 x_0}.$$

Il est rare que la chute $(t_0 - t)$ dépasse 50° ; $r_0 = 500$ environ, x_0 ne descend pas au-dessous de 0,80, par conséquent l'erreur commise sur w^2 en employant la formule pratique (169) au lieu de la formule plus exacte (168) ne dépassera généralement pas

$$\frac{50}{2 \times 500 \times 0,80} = \frac{1}{16^e}.$$

L'erreur sur w ne dépassera pas $\frac{1}{32}$.

101. **Erreur commise en employant la formule usuelle.** — Jusqu'à présent, les traités de mécanique ont donné pour formule de l'écoulement de la vapeur, la formule

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{p_0 - p}{\delta_0},$$

où p_0 et p représentent les pressions initiale et finale, et δ le poids spécifique de la vapeur à la pression p_0, poids spécifique qu'on calcule au moyen de celui qui correspond à 100° en admettant l'exactitude de la loi de Mariotte :

$$\delta = 0,622 \frac{p_0}{10,300},$$

ce qui donne pour $\frac{w^2}{2g}$:

$$\frac{w^2}{2g} = 16,600 \left(1 - \frac{p}{p_0}\right).$$

Cette formule donne des résultats très-inexacts lorsque les pressions p_0 et p diffèrent notablement. Supposons, par exemple, la vapeur sèche sortant d'une chaudière à 5 atmosphères et s'écoulant dans l'atmosphère :

$$t_0 = 152^\circ,22, \qquad t = 100^\circ, \qquad a = 273^\circ,$$

On aura

$$r_0 = 499, \qquad x_0 = 1, \qquad \frac{1}{A} = 424.$$

Par suite, la formule (169) donne :

$$\frac{w^2}{2g} = 424 \times 499 \times \frac{50}{425} = 24{,}891,$$

et

$$w = 699 \text{ mètres à la seconde.}$$

En calculant la vitesse par la formule usuelle, on aura

$$\frac{w^2}{2g} = 16{,}600 \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 13{,}280,$$

d'où l'on tire

$$w = 505 \text{ mètres.}$$

Cette vitesse est, comme on le voit, très-inférieure à la réalité.

102. **Table E des vitesses d'écoulement de la vapeur.** — La table E donne les valeurs de la vitesse d'écoulement de la vapeur sèche pour diverses pressions initiales depuis 1 atmosphère jusqu'à 8 atmosphères. Les pressions du milieu inférieur varient de $\frac{1}{10}$ d'atmosphère à 5 atmosphères. Cette table est assez étendue pour donner par interpolation la vitesse d'écoulement de la vapeur sèche dans tous les cas de la pratique qui peuvent se présenter. La formule (169) suppléera, quand cela sera nécessaire, à l'insuffisance de la table. Cette formule peut s'écrire :

$$w = 91{,}2 \sqrt{r_0 x_0 \frac{t_0 - t}{a + t_0}}. \qquad (170)$$

On se souviendra que

r_0 représente la chaleur de vaporisation de la vapeur d'eau, à la température t_0, col. 7 du tableau A ;

t_0 température du réservoir supérieur ;

t température de saturation, correspondant à la pression inférieure ;

x_0 proportion de vapeur sèche contenue dans un kilogramme de vapeur humide du réservoir supérieur.

Le rapprochement des tables D et E, fait voir que, à égalité de pressions initiale et finale, la vitesse d'écoulement de la vapeur est plus considérable que celle de l'air, ce qui s'explique par son moindre poids spécifique.

103. **Des condensations qui s'opèrent dans l'écoulement de la vapeur à travers un orifice.** — L'écoulement de la vapeur à travers un orifice n'étant autre chose qu'une détente rapide, toutes les règles relatives à la détente de la vapeur sans addition ni soustraction de chaleur que nous avons données au chapitre III lui sont applicables. Il y aura condensation pendant l'écoulement ou évaporation, selon les circonstances. Si l'on veut bien se reporter aux courbes de détente (planche I) et aux tables B et C, on trouvera toutes les indications nécessaires sur ce point.

Nous rappellerons que la vapeur qui s'échappe des chaudières ordinaires à haute ou basse pression ne contient jamais une assez grande proportion d'eau à l'origine pour que la détente donne lieu à une évaporation. Lors donc que la vapeur s'échappera d'une chaudière, il y aura toujours une certaine partie de la masse qui sera condensée. Cette condensation sera à peu près proportionnelle à l'abaissement de température; et nous avons dit comment on pouvait en calculer la proportion (page 48).

104. **Calcul du poids de vapeur débité par un orifice.** — L'équation (170)

$$w = 91{,}2\sqrt{r_0 x_0 \frac{t_0 - t}{a + t_0}}$$

nous donne la vitesse d'écoulement de la vapeur à travers un orifice. Pour avoir le débit en poids, et par mètre carré, il suffit de multiplier w par le poids du mètre cube de vapeur.

En négligeant le volume de l'eau entraînée, le volume de 1 kilogramme du mélange ayant pour valeur ux, le poids de 1 mètre cube sera

$$\frac{1}{ux},$$

Les lettres u et x se rapportant à l'état de la vapeur qui tra-

verse le plan de l'orifice, il suffit de multiplier w par $\frac{1}{ux}$ pour avoir le poids P de vapeur débité par mètre carré :

$$P = \frac{91,2}{ux}\sqrt{r_0 x_0 \frac{t_0 - t}{a + t_0}}. \qquad (171)$$

105. **Écoulement de l'eau d'une chaudière par un orifice.** — Lorsqu'on ouvre un orifice très-étroit dans la paroi d'une chaudière au-dessous du niveau d'eau, on aperçoit un jet liquide qui se transforme en vapeur au moment où il entre dans l'atmosphère. La présence de l'eau se manifeste à une certaine distance par une pluie de gouttelettes condensées. Ce phénomène peut s'analyser exactement comme celui de l'écoulement de la vapeur humide. Il n'en est même qu'un cas particulier, celui où l'on suppose la proportion de vapeur sèche nulle à l'origine, c'est-à-dire $x_0 = 0$.

Reprenons l'équation (168), et faisons dans cette équation $x_0 = 0$, il vient :

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{l}{A}\left[(t_0 - t) - (a + t)\log\text{nep}\,\frac{a + t_0}{a + t}\right],$$

ou en développant le logarithme, on écrit :

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{l(t_0 - t)}{A}\left[\frac{1}{2}\,\frac{t_0 - t}{a + t} - \frac{1}{3}\left(\frac{t_0 - t}{a + t}\right)^2 + \ldots\right]. \qquad (172)$$

Dans cette expression de $\frac{w^2}{2g}$ on donnera à l la valeur moyenne $l = 1,0224$ indiquée par Zeuner pour les machines à haute pression et 1,013 pour les machines à basse pression.

L'équation (4) fournira, en général, des résultats suffisamment approchés en s'en tenant aux trois premiers termes de la série; nous aurons donc pour la vitesse d'écoulement de l'eau d'une chaudière :

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{l(t_0 - t)}{A}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{t_0 - t}{a + t}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{t_0 - t}{a + t}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{t_0 - t}{a + t}\right)^3\right]. \qquad (173)$$

EXEMPLE. — *Quelle est la vitesse de l'eau qui sort d'une chaudière à 5 atmosphères environ ou 150° pour se répandre dans l'atmosphère?*

La température de saturation correspondant à 1 atmosphère est 100°. On fera donc :

$$t_0 = 150^\circ, \qquad t = 100^\circ, \qquad l = 1{,}0224,$$
$$\frac{1}{A} = 424.$$

et on trouvera :

$$\frac{w^2}{2g} = 424 \times 3{,}15 = 1335,$$

d'où l'on tire

$$w = 162 \text{ mètres à la seconde.}$$

106. **Erreur que l'on commettrait en employant la formule ordinaire de l'hydraulique.** — Si l'on calculait la vitesse d'écoulement par la formule ordinaire

$$w = \sqrt{2gh},$$

en appelant h la hauteur de la colonne d'eau qui équilibrerait la différence des pressions intérieure et extérieure à la chaudière, on commettrait une erreur énorme. En effet, dans l'exemple qui précède, la différence des pressions est environ 4 atmosphères, par suite

$$h = 4 \times 10^m{,}33 = 41^m{,}32.$$

L'équation précédente fournit la vitesse

$$w = \sqrt{2g \times 41{,}32} = 28^m{,}40.$$

Ainsi, tandis que la formule de l'hydraulique qui suppose la température constante et le fluide incompressible donne $28^m{,}40$ pour la vitesse d'écoulement, cette vitesse est, en réalité, de 162 mètres, c'est-à-dire près de six fois plus forte.

Il est aisé de donner l'explication de cette différence. Quand on suppose le fluide incompressible et la température constante, on suppose par là même que la chaleur interne ne varie pas et que le liquide ne reçoit ni n'émet de chaleur pendant l'écoulement ; en d'autres termes, dans l'équation (163) :

$$\frac{w^2}{2g} = p_0 v_0 - pv + \frac{U_0 - U + Q}{A}.$$

on fait $U_0 = U$, $Q = 0$.

verse le plan de l'orifice, il suffit de multiplie e

le poids P de vapeur débité par mètre carr r

$$P = \frac{91{,}2}{ux}\sqrt{r_0 x_0\, t}$$

105. Écoulement de l'eau d'u ... **nt de l'eau d'une**

Lorsqu'on ouvre un orifice trè ... de
dière au-dessous du niveau d' ... le-
transforme en vapeur au m ... pé-
La présence de l'eau se m ... s ordi-
pluie de gouttelettes co ... s répéter ici ce que
exactement comme cel ... de la vapeur par un ori-
n'en est même qu'un ... audière peut être considérée
portion de vapeur s ... peur dans lequel la proportion de

Reprenons l'é ... courbes de détente (planche I) nous
$x_0 = 0$, il vient ... de l'eau dans ces conditions amène tou-
... une partie de sa masse. On peut voir notam-
... de la courbe

$$x = 0, \qquad t = 150^\circ,$$

ou en dé ... proportion de vapeur contenue dans le mélange, quand il traverse le plan de l'orifice à la pression atmosphérique et que sa température est descendue à 100°, s'élève à 9 pour 100 environ. Le débit en poids par mètre carré de l'orifice et par seconde, sera

$$w\delta,$$

en appelant δ le poids spécifique du mélange. Or, si faible que soit la proportion de vapeur, on peut toujours négliger le volume de l'eau à côté de celui de la vapeur. Soit u le volume spécifique du kilogramme de vapeur à 100°, x la proportion de vapeur sèche, le poids du mètre cube du mélange d'eau et de vapeur sera

$$\frac{1}{ux},$$

et le débit en poids

$$\frac{w}{ux}.$$

173) :

$$\left[\frac{1\ t_0-t}{a+t}-\frac{1}{3}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^2+\frac{1}{4}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^3\right],$$

$$\frac{a+t_0}{a+t}.$$

$$\text{nep}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right)$$

faisant passer tous les termes sauf $\frac{r}{u}$ sous

élevant au carré, il vient pour le poids débité par l'orifice :

$$P=\frac{w}{ux}$$

$$=\frac{r}{u}\sqrt{\frac{g}{Al(a+t)}\frac{\frac{t_0-t}{a+t}\left[\frac{t_0-t}{a+t}-\frac{2}{3}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^2+\frac{2}{4}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^3\right]}{\left[\log\text{nep}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right)\right]^2}}.$$

Développons en série le logarithme népérien :

$$\log\text{nep}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right)=\frac{t_0-t}{a+t}-\frac{1}{2}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^3-\dots$$

Élevons au carré la série :

$$\left[\log\text{nep}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right)\right]^2=\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^2-\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^3+\frac{11}{12}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^4\dots$$

Ce carré sera une série à termes alternativement positifs et négatifs. Portons cette valeur de log² dans l'expression de P et divisons sous le radical haut et bas par $\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^2$, il restera :

$$P=\frac{r}{u}\sqrt{\frac{g}{Al(a+t)}}\sqrt{\frac{1-\frac{2}{3}\frac{t_0-t}{a+t}+\dots}{1-\frac{t_0-t}{a+t}+\dots}}.$$

Or, dans l'écoulement de l'eau d'une chaudière, les choses ne se passent pas ainsi : il y a consommation d'une portion de la chaleur interne du liquide, puisque la température s'abaisse, et cette consommation augmente d'autant la force vive du liquide, et par suite sa vitesse.

Cette conséquence n'est exacte que lorsqu'il y a abaissement de température et, conséquemment, production de vapeur. L'écoulement dans l'atmosphère d'une eau chaude qui serait à une température inférieure à 100° pourrait se calculer par les formules ordinaires de l'hydraulique.

107. **Composition du mélange dans l'écoulement de l'eau d'une chaudière. — Débit en poids.** — Nous pouvons répéter ici ce que nous avons dit à propos de l'écoulement de la vapeur par un orifice. L'eau qui s'échappe d'une chaudière peut être considérée comme un mélange d'eau et de vapeur dans lequel la proportion de vapeur sèche est nulle. Les courbes de détente (planche I) nous indiquent que la détente de l'eau dans ces conditions amène toujours l'évaporation d'une partie de sa masse. On peut voir notamment par le tracé de la courbe

$$x = 0, \qquad t = 150^\circ,$$

que la proportion de vapeur contenue dans le mélange, quand il traverse le plan de l'orifice à la pression atmosphérique et que sa température est descendue à 100°, s'élève à 9 pour 100 environ.

Le débit en poids par mètre carré de l'orifice et par seconde, sera

$$w\delta,$$

en appelant δ le poids spécifique du mélange. Or, si faible que soit la proportion de vapeur, on peut toujours négliger le volume de l'eau à côté de celui de la vapeur. Soit u le volume spécifique du kilogramme de vapeur à 100°, x la proportion de vapeur sèche, le poids du mètre cube du mélange d'eau et de vapeur sera

$$\frac{1}{ux},$$

et le débit en poids

$$\frac{w}{ux}.$$

Or on a (équation 173) :

$$w=\sqrt{\frac{2gl}{A}(t_0-t)\left[\frac{1}{2}\frac{t_0-t}{a+t}-\frac{1}{3}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^2+\frac{1}{4}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^3\right]},$$

et d'après l'équation (45)

$$x=l\frac{a+t}{r}\log\text{nep}\,\frac{a+t_0}{a+t}.$$

d'où l'on tire

$$\frac{1}{ux}=\frac{r}{u}\,\frac{1}{l(a+t)}\,\frac{1}{\log\text{nep}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right)}.$$

Multipliant w par $\frac{1}{ux}$, faisant passer tous les termes sauf $\frac{r}{u}$ sous le radical en les élevant au carré, il vient pour le poids débité par mètre carré d'orifice :

$$P=\frac{w}{ux}$$

$$=\frac{r}{u}\sqrt{\frac{g}{Al(a+t)}\,\frac{\frac{t_0-t}{a+t}\left[\frac{t_0-t}{a+t}-\frac{2}{3}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^2+\frac{2}{4}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^3\right]}{\left[\log\text{nep}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right)\right]^2}}.$$

Développons en série le logarithme népérien :

$$\log\text{nep}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right)=\frac{t_0-t}{a+t}-\frac{1}{2}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^3-\ldots.$$

Élevons au carré la série :

$$\left[\log\text{nep}\left(\frac{a+t_0}{a+t}\right)\right]^2=\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^2-\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^3+\frac{11}{12}\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^4\ldots.$$

Ce carré sera une série à termes alternativement positifs et négatifs. Portons cette valeur de $\log^2$ dans l'expression de P et divisons sous le radical haut et bas par $\left(\frac{t_0-t}{a+t}\right)^2$, il restera :

$$P=\frac{r}{u}\sqrt{\frac{g}{Al(a+t)}}\sqrt{\frac{1-\frac{2}{3}\frac{t_0-t}{a+t}+\ldots.}{1-\frac{t_0-t}{a+t}+\ldots.}}.$$

$\frac{t_0 - t}{a + t}$ étant toujours une assez petite fraction, on reconnaît que le second radical a une valeur à peu près constante et égale à 1. On obtiendra une valeur plus exacte en prenant pour cette valeur :

$$\sqrt{\left(1-\frac{2}{3}\frac{t_0-t}{a+t}\right)\left(1+\frac{t_0-t}{a+t}\right)}=\sqrt{1+\frac{1}{3}\frac{t_0-t}{a+t}}=1+\frac{1}{6}\frac{t_0-t}{a+t}.$$

Nous aurons donc enfin, pour la valeur très-approchée de P :

$$P=\frac{r}{u}\sqrt{\frac{g}{Al(a+t)}}\left(1+\frac{1}{6}\frac{t_0-t}{a+t}\right). \qquad (174)$$

C'est l'expression du débit en poids par seconde et par mètre carré, d'un orifice percé dans la paroi d'une chaudière au-dessous du niveau d'eau.

Si nous avons développé ces calculs malgré leur longueur, c'est que la formule (174) contient un résultat remarquable et jusqu'à présent inexpliqué. La température de la chaudière t^0 n'entre que dans le second terme de la parenthèse, lequel est très-petit et n'a presque aucune influence. Par conséquent, le poids de liquide mélangé de vapeur, débité par mètre carré d'un orifice percé dans une chaudière au-dessous du niveau d'eau est à peu près constant et indépendant de la pression initiale. Ce débit oscille autour de 1,100 kilogrammes, soit $0^k,11$ par seconde et par centimètre carré. Il serait fort intéressant de vérifier ce résultat par l'expérience. Ce serait une confirmation importante des données de la théorie mécanique de la chaleur.

CHAPITRE XI

LES INJECTEURS A VAPEUR

108. **Théorie générale des injecteurs à vapeur.** — Il y a quelques années, lorsque M. Giffard produisit l'appareil injecteur qui porte son nom, il y eut dans le monde savant un étonnement profond. Cet ingénieux appareil dans lequel un jet de vapeur sortant d'ue chanudière rentre dans la même chaudière en entraînant avec lui une quantité d'eau supplémentaire, semblait procéder d'une loi physique entièrement en contradiction avec les lois ordinaires de la physique. C'était, en apparence, une sorte de mouvement perpétuel. Si les propriétés mécaniques de la chaleur eussent été mieux connues, rien n'eût paru plus simple. M. Reech, directeur de l'École d'application du génie maritime, publia en 1858, dans le *Mémorial du génie maritime*, une théorie fondée sur les lois de l'ancienne physique et qui rendait bien compte du fonctionnement de l'injecteur Giffard.

La théorie nouvelle que nous allons donner de l'injecteur Giffard en particulier, et des injecteurs à vapeur en général, s'appuie sur la théorie mécanique de la chaleur. Elle nous paraît d'autant plus importante que les appareils injecteurs semblent appelés à des applications extrêmement variées.

Décrivons d'abord le fonctionnement d'un injecteur.

Un tube terminé par une buse conique A (fig. 50) lance un jet de vapeur qui vient de la chaudière. Ce tube débouche dans une capacité B B qui communique avec un réservoir d'eau froide R R

par un tuyau vertical CC. C'est cette eau qu'il s'agit d'introduire dans la chaudière pour l'alimenter.

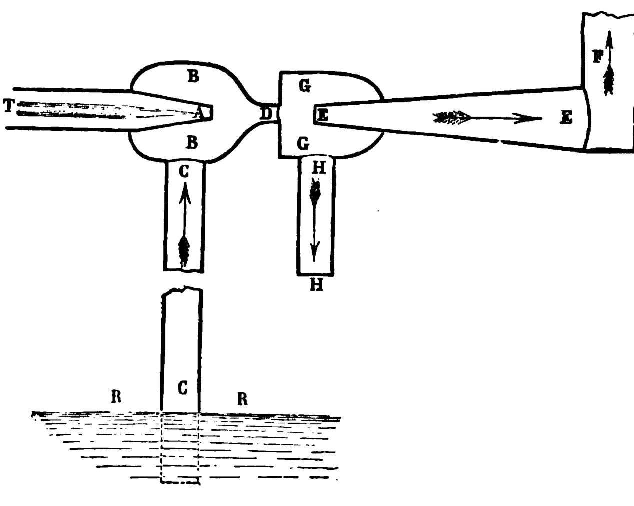


Fig. 50.

Sous l'action aspirante du jet de vapeur, l'air se raréfie dans la capacité B, et la raréfaction finit par être telle que la pression atmosphérique soulève l'eau du réservoir, dans le tuyau C. A partir du moment où l'eau froide entre en contact avec la vapeur dans la capacité B, une portion de la vapeur du jet se condense, et l'appareil est réglé de telle manière que cette condensation soit complète. Alors on n'a plus qu'un jet liquide qui traverse la section étranglée D et qui s'introduit dans le tube conique divergent E E communiquant avec la chaudière.

Le tube conique E E n'est autre chose qu'un tube de Venturi. Dans un pareil tube, l'eau introduite avec une certaine vitesse V peut surmonter la pression due à la hauteur $\frac{V^2}{2g}$, pourvu que la colonne liquide reste ininterrompue et que l'évasement soit progressif.

Plus exactement, si l'on appelle ω la section du tube à l'origine, ω' la section du même tube à son débouché dans la chaudière, H la hauteur d'eau correspondante à la pression effective de la chau-

dière, c'est-à-dire à sa pression absolue diminuée d'une atmosphère, on aura

$$\frac{V^2}{2g}\left(1-\frac{\omega^2}{\omega'^2}\right)=H.$$

Dans les injecteurs Giffard, on fait

$$\frac{\omega}{\omega'}=0,16,$$

d'où

$$\frac{\omega^2}{\omega'^2}=0,0256,$$

par suite

$$\frac{V^2}{2g}\times 0,9744=H.$$

Mais on pourrait donner au rapport $\frac{\omega}{\omega'}$ une valeur plus grande, et on peut toujours poser très-approximativement :

$$\frac{V^2}{2g}=H.$$

La condition que le jet liquide qui s'engage dans le tube E E soit ininterrompu suppose que ce jet est à une température assez basse pour ne pas se transformer en vapeur à la pression atmosphérique dans son passage à travers la capacité GG. Par conséquent, *sa température sera inférieure à* 100°.

Dans le cas où cette température dépasserait 100°, l'appareil fonctionnerait mal. On en serait averti par une production de vapeur qui remplirait la capacité G G, et qui s'échapperait par le tube de vidange HH. Alors on éloignerait la buse A de l'orifice étranglé D ce qui aurait pour effet d'augmenter la section utile de cet orifice, ou bien on diminuerait la quantité de vapeur du jet en obturant l'orifice A par la tige conique T.

Ainsi les conditions de bon fonctionnement de l'appareil sont : 1° que tout le jet de vapeur A soit condensé par l'eau affluente ; 2° que la température du mélange soit inférieure à la température de saturation correspondant à la pression du milieu G.

Dans le cas où la capacité G communique avec l'atmosphère, la température de saturation correspondante est de 100°, mais il pourrait se faire que la pression dans la capacité G fût quelconque,

par exemple, qu'elle fût plus basse que la pression atmosphérique. Nous ne ferons donc aucune hypothèse spéciale sur sa valeur.

Soit t_0 la température de la chaudière ;

t, la température du jet de vapeur au moment où il débouche dans la capacité BB. Cette température sera la température de saturation correspondant à la pression de ce milieu. Or il est aisé de voir que cette pression est égale à la pression atmospherique diminuée de la hauteur de la colonne d'eau CC, si le réservoir d'alimentation RR est inférieur, et augmentée de cette hauteur si le réservoir RR est supérieur ;

τ, la température du jet liquide au moment où il entre dans le tube divergent EE. Cette température sera inférieure à 100° dans le cas où la capacité GG communiquera avec l'atmosphère, ce qui est le cas des injecteurs Giffard ;

θ, la température de l'eau du réservoir RR.

Considérons 1 kilogramme de vapeur humide sortant de la buse A et contenant une proportion x de vapeur.

Soit y le poids d'eau du réservoir RR que ce kilogramme de vapeur entraînera.

Soit w la vitesse du jet de vapeur en A ;

V la vitesse du mélange à l'entrée du tube E.

Pour résoudre le problème nous écrirons deux équations :

1° Nous exprimerons que puisqu'il n'y a pas de chaleur perdue ou gagnée par les parois de l'appareil, la somme de la chaleur interne augmentée de l'équivalent calorifique de la force vive n'a pas changé pendant le phénomène, car cette chaleur doit toujours se retrouver soit sous forme de chaleur, soit sous forme de force vive. C'est ce qu'on peut appeler le théorème des forces vives développé par la théorie de la chaleur ;

2° Le *théorème* de mécanique rationnelle dite des *quantités de mouvement* est ici applicable comme il l'est toujours quels que soient les échanges de chaleur, car dans l'équation de ce théorème les forces intérieures disparaissent.

La chaleur interne au-dessus de 0° d'un kilogramme de vapeur du jet A est :

$$\int_0^t l\,dt + (r - Apu)x. \qquad \text{(voir éq. 41)}$$

L'équivalent calorifique de sa force vive a pour valeur :

$$\frac{Aw^2}{2g}.$$

Le total de ces quantités de chaleur est

$$\frac{Aw^2}{2g} + \int_0^t ldt + (r - Apu).x.$$

La chaleur interne de l'eau affluente est

$$y \int_0^\theta ldt.$$

Sa force vive est à peu près nulle et peut être négligée, la chaleur interne augmentée de l'équivalent calorifique des forces vives sera donc, avant le mélange,

$$\frac{Aw^2}{2g} + \int_0^t ldt + (r - Apu)x + y \int_0^\theta ldt.$$

Le mélange s'opère, la vapeur se condense complétement, il y a diminution de volume et production d'un travail mécanique négatif. La chaleur interne totale s'augmente de l'équivalent calorifique du travail correspondant à la condensation et qui est

$$Apux.$$

Lorsque le mélange traverse la section étranglée D, la somme de sa force vive et de sa chaleur interne est

$$\frac{Aw^2}{2g} + \int_0^t ldt + rx + y \int_0^\theta ldt. \qquad (175)$$

L'introduction commence dans le tube EE, le poids total du mélange est $(1 + y)$, sa chaleur interne puisqu'il est *entièrement à l'état liquide*, aura pour expression

$$(1 + y) \int_0^\tau ldt,$$

et sa force vive sera :

$$(1 + y) \frac{AV^2}{2g},$$

puisque V est la vitesse commune. La somme de la chaleur interne

au-dessus de 0 et de l'équivalent calorifique de la force vive à l'entrée du tube EE, sera donc

$$(1+y)\left(\int_0^\tau l dt + \frac{AV^2}{2g}\right).$$

Cette nouvelle expression de la chaleur totale doit être égale à l'expression (175). On a donc l'équation :

$$\frac{Aw^2}{2g} + \int_0^t l dt + rx + y\int_0^\theta l dt = (1+y)\left(\int_0^\tau l dt + \frac{AV^2}{2g}\right). \quad (176)$$

Maintenant, on remarquera qu'en vertu de la formule fondamentale de l'écoulement des vapeurs (équation 167), on a

$$\frac{Aw^2}{2g} = \int_t^{t_0} l dt + r_0 x_0 - rx,$$

Substituant cette valeur dans l'équation précédente, elle donne après quelques transformations :

$$\int_\theta^{t_0} l dt + r_0 x_0 = (1+y)\left(\int_\theta^\tau l dt + \frac{AV^2}{2g}\right). \quad (177)$$

C'est l'équation des forces vives (*). C'est aussi l'application de l'équation fondamentale 3 donnée par le premier principe de la mécanique et la chaleur.

(*) Dans sa *Théorie de l'injecteur automoteur* (1860), M. Reech a donné une formule différente qui, en employant nos notations, revient à la suivante :

$$(1+y)\tau = \int_0^{t_0} l dt + r_0 + y\theta - \frac{(1+y)AV^2}{2g} + A\frac{(p_0-\pi)}{1000},$$

p_0 et π étant les pressions dans la chaudière et dans l'atmosphère. M. Reech ne donne pas la démonstration de cette formule.

On en tire :

$$y = \frac{\int_0^{t_0} l dt + r_0 - \tau - \frac{AV^2}{2g} + A\frac{p_0-\pi}{1000}}{\tau - \theta + \frac{AV^2}{2g}}.$$

Cette formule revient à peu près à la nôtre, sauf l'addition au numérateur du terme $\frac{A(p_0-\pi)}{1000}$ dont nous ne nous expliquons pas la présence.

En négligeant le terme $\frac{AV^2}{2g}$ et le terme $A\frac{p_0-\pi}{1000}$ qui tous deux sont très-petits puisque $A = \frac{1}{424}$, la formule peut s'écrire

$$y = \frac{\lambda - \tau}{\tau - \theta};$$

λ étant *la chaleur totale* $(606.5 + 0,305 t_0)$ donnée par les tables de M. Regnault. C'est la formule qu'emploie M. Reech.

M. Reech a calculé la vitesse de la vapeur par la formule $\frac{w^2}{2g} = \frac{p_0 - p}{\delta}$ qui donne, comme nous le savons, des résultats trop faibles.

La formule en y ne contient pas de terme représentant la proportion x_0 de vapeur sèche de la chaudière. Elle suppose la vapeur entièrement sèche.

Établissons maintenant l'équation des quantités de mouvement.

On a pour le débit de la section étranglée D,

$$\omega V,$$

car sa section est nécessairement égale à celle de l'entrée du tube EE, et le poids d'eau débité a pour valeur :

$$1000 \omega V.$$

Sa masse est

$$\frac{1000 \omega V}{g}.$$

Enfin sa quantité de mouvement a pour expression :

$$\frac{1000 \omega V}{g} V = \frac{1000 \omega V^2}{g}.$$

La quantité de mouvement de l'eau affluent du réservoir RR peut être négligée. Quant au jet de vapeur A, la masse débitée par seconde est évidemment égale à celle du mélange final divisée par $1 + y$, et sa vitesse est w, sa quantité de mouvement sera donc avant son passage dans la section D,

$$\frac{1000 \omega V}{g} \frac{w}{1 + y},$$

et on trouve ainsi pour l'accroissement de la quantité de mouvement pendant une seconde de l'un à l'autre côté de la section étranglée D,

$$\frac{1000 \omega}{g} V \left(V - \frac{w}{1 + y}\right).$$

Appelons π la pression par mètre carré dans la capacité GG, laquelle est égale à la pression atmosphérique dans les injecteurs Giffard, et P la pression dans la capacité BB, laquelle est égale à la pression atmosphérique diminuée ou augmentée de la colonne d'eau CC, selon que le réservoir d'alimentation R R est inférieur ou supérieur à l'appareil.

La section étranglée D sépare le jet en deux parties qui sont soumises, celle d'amont à la pression P, celle d'aval à la pression π.

L'impulsion des forces extérieures pendant l'échange des vitesses sera donc, pendant une seconde,

$$(P-\pi)\omega,$$

et on a d'après le théorème des quantités de mouvement (Delaunay *Mécanique rationnelle*),

$$\frac{1000\omega}{g}V\left(V-\frac{w}{1+y}\right)=(P-\pi)\omega,$$

d'où l'on tire

$$V\left(V-\frac{w}{(1+y)}\right)=\frac{(P-\pi)g}{1000}. \qquad (178)$$

Les deux équations (177), (178) renferment la théorie des injecteurs à vapeur.

Je les transcris ici :

$$\int_\theta^{t_0} ldt+r_0x_0=(1+y)\left(\int_\theta^{\tau} ldt+\frac{AV^2}{2g}\right), \qquad (177)$$

$$V\left(V-\frac{w}{1+y}\right)=\frac{(P-\pi)g}{1000}. \qquad (178)$$

109. **Injecteurs Giffard pour l'alimentation des chaudières.** — Dans l'injecteur Giffard (fig. 50 *bis*), le réservoir RR est ordinairement à une petite distance de la capacité BB, la pression P est à peu près égale à la pression atmosphérique. D'ailleurs la capacité G G est elle-même en communication avec l'atmosphère, on peut prendre

$$P=\pi,$$

et on doit avoir

$$\tau<100^\circ.$$

L'équation (178) des quantités de mouvement se réduit à

$$V-\frac{w}{1+y}=0,$$

d'où

$$V=\frac{w}{1+y}.$$

Reprenons l'équation (177). Dans le second membre de cette équation nous pouvons négliger le terme $\frac{AV^2}{2g}$ à côté du terme

$$\int_\theta^\tau l dt.$$

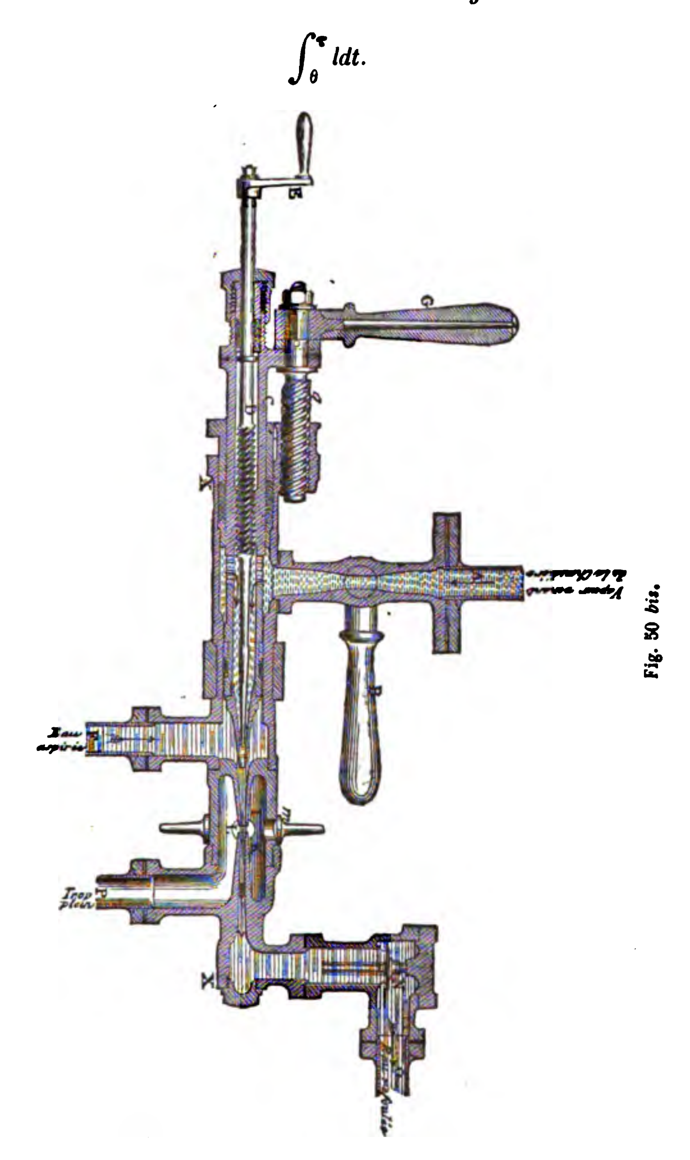


Fig. 50 bis.

En effet, l'écart des températures τ et θ est toujours assez grand, et le tableau de la page 295 démontre que V devient très-petit précisément en même temps que la différence $(\tau - \theta)$.

L'équation (177) nous donne alors approximativement :

$$1+y=\frac{\int_{\theta}^{t_0} l dt + r_0 x_0 - \theta}{\tau - \theta}. \qquad (179)$$

Sous cette forme, on remarque que y diminue quand τ augmente. Le minimum de y correspond donc au maximum de τ, c'est-à-dire à 100°.

On voit aussi que y augmente quand θ augmente, c'est-à-dire à mesure que l'eau d'alimentation est plus chaude.

y devient de plus en plus grand, à mesure que les températures τ et θ se rapprochent l'une de l'autre. Par conséquent lorsque $\theta = 100°$, y est infini.

L'expérience démontre que le fonctionnement de l'injecteur cesse bien avant cette limite, à environ 70°.

On peut donc énoncer les propositions suivantes :

1° La proportion d'eau entraînée augmente, et par suite la vitesse du mélange diminue quand la température de l'eau du réservoir d'alimentation s'élève.

2° La proportion d'eau entraînée augmente également lorsque la température du mélange diminue. Elle est minimum lorsque la température du mélange est de 100°. La vitesse atteint alors son maximum.

3° Elle diminue, au contraire, quand la vapeur n'est pas sèche et que la proportion d'eau qu'elle contient augmente.

Voici un tableau des valeurs de y et de V pour les pressions de 5 et 3 atmosphères à la chaudière, et des températures de 13°, et 50° de l'eau d'alimentation, la vapeur étant sèche.

POIDS D'EAU ENTRAINÉE ET VITESSES DU MÉLANGE DANS L'INJECTEUR GIFFARD POUR L'ALIMENTATION DES CHAUDIÈRES.

VALEUR de θ	TEMPÉRATURE du MÉLANGE. τ	PRESSION A LA CHAUDIÈRE. 5 ATMOSPHÈRES (152°,22), $w=714^m$ Poids d'eau entraînée par kilogramme de vapeur supposée sèche. y	Vitesse du mélange à la seconde. V	Hauteur à laquelle peut s'élever le jet. $\frac{V^2}{2g}$	Travail mécanique produit. $y\frac{V^2}{2g}$	3 ATMOSPHÈRES (133°,91), $w=596^m$ Poids d'eau entraînée par kilogramme de vapeur supposée sèche. y	Vitesse du mélange à la seconde. V	Hauteur à laquelle peut s'élever le jet. $\frac{V^2}{2g}$	Travail mécanique produit. $y\frac{V^2}{2g}$
		k.	m.	m.	km.	k.	m.	m.	km.
$\theta=13°$	100°	6,35	97,29	482,3	3063	6,29	81,73	340,5	2141
	80	8,55	74,87	285,7	2143	8,47	62,94	201,9	1710
	60	12,61	52,54	140,7	1774	12,50	44,15	99,4	1242
	40	22,70	30,17	46,4	1053	22,50	25,36	32,8	737
	20	90,42	7,82	3,12	282	89,63	6,57	2,21	197
	13	∞	0	0	0	∞	0	0	0
$\theta=50°$	100°	11,06	59,29	179,2	1981	10,95	49,88	126,8	1389
	80	19,10	35,57	64,5	1232	18,92	29,93	45,6	864
	60	59,30	11,85	7,17	425	58,74	9,97	5,07	298
	50	∞	0	0	0	∞	0	0	0

Les proportions d'eau entraînée augmentent très-rapidement, à mesure que la température τ du mélange diminue, les vitesses diminuent à peu près dans le même rapport.

Les quantités d'eau entraînées aux deux pressions 5 et 3 atmosphères de la chaudière sont à peu près les mêmes, mais les vitesses diminuent beaucoup de l'une à l'autre.

Si l'on veut avoir la vitesse et, par conséquent, la composition du mélange correspondant à la pression de la chaudière, on devra faire

$$\frac{V^2}{2g} = \begin{matrix} 41{,}32 \text{ pour 5 atmosphères,} \\ 20{,}66 \text{ pour 3 atmosphères,} \end{matrix}$$

d'où l'on tire

$$V = \begin{matrix} 28^m{,}50 \text{ pour 5 atmosphères,} \\ 20^m{,}15 \text{ pour 3 atmosphères.} \end{matrix}$$

Ces chiffres correspondent à

$$y = \begin{matrix} 24{,}06 \text{ pour 5 atmosphères,} \\ 31{,}02 \text{ pour 3 atmosphères.} \end{matrix}$$

La température du mélange approchera de 40° si la température de l'eau d'alimentation est elle-même de 13°.

110. **Rendement de l'injecteur Giffard.** — Il y a deux manières de considérer le rendement de l'injecteur Giffard. Ou bien on mesure le travail mécanique accompli sans tenir compte de la chaleur emportée par le mélange, ou bien on fait entrer cette chaleur en ligne de compte.

Suivant cette dernière manière d'opérer qui est du reste la seule rationnelle alors qu'il s'agit de l'alimentation d'une chaudière, l'injecteur est un appareil d'un bon rendement. Il est clair que puisqu'il n'y a pas de pertes à l'extérieur et que la force vive finale est nulle, toute la chaleur emportée par le jet de vapeur est restituée par le mélange sauf la chaleur correspondante au travail mécanique accompli $\frac{AV^2}{2g}y$. C'est même la traduction mathématique de cette propriété qui nous a permis d'écrire l'équation (177).

Il n'y aurait pas à tenir compte des frottements dans les tuyaux si l'on considérait ces derniers comme imperméables à la chaleur, car les frottements donnent lieu à une production de chaleur qui

n'étant pas dispersée au dehors doit se retrouver dans la chaleur interne du mélange.

La quantité de chaleur augmentée de la force vive contenue dans le mélange au moment où il entre dans le tube convergent évaluée au-dessus de la température θ (qui est la température extérieure et qui sert de point de départ aux températures dans l'équation (177) a pour expression :

$$(1+y)\left(\int_{\theta}^{\tau} l dt + \frac{AV^2}{2g}\right).$$

La partie $(1+y)\ \frac{AV^2}{2g}$ représente la chaleur équivalente à la force vive du mélange. Cette force vive disparaîtra en partie dans le travail de l'introduction dans la chaudière. Si les choses sont réglées de telle manière que la hauteur $\frac{V^2}{2g}$ soit précisément celle qui correspond à la pression relative de la chaudière, la force vive $(1+y)\ \frac{V^2}{2g}$ sera effectivement détruite par la contre-pression de la chaudière, l'introduction dans la chaudière se fera avec une vitesse nulle, et la quantité de chaleur introduite sera définitivement

$$(1+y)\int_{\theta}^{\tau} l dt,$$

ou à peu près

$$(1+y)(\tau-\theta).$$

Si la vitesse V du mélange est plus grande que celle qui correspond à la pression relative H de la chaudière, mesurée en colonne d'eau le mélange possédera encore une certaine force vive

$$\frac{V^2}{2g}-H,$$

à son entrée dans la chaudière, mais cette force vive se transformera en chaleur dans les tourbillonnements qu'elle occasionnera, de sorte qu'il n'aura toujours disparu que la quantité de chaleur

$$AH(1+y).$$

Ainsi nous savons que quelle que soit la vitesse V du mélange,

il ne disparaîtra que la quantité de chaleur correspondant au travail

$$(1+y)\mathrm{H},$$

de l'introduction dans la chaudière. Ce travail comprend deux termes

$$y\mathrm{H}, \quad \text{et} \quad 1\times\mathrm{H},$$

Le premier représente le travail utile de l'alimentation, le second correspond en réalité à une quantité de chaleur qui doit se retrouver dans la chaleur du mélange, c'est une perte qui compense un gain antérieur fait par la vapeur au moment où elle sortait de la chaudière.

Supposons donc que la vitesse V du mélange soit précisément celle qui donne

$$\frac{\mathrm{V}^2}{2g}=\mathrm{H},$$

de manière que l'introduction du mélange dans la chaudière se fasse sans vitesse, et déterminons par expérience la quantité d'eau entraînée y, sa température τ', et calculons cette même température τ par la formule (179). La chaleur qui aurait dû être rapportée à la chaudière théoriquement est

$$(1+y)(\tau-\theta).$$

La chaleur rapportée en réalité est

$$(1+y)(\tau'-\theta).$$

Il y a donc en pratique une perte de chaleur

$$(1+y)(\tau-\tau').$$

Cette perte s'ajoute à la disparition de chaleur qui résulte du travail accompli

$$\frac{\mathrm{AV}^2}{2g}y,$$

de sorte qu'on a pour la perte totale

$$(1+y)(\tau-\tau')+\frac{\mathrm{AV}^2}{2g}y.$$

Cette consommation de chaleur s'applique à l'introduction de

y kilogrammes d'eau dans la chaudière, ce qui donne pour la consommation de chaleur par kilogramme :

$$i = \frac{1+y}{y}(\tau - \tau') + \frac{AV^2}{2g}, \tag{180}$$

Voici une expérience donnée par M. Reech. M. Giffard est parvenu à alimenter une chaudière à 5 atmosphères, en entraînant un poids d'eau égal à 15 fois celui de la vapeur. La température du mélange était de 48°, l'eau affluente étant à 13°. On a donc dans cette expérience :

$$\theta = 13^\circ,$$
$$y = 15.$$

La formule (179) donne

$$\tau = 53^\circ,01.$$

Or, l'expérience a indiqué

$$\tau' = 48^\circ.$$

Par conséquent,

$$\tau - \tau' = 5^\circ,01.$$

D'après ces données, la consommation de chaleur par kilogramme d'eau d'alimentation, est (équation 180) :

$$i = \frac{16}{15} \times 5,01 + \frac{41,32}{424}$$
$$= 5,34 + 0,097 = 5^{cal},44.$$

Ce chiffre représente 15,5 pour 100 de la différence de température $(\tau - \theta)$.

Cette quantité de chaleur a réellement disparu et ne se retrouve nulle part. Toutes les autres quantités de chaleur emportées hors de la chaudière par le jet de vapeur y ont été ramenées par le mélange.

Maintenant considérons une pompe d'alimentation ordinaire qui introduit l'eau à la température de 13° dans la chaudière. Cette pompe est actionnée par la machine, elle produit un travail utile

AH,

(H hauteur d'eau correspondant à l'excès de la pression de la chaudière sur celle du condenseur),

par kilogramme d'eau d'alimentation, mais elle n'utilise qu'une fraction k de la force qui lui est transmise à cause des frottements et résistances de toute nature. Or cette force elle-même n'est autre chose que celle de la vapeur et nous savons que les machines ordinaires à vapeur sans condensation n'utilisent guère que 3 pour 100 de la chaleur transmise à la chaudière, on peut donc dire que l'introduction d'un kilogramme d'eau dans la chaudière au moyen d'une pompe d'alimentation coûte une dépense de chaleur de

$$\frac{1}{0,03}\frac{AH}{k}.$$

Le coefficient k pour les pompes ordinaires est de 0,50. Par suite cette quantité de chaleur a pour valeur

$$66,6\,AH.$$

Remarquons que l'eau introduite n'est qu'à la température θ du réservoir d'alimentation. Il faudra pour élever la température de cette eau de θ à τ dépenser une quantité de chaleur $(\tau - \theta)$, mais comme l'appareil de chauffe n'utilise jamais que les $\frac{2}{3}$ de la chaleur développée par le combustible, il y aura $\frac{1}{3}$ de la chaleur perdue ; la consommation totale de chaleur aura donc été

$$j = 66,6\,AH + \frac{1}{3}(\tau - \theta).$$

Nous avions trouvé pour la perte de chaleur dans le cas de l'alimentation au moyen d'un injecteur

$$i = 0,155\,(\tau - \theta).$$

Il est aisé de voir que la première est plus importante. Supposons, par exemple, la pression de 5 atmosphères, on aura :

$$H = 41,32,$$
$$\tau = 48^{\circ},$$
$$\theta = 13^{\circ},$$
$$j = 18^{cal},20, \qquad i = 5^{cal},44.$$

L'alimentation par l'injecteur est ici trois fois moins coûteuse que l'alimentation au moyen d'une pompe.

Ces résultats seraient un peu modifiés si nous avions affaire à une bonne machine à condensation. Ici le rendement de la machine pourrait s'élever à 10 pour 100, celui de la pompe supposée bien établie serait de 60 pour 100, on introduirait de l'eau prise au condenseur à une température de 50°. L'injecteur fonctionnerait également avec l'eau du condenseur. On aurait toujours $y = 15$.

La valeur de τ résultant de l'équation (179) serait

$$\tau = 87°,70,$$

Si l'on admet que la perte de chaleur de l'injecteur sera encore de 15,5 pour 100 de la différence $\tau - \theta$; on aura pour cette perte

$$i = 0{,}155 \times 37{,}7 = 5^{\text{cal}},84.$$

La perte de chaleur résultant de l'alimentation au moyen d'une pompe et du chauffage de l'eau de 50° à 87°,70, aura pour valeur

$$j = \frac{1}{0{,}10}\,\frac{\text{AH}}{0{,}60} + \frac{1}{3}(87{,}70 - 50) = 14^{\text{cal}},12.$$

C'est plus du double du chiffre 5 cal. 84. L'avantage économique reste toujours à l'injecteur Giffard, et cet appareil joint ainsi à une grande simplicité d'installation et de manœuvre, l'avantage d'une économie importante de chaleur. L'injecteur fait gagner *de 9 à 13 calories* par kilogramme d'eau introduit dans la chaudière.

111. **De l'injecteur Giffard employé comme pompe.** — L'injecteur Giffard est, en définitive, une pompe aspirante et foulante, mais son rendement mécanique est assez faible parce que la plus grande partie de la chaleur est employée à élever la température de l'eau. L'expression du rendement mécanique par kilogramme de vapeur dépensé est

$$y\frac{V^2}{2g},$$

et son équivalent calorifique

$$y\frac{AV^2}{2g}.$$

Nous avons inséré dans le tableau de la page 295. les valeurs du produit $\frac{yV^2}{2g}$ pour les différents cas. On reconnaît à l'inspection

du tableau, que la vitesse du mélange varie de 0 à 97m,29, qu'elle correspond à des hauteurs d'eau de 0 à 482 mètres. Par conséquent, au moyen de l'injecteur on pourrait introduire de l'eau dans un réservoir à

$$\frac{482}{10,33} = 46 \text{ atmosphères environ.}$$

Le travail mécanique $y\frac{V^2}{2g}$ augmente avec la vitesse. A la température 100° du mélange, il est de 3,063 kilogrammètres par kilogramme de vapeur dépensée. Si l'on compare ce chiffre à ceux de la table C, n° 6, on reconnaît qu'il n'est que le huitième du travail théorique de la vapeur dans une machine sans condensation. Ce travail mécanique serait seulement le tiers de celui que rendrait une pompe placée dans les mêmes conditions pour la hauteur élévatoire.

Si l'on prend les chiffres correspondant à la température de 40° du mélange, température pour laquelle $y = 22,70$, $V = 30,17$. Le travail mécanique produit n'est plus que de 1,053 kilogrammètres.

Il est réduit au tiers de ce qu'il était pour $\tau = 100°$.

Étudions d'une manière générale la question de l'injecteur Giffard considéré comme pompe d'épuisement. Le problème doit être ainsi posé :

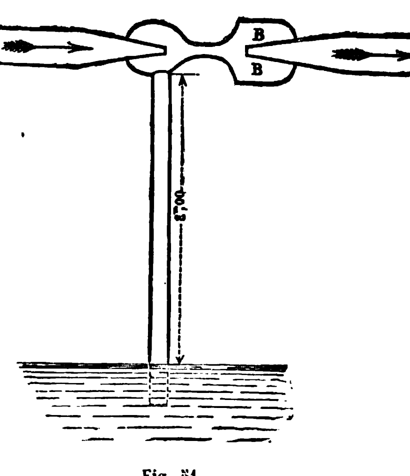


Fig. 51.

Étant donnée la hauteur à laquelle il faut élever l'eau, quel sera le rendement mécanique de l'injecteur ?

D'abord il est clair qu'on a tout intérêt à placer l'appareil à la plus grande hauteur possible au-dessus du réservoir à épuiser. En agissant ainsi, on diminue la pression dans la capacité BB (fig. 51), par suite, on abaisse la température t du jet de vapeur, laquelle n'est autre chose que la température de saturation correspondant à la pression dans le réservoir B B. L'as-

piration de l'eau dans la capacité BB se fera comme l'aspiration dans une pompe aspirante. On pourra donc la pousser jusqu'aux limites pratiques ordinaires, c'est-à-dire à 8 mètres. Dans ces conditions, la *chute de chaleur* de la vapeur depuis la chaudière jusqu'à la buse de l'injecteur sera la plus grande possible. Nous aurons le maximum de rendement mécanique, et l'on peut dire qu'il y aura entre l'injecteur fonctionnant ainsi et l'injecteur d'alimentation ordinaire où la vapeur sort à peu près à 100°, la même différence qu'entre une machine à vapeur à condensation et une machine à vapeur sans condensation.

La hauteur d'aspiration étant de 8 mètres, la pression dans la chambre BB sera de

$$10,33 - 8^{m} = 2,33 \text{ d'eau,}$$

ou

$$176^{mm} \text{ de mercure.}$$

La température de saturation correspondante est d'environ 63°.

Reportons-nous aux équations (178), (179), nous aurons pour déterminer le minimum de la vitesse du mélange l'équation

$$\frac{V^2}{2g} = h.$$

L'équation (178) nous donnera :

$$V\left(V - \frac{w}{(1+y)}\right) = -8g,$$

de ces deux équations, on déduit :

$$1 + y = \frac{Vw}{V^2 + 8g} = \frac{\sqrt{h}\frac{w}{\sqrt{2g}}}{h+4}. \qquad (181)$$

Le poids d'eau élevé sera d'autant plus grand que w sera lui-même plus grand. Or les températures initiale et finale de la vapeur pendant son écoulement étant déterminées, w ne dépend que du degré d'humidité de la vapeur. La quantité d'eau élevée sera d'autant plus grande que la vapeur sera plus *sèche*. Le travail mécanique produit par l'appareil sera

$$\mathfrak{T} = y(h+8). \qquad (182)$$

Voici un tableau des quantités d'eau élevées par un injecteur-pompe placé à 8 mètres au-dessus du réservoir à épuiser, et alimenté par de la vapeur sèche à 5 atmosphères.

HAUTEUR totale D'ÉLÉVATION. $h+8$	INJECTION DE VAPEUR SÈCHE A 152°,82. Vitesse d'écoulement : $w=930^m$.		
	Poids d'eau élevé par kilogramme de vapeur dépensé. y	Travail mécanique obtenu. $\mathfrak{E}$	Température de l'eau élevée. τ
		km	
1+8=9	41,0	369	»
10+8=18	46,37	835	»
50+8=58	26,47	1535	»
100+8=108	19,18	2071	»
200+8=208	13,51	2810	»
500+8=508	8,30	4216	»
800+8=808	6,39	5163	100°

Ce tableau fait voir que le rendement mécanique de l'injecteur-pompe augmente beaucoup avec les grandes hauteurs, tout en restant sensiblement inférieur au rendement des pompes ordinaires à vapeur.

C'est donc surtout pour les grandes hauteurs d'élévation que l'injecteur pourrait donner des résultats satisfaisants. Il serait peu économique de l'employer pour un service courant, mais il serait utile pour épuiser dans les mines des voies d'eau exceptionnelles, auxquelles les pompes ordinaires ne suffiraient pas. La simplicité extrême de ces sortes d'appareils les fera souvent préférer à d'autres appareils d'épuisement d'un rendement plus parfait.

Nous devons faire remarquer combien il est important de placer l'injecteur à une hauteur de 8 mètres au-dessus du réservoir à épuiser. Tandis que dans le tableau de la page 295, nous avons trouvé un rendement de 3,063 kilogrammètres pour une hauteur élévatoire de $482^m,3$, l'injecteur étant au niveau du réservoir, le tableau ci-dessus nous a donné un rendement de 4,216 kilogrammètres pour une hauteur à peu près égale à la précédente, c'est-à-dire pour 508 mètres.

112. **Épuisement par l'injecteur à de petites profondeurs.** — Les injecteurs à vapeur sont employés à bord des navires pour épuiser les voies d'eau de la cale. Dans ces circonstances, la hauteur totale de l'ascension varie de 5 à 10 mètres et chaque kilogramme de vapeur dépensée fournit environ

900 kilogrammètres.

Or, dans les machines marines, 1 kilogramme de vapeur produit environ 17,000 kilogrammètres, d'après M. Fréminville (*Traité des machines à vapeur marines*). Une pompe de cale ne rend guère que le quart de ce travail, d'après cela, 1 kilogramme de vapeur produirait à la pompe de cale un travail utile de

4250 kilogrammètres.

Comparons le chiffre de 900 kilogrammètres à ce dernier et nous trouverons comme rapport du rendement de l'injecteur à vapeur à celui de la pompe,

$$\frac{900}{4250}=0,211.$$

D'après M. Fréminville, ce rendement en pratique s'abaisserait à 0,16.

113. **Moyen d'augmenter le rendement de l'injecteur-pompe. — Les injecteurs à eau.** — Considérons deux réservoirs d'eau R et R′ (fig. 52) placés à des hauteurs respectives H et *h* au-dessus d'un réservoir S, qu'il s'agit d'épuiser en élevant les eaux qui en proviennent dans le réservoir R′. Plaçons au-dessous du réservoir R un tuyau vertical C terminé par une buse A engagée dans un entonnoir B monté sur un second tuyau vertical D aboutissant au réservoir R′. Si l'on ouvre le robinet du tuyau C, l'eau s'écoulera par

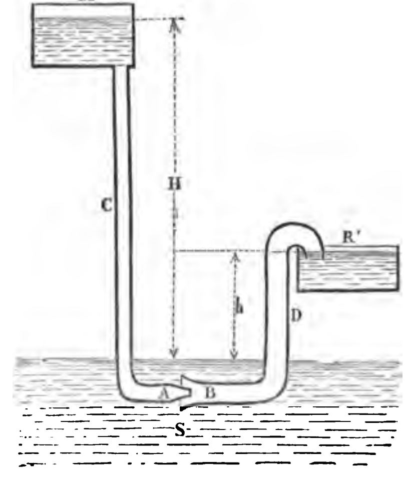


Fig. 52.

la buse A avec une grande vitesse, entraînera une partie du liquide ambiant, et si les choses sont bien disposées, il pourra arriver que l'eau s'élève jusqu'au haut du tuyau D et s'écoule dans le réservoir R'. La veine fluide provenant du réservoir supérieur R entraînera ainsi par communication latérale de mouvement l'eau du réservoir et fera elle-même l'épuisement. Rendons-nous compte des conditions mécaniques du fonctionnement de cet appareil.

Soit :

P le débit en poids de la buse A;
P' le poids d'eau entraîné par seconde;
v la vitesse de l'eau qui sort de la buse;
u la vitesse de l'eau à l'entrée du tuyau B.

Supposons que la vitesse de l'eau affluente aux environs de la buse B puisse être négligée. L'échange des quantités de mouvement nous donnera l'équation

$$Pv = (P + P')u. \qquad (183)$$

On s'arrangera de manière que l'eau tombe dans le réservoir R' sans vitesse appréciable. De cette manière, on évitera toute perte de force vive. Par conséquent, la vitesse u sera déterminée par la condition

$$\frac{u^2}{2g} = h,$$

d'où

$$u = \sqrt{2gh}. \qquad (184)$$

On a d'ailleurs

$$v = \sqrt{2gH}. \qquad (185)$$

Nous négligeons, bien entendu, les frottements. Remplaçant u et v par leurs valeurs résultant des équations (184) et (185). L'équation (183) nous donne :

$$P\sqrt{2gH} = (P + P')\sqrt{2gh},$$

d'où l'on tire :

$$\frac{P'}{P} = \frac{\sqrt{H} - \sqrt{h}}{\sqrt{h}}. \qquad (186)$$

Pour avoir le rendement mécanique d'une pareille machine, il faut diviser le travail utile

$$\mathfrak{T}_u = P'h,$$

par le travail moteur

$$\mathfrak{T}_m = P(H-h).$$

Ce rendement aura pour valeur :

$$\rho = \frac{P'}{P}\,\frac{h}{H-h} = \frac{\sqrt{H}-\sqrt{h}}{\sqrt{h}}\cdot\frac{h}{H-h} = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{H}+\sqrt{h}},$$

ou encore

$$\rho = \frac{1}{1+\sqrt{\frac{H}{h}}}. \qquad (187)$$

La hauteur H est naturellement supérieure à la hauteur h. Le minimum du rapport $\frac{H}{h}$ est 1. Par conséquent, le rendement sera toujours inférieur à $\frac{1}{2}$.

Nous avons supposé que l'eau entraînée arrivait autour de la buse A, avec une vitesse nulle. Il n'en est pas ainsi, et pour le faire mieux comprendre, prenons un entonnoir très-allongé MN (fig. 53). Si la section du tuyau en M diffère peu de celle en R, il

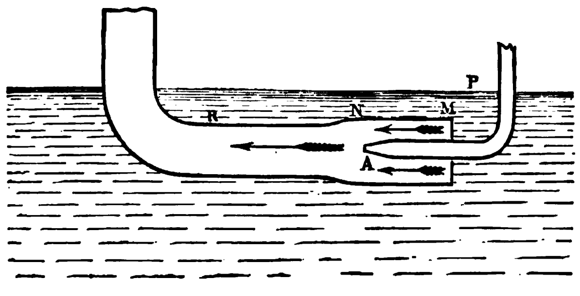


Fig. 53.

est clair que la vitesse d'arrivée de l'eau entraînée sera très-sensible. Désignons cette vitesse par v'. L'équation (183) devra être écrite de la manière suivante :

$$Pv + P'v' = (P+P')u. \qquad (188)$$

Puisque l'appareil est placé à peu près au niveau de la surface de l'eau dans le réservoir à épuiser, l'écoulement de l'eau aspirée ne pourra se faire de M en N que s'il y a entre ces deux points une différence de pression. En M, nous avons la pression atmosphérique augmentée de la petite hauteur d'eau MP. En N, nous aurons une pression atmosphérique diminuée de la *dépression*. Si nous désignons par x cette dépression évaluée en hauteur d'eau, nous aurons la relation

$$v'^2 = 2gx. \qquad (189)$$

La vitesse d'écoulement v à la buse A sera donnée par l'équation

$$v^2 = 2g(H + x), \qquad (190)$$

et la vitesse commune des eaux une fois mélangées dans le tuyau R devra satisfaire à la relation

$$u^2 = 2g(h + x). \qquad (191)$$

Enfin si l'on désigne par ω, Ω, O, les sections de la buse et du tuyau en M et en R, on aura les relations :

$$\left.\begin{aligned} P &= 1000\omega v \\ P' &= 1000\Omega v' \\ P + P' &= 1000 O u \end{aligned}\right\} \qquad (192)$$

équation qui donne la suivante :

$$Ou = \omega v + \Omega v'.$$

Les hauteurs H, h et le poids débité P étant donnés, les équations (188), (189), (190), (191), (192) au nombre de 7 permettront de calculer les inconnues

$$P', \quad v, \quad v', \quad u, \quad \omega, \quad \Omega, \quad O, \quad x.$$

Ces inconnues sont au nombre de huit, ce qui fait voir qu'il y a une indéterminée, c'est la dépression x qui peut être plus ou moins forte suivant la disposition de l'appareil. La formule du rendement va nous indiquer dans quel sens on doit la faire varier.

Le travail utile est ici

$$\mathcal{E}_u = P'h,$$

et le travail moteur

$$\mathcal{E}_m = P(H - h).$$

Le rendement du système est donc

$$\rho = \frac{\mathcal{E}_u}{\mathcal{E}_m} = \frac{P'}{P} \frac{h}{H - h}.$$

Or, de l'équation (188) et des équations (189), (190), (191), on tire :

$$\frac{P'}{P} = \frac{v - u}{u - v'} = \frac{\sqrt{H + x} - \sqrt{h + x}}{\sqrt{h + x} - \sqrt{x}}. \qquad (193)$$

Substituant dans la valeur de ρ, il vient :

$$\rho = \frac{\sqrt{H + x} - \sqrt{h + x}}{\sqrt{h + x} - \sqrt{x}} \frac{h}{H - h} = \frac{\sqrt{h + x} + \sqrt{x}}{\sqrt{H + x} + \sqrt{h + x}}.$$

Soit encore

$$\rho = \frac{1 + \sqrt{\frac{x}{h + x}}}{1 + \sqrt{\frac{H + x}{h + x}}}. \qquad (194)$$

Si l'on compare cette formule à la formule (187), on reconnaît qu'elle s'identifie avec cette dernière quand on fait $x = 0$. L'hypothèse d'une vitesse v' nulle revient, en effet, à cela. Il est facile de vérifier que le rendement (194) augmente avec la dépression x, et qu'il est toujours plus petit que 1. On aura sa valeur limite théorique en faisant $x = 10^m,33$. Cette dépression pourra être créée artificiellement en élevant l'injecteur au-dessus du réservoir (fig. 54), ce qui le forcera à aspirer l'eau sur la hauteur CD de l'appareil au-dessus de la surface de l'eau.

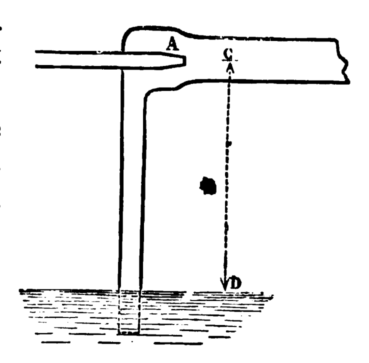


Fig. 54.

Voici un exemple. Supposons

$$P = 1, \quad H = 500^m, \quad h = 5^m.$$

Si l'on suppose d'abord la dépression nulle, les équations (186) et (187) nous donnent :

$$P' = \frac{\sqrt{500} - \sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 9,$$

$$\rho = \frac{1}{1 + \sqrt{100}} = 0{,}091.$$

Si l'on établit l'appareil de manière à réaliser une dépression de 5 mètres, on fera $x = \rho$ dans les équations (193) et (194), et l'on en tirera :

$$P' = \frac{\sqrt{505} - \sqrt{10}}{\sqrt{10} - \sqrt{5}} = 20{,}85,$$

$$\rho = \frac{1 + \sqrt{\frac{5}{10}}}{1 + \sqrt{\frac{505}{10}}} = 0{,}211.$$

Dans l'hypothèse que nous avons choisie, le rendement aura plus que doublé. La disposition de l'appareil a donc une grande influence sur le rendement. Elle doit être telle que le fluide aspiré arrive avec une grande vitesse tout autour de l'injecteur. Dans ce but, on dirige les filets d'eau au moyen de plusieurs entonnoirs

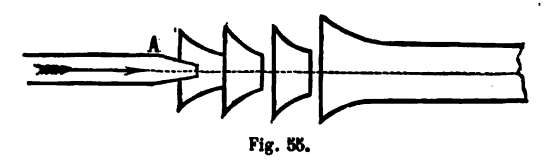


Fig. 55.

successifs (fig. 55). Cette disposition se retrouve dans plusieurs appareils d'origine anglaise.

On comprendra facilement qu'il est possible d'utiliser le jet d'un injecteur à vapeur de la manière qui vient d'être indiquée pour les injecteurs à eau.

Un injecteur à vapeur entraîne, par exemple, 15 kilogrammes d'eau par kilogramme de vapeur dépensée et leur communique une vitesse capable de surmonter une pression de 5 atmosphères. En d'autres termes, la hauteur à laquelle pourrait s'élever le jet est de 41^{m},32. Si l'on fait passer ce jet liquide à travers la buse désignée par A dans les figures (52), (53), (54), (55), on pourra

entraîner une nouvelle quantité d'eau, qui s'élèvera, il est vrai, moins haut. Mais si l'injecteur n'a besoin d'élever l'eau qu'à 5 mètres au lieu de 41^{m},32, il est clair qu'on a tout intérêt à adopter cette disposition.

Les mêmes considérations qui nous ont fait recommander de placer l'injecteur au-dessus du réservoir à épuiser sont applicables ici.

Aoici comment on fera le calcul du rendement théorique de l'appareil (fig. 56). La proportion d'eau entraînée par le jet de vadanr.se calculera d'après la hauteur à laquelle l'injecteur est placé

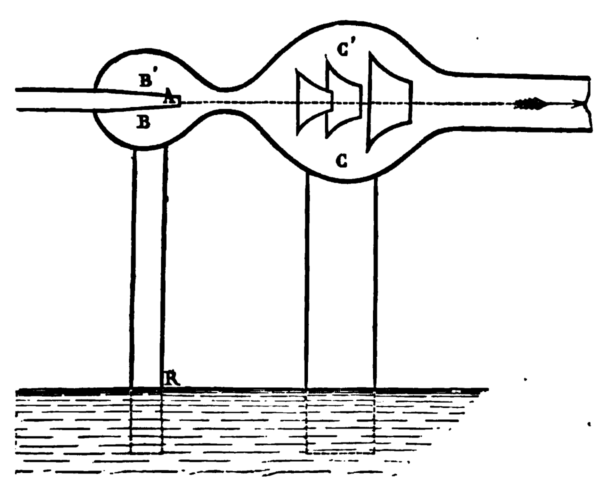


Fig. 56.

au-dessus du réservoir à épuiser, d'après la pression à la chaudière, et d'après les considérations pratiques sur la proportion d'eau à entraîner. Les équations (178) et (179) fourniront cette proportion d'eau entraînée et la vitesse du mélange. Les réservoirs B et C étant à la même pression, c'est-à-dire à la pression atmosphérique diminuée de la hauteur A R, l'équation (178) donnera

$$v = \frac{w}{1+y}.$$

Connaissant la vitesse v du jet liquide à son entrée dans la capacité C, on calculera le poids d'eau entraîné par ce jet au moyen de la formule (193), en se donnant à l'avance la dépression x, et

en calculant les dimensions de l'appareil aspirateur au moyen des équations (192). On aura soin dans l'équation (189) de remarquer que la vitesse v' représente la projection sur l'axe du jet, de la vitesse réelle des filets liquides aspirés. Il y aura donc lieu de tenir compte de l'angle de conicité des entonnoirs.

C'est surtout à la pratique qu'il appartient de fixer les meilleures dispositions à donner à ces appareils dont nous n'avons fait qu'établir les principes théoriques. Nous allons montrer par un exemple comment ces calculs théoriques peuvent se faire.

EXEMPLE. — *Soit à épuiser l'eau de la cale d'un navire sachant que la hauteur d'aspiration est de 5 mètres et la hauteur de refoulement de 5 mètres. La pression à la chaudière est de 3 atmosphères.*

La table E nous donne pour la vitesse d'écoulement de la vapeur sèche de 3 atmosphères à $\frac{1}{2}$ atmosphère 739 mètres. On fera $w = 739$. On aura donc équation (178) :

$$v = \frac{w}{1+y}.$$

Si pour rester dans des données pratiques, on se donne $y = 20$, on trouvera :

$$v = \frac{739}{21} = 35^{m},20.$$

La hauteur désignée par H est ici

$$\frac{v^2}{2g} = H = 63^{m},18.$$

Puisque la pression qui règne dans la capacité C, c'est-à-dire autour des entonnoirs n'est que de $\frac{1}{2}$ atmosphère, on ne pourra guère réaliser sur l'axe du jet qu'une dépression fort petite. Nous la supposerons de 2 mètres. On fera donc $x = 2$, et on aura l'équation (193) :

$$\frac{P'}{P} = \frac{\sqrt{63,18+2} - \sqrt{5+2}}{\sqrt{5+2} - \sqrt{2}} = 4,41.$$

Le poids d'eau enlevé définitivement aura donc été

$$4,41 \times 20 = 88^{k},20,$$

par kilogramme de vapeur dépensée.

Le travail mécanique produit a pour valeur :

$$88^{k},20 \times 10^{m} = 882 \text{ kilogrammètres,}$$

par kilogramme de vapeur.

Le tableau de la page 295 démontre que pour un poids d'eau entraînée de $89^{k},63$ ce qui est à peu près égal au chiffre 88,20, l'injecteur Giffard ordinaire ne produit que 197 kilogrammètres. Si en conservant la disposition de l'injecteur à 5 mètres au-dessus du niveau de l'eau à puiser, on voulait se servir de cet appareil sans l'intermédiaire de l'injecteur à eau, on calculerait le poids d'eau entraînée de la manière suivante. On aurait pour la vitesse nécessaire pour que le jet atteigne les 5 mètres de hauteur du refoulement :

$$v = \sqrt{2g \times (5+5)} = 14 \text{ mètres,}$$

$$1 + y = \frac{739}{14} = 52,80,$$

d'où

$$y = 51,80.$$

Le poids d'eau élevée ne serait que $51^{k},80$ au lieu de $88^{k},20$ que nous avons trouvés en employant l'injecteur à eau.

La disposition de l'injecteur à vapeur complété par un injecteur à eau pour servir de pompe procure donc une notable économie sur l'injecteur à vapeur employé tout seul.

Plusieurs appareils fondés sur ces principes fonctionnent en Angleterre et sont employés aux épuisements.

Les considérations qui précèdent démontrent, qu'en définitive, le rendement de ces appareils est très-peu élevé. Leur emploi n'est justifié que lorsqu'il s'agit de faire un épuisement rapidement et avec des appareils peu encombrants.

114. Les condenseurs-éjecteurs. — Concevons qu'on applique un injecteur sur le tuyau d'échappement d'une machine à condensation. L'appareil fonctionnera comme d'ordinaire, c'est-à-dire qu'au fur et à mesure que la vapeur d'échappement arrivera, elle se condensera au contact de l'eau froide fournie par la bâche, entretiendra le vide, et le mélange d'eau et de vapeur condensée animé d'une grande vitesse, sera capable de surmonter l'excès de pression de l'atmosphère extérieure sur la pression de la vapeur à

l'échappement. On parviendra ainsi par la simple interposition d'un appareil injecteur à supprimer la pompe à air et tous ses accessoires et on économisera le travail absorbé par cette pompe, travail souvent considérable. Tel est le principe des condenseurs-éjecteurs dont l'emploi tendra vraisemblablement à se généraliser.

Le professeur Rankine a rapporté des expériences faites en 1868 sur un condenseur-éjecteur, système Morton. Cet appareil, fig. 57, diffère de l'injecteur à vapeur ordinaire en ce que l'eau froide est amenée par le tube central, la vapeur d'échappement se distribue autour de ce jet central par des entonnoirs concentriques et très-

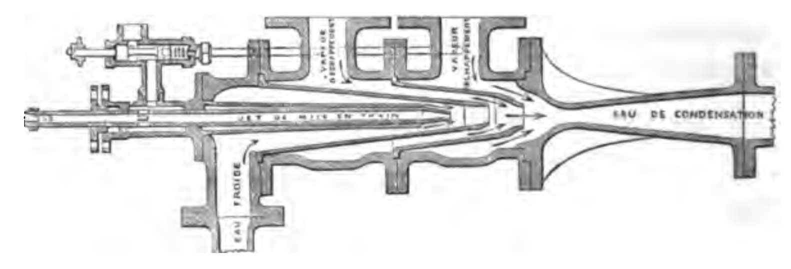


Fig. 57.

allongés. De cette manière, la force vive de l'eau froide ne subit aucune perte. Cette force vive est considérable puisque la pression qui règne autour du jet d'eau froide, dans le moment où il se mélange avec les jets de vapeur, est nécessairement inférieure à la pression à l'échappement, sans quoi la vapeur ne s'écoulerait pas, de sorte que l'eau possède la vitesse due à l'excès de la pression atmosphérique sur la pression à l'échappement.

Dans les expériences précitées, Rankine a trouvé les résultats suivants :

Pression absolue à la chaudière. . .	$3^k,427$	par centimètre carré.
Pression absolue au commencement de l'échappement.	$0^k,756$	—
Pression moyenne entretenue derrière les pistons par le condenseur éjecteur.	$0^k,299$	—
Pression entretenue près des entonnoirs.	$0^k,210$	—
Température de l'eau froide. . . .	$8^\circ,4$ centigrades.	

Température de l'eau de condensation. $30^{\circ},3$
Poids d'eau froide dépensé par kilogramme de vapeur. . . . . . $28^{k},40$

Ces résultats sont, comme on le voit, très-satisfaisants. Ils ne s'éloignent pas sensiblement de ceux qu'on obtient avec les pompes à air, mais ces dernières ont l'inconvénient d'exiger une dépense notable de force motrice. Dans la machine expérimentée Rankine évalue la force effective à 24 chevaux et l'économie réalisée par la suppression de la pompe à air à 1 cheval soit 4 pour 100.

La théorie du condenseur-éjecteur ne diffère pas de celle des injecteurs ordinaires, seulement il y aurait lieu de tenir compte de la vitesse d'arrivée de l'eau froide qui, ici, a une assez grande valeur et que néglige notre équation générale (177). Pour cela, il faudrait ajouter au premier membre de cette dernière équation un terme

$$\frac{AU^2}{2g}y,$$

représentant la force vive du poids d'eau y.

En réalité, on pourra négliger ce terme, comme on néglige le terme en $\frac{V^2}{2g}$, et on retrouvera l'équation simplifiée (179).

La détermination de la vitesse et le calcul des dimensions de l'appareil se feront suivant la méthode exposée au § 113, page 305. C'est un problème qui ne saurait offrir aucune difficulté.

L'appareil Morton présente une particularité que nous devons signaler. Pour mettre l'appareil en train, on l'amorce en lâchant à travers un tube central, un jet de vapeur provenant de la chaudière. Il pourrait arriver que la pression à l'échappement descendit au-dessous des limites convenables pour la marche de l'appareil. Dans ces conditions, l'eau froide se précipiterait dans les conduits d'échappement et jusque dans les cylindres. Toutes les fois que cet inconvénient menace de se présenter, le jet de vapeur central est ouvert automatiquement par un piston à ressort et sa grande puissance communique au jet d'eau froide une impulsion suffisante pour empêcher sa déviation vers les cylindres et rétablir les choses dans leur marche normale.

115. **De l'injecteur employé dans la presse hydraulique ou dans les ascenseurs.** — Imaginons qu'on place un injecteur au pied du cylindre d'une presse hydraulique (fig. 58). Le jet d'eau chaude

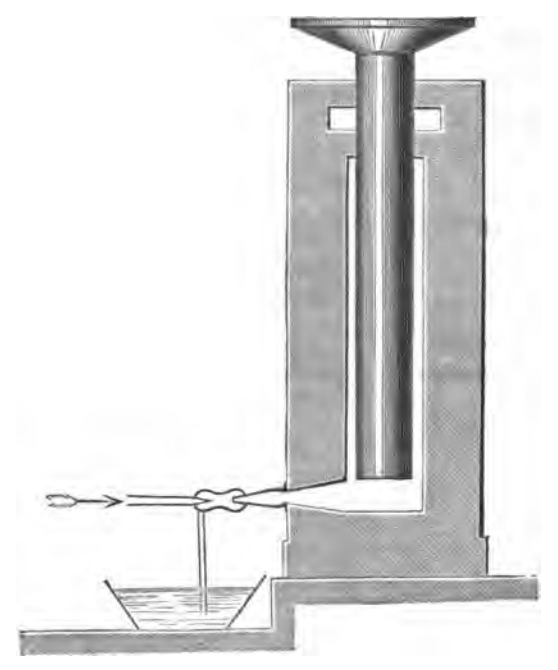


Fig. 58.

s'introduira dans ce cylindre tant que la pression sera inférieure à celle qui correspond à la vitesse d'écoulement. On pourra donc actionner une presse hydraulique avec une pression

$$\frac{V^2}{2g}.$$

D'après le tableau de la page 295, et en supposant que la pression à la chaudière soit de 5 atmosphères, le jet peut s'élever à une hauteur de 482 mètres ce qui produira une pression de

482,000 kilogr.,

par mètre carré correspondant à

50 atmosphères.

Le tableau de la page 295 démontre que le travail mécanique réalisé dans ces conditions n'est que de

3063 kilogrammètres,

par kilogramme de vapeur dépensée.

Ce travail diminue à mesure que la pression diminue. Il serait plus avantageux, par conséquent, d'opérer à des pressions élevées et de diminuer, en conséquence, le diamètre de la presse hydraulique.

Il y a là un nouvel ordre d'applications de l'injecteur fort intéressant par lui-même et qui peut rendre des services, dans le cas où il s'agirait d'utiliser une presse hydraulique et où on ne posséderait pas de pompe suffisamment puissante pour la mettre en marche. Toutefois cette application qui n'a pas été encore signalée, au moins à notre connaissance, aurait besoin d'être expérimentée.

116. **Aspiration des gaz par la vapeur. — Explication du faible rendement des injecteurs d'alimentation ou d'épuisement.** — Ce qui fait la petitesse du rendement de l'injecteur à vapeur employé comme pompe d'épuisement, c'est la disproportion qui existe entre la hauteur à laquelle peut s'élever le mélange liquide et qui est toujours de plusieurs centaines de mètres, et les hauteurs auxquelles on l'utilise en réalité. L'appareil ne donnerait son maximum de rendement que pour de très-grandes hauteurs ascensionnelles. La disproportion qui existe entre la masse spécifique du corps à entraîner et qui est ici de l'eau, et celle du corps qui entraîne, c'est-à-dire la vapeur, constitue une autre cause de perte de rendement.

En effet, la vitesse de l'eau aspirée au moment où elle se mélange avec la vapeur condensée est à peu près nulle, ou du moins elle est tellement faible par rapport à celle de la vapeur qu'il n'y a pas lieu d'en tenir compte. Supposons, au contraire, que la vapeur débouche dans un milieu gazeux qu'elle entraînera par une sorte de frottement latéral comme cela aurait lieu dans l'appareil ci-après (fig. 59) et comme cela a lieu dans l'injecteur à eau, il pourra arriver que la vitesse de l'air affluent soit assez considérable et de nature à ne pouvoir être négligée. Or cette circonstance augmen-

tera beaucoup le rendement, de même qu'elle l'augmente dans les injecteurs à eau.

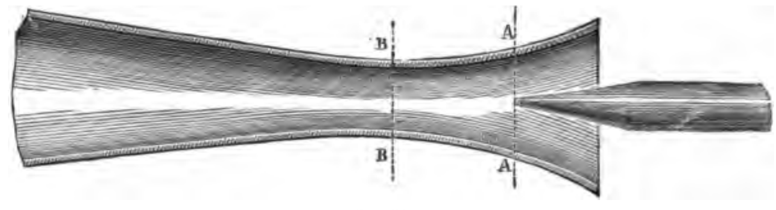


Fig. 59.

Soit W la vitesse de la vapeur, w celle de l'air affluent, v celle du mélange supposé opéré dans la section étranglée BB, y le poids d'air aspiré, par kilogramme de vapeur.

La quantité de mouvement de la vapeur sera

$$\frac{W}{g},$$

celle de l'air affluent,

$$\frac{w}{g}y,$$

celle du mélange,

$$(1+y)V.$$

Négligeant les différences de pression dans les sections A et B, on aura l'équation suivante, par application du théorème de quantités de mouvement,

$$W + wy = (1+y)V,$$

d'où l'on tire

$$V = \frac{W+wy}{1+y}.$$

La force vive de la vapeur était $\frac{W^2}{2g}$, celle de l'air affluent $\frac{w^2}{2g}y$, celle de l'air après le mélange est

$$\frac{V^2}{2g}y.$$

Le rendement de l'appareil sera donc

$$\rho = \frac{y\frac{V^2}{2g}}{\frac{W^2}{2g}} = \frac{y\left(1+\frac{w}{W}y\right)^2}{(1+y)^2}.$$

Quand on suppose la vitesse du corps aspiré nulle comme cela a lieu dans l'injecteur Giffard pour l'alimentation des chaudières, $w = 0$ et la formule du rendement se réduit à

$$\rho' = \frac{y}{(1+y)^2}.$$

On voit de suite combien ce rendement est faible tant que y n'est pas très-petit.

Pour $y = 1$ $\qquad \rho' = \frac{1}{4} = 0,25,$

Pour $y = 15$ $\qquad \rho' = 0,058.$

Si, au contraire, le rapport $\frac{w}{W}$ atteint des proportions même peu élevées, le terme $\left(1 + \frac{w}{W}y\right)^2$ peut augmenter dans une très-forte proportion le rendement mécanique.

Par exemple, si l'on fait $y = 15$ et $\frac{w}{W} = \frac{1}{6}$, rapport réalisable en pratique, le calcul donne

$$\rho = 0,72,$$

au lieu de 0,058 que nous avions trouvé en faisant $w = 0$.

Ce simple aperçu suffit pour faire comprendre que les injecteurs à vapeur ont plus de chances de donner des rendements pratiques quand on les emploiera comme *pompe à gaz*, qu'en les employant comme *pompe à eau*.

117. **De l'échappement des locomotives.** — L'échappement des locomotives n'est qu'une application des considérations qui précèdent. Seulement dans ces machines le jet de vapeur est intermittent, ce qui augmente notablement les résultats qu'on obtiendrait avec un jet continu. Personne n'ignore que le tirage du foyer dans les locomotives est pour ainsi dire uniquement dû au jet de vapeur de l'échappement; c'est véritablement là le principe fondamental de la construction de ces puissantes machines.

Le professeur Zeuner a démontré par le calcul et par l'expérience que le poids d'air aspiré dans la cheminée d'une locomotive était à peu près proportionnel au poids de vapeur dépensé. De sorte que

la combustion est d'autant plus active dans le foyer que la machine marche plus vite. Ce fait connu depuis longtemps, au moins quant à son sens général, conduit à cette autre conséquence, que la vitesse d'une machine locomotive doit être poussée à sa limite maxima toutes les fois qu'il s'agit de développer un travail considérable, par exemple de remonter une rampe.

En général, le rapport du poids d'air aspiré au poids de vapeur dépensée est compris entre 2 et 3.



Fig. 60.

M. Péclet rapporte les expériences faites par M. Glépin sur le tirage produit par des jets de vapeur continus débouchant dans des tuyaux cylindriques. Les résultats sont très-variés selon le diamètre et la longueur du tuyau. En général, on a trouvé que le rendement augmentait avec la longueur du tuyau. Sa valeur maxima a eu lieu pour des tuyaux de $0^m,50$ à $0^m,55$ de diamètre et de 3 mètres à $3^m,50$ de hauteur. Il s'est élevé à 0,1145. On appelle ici rendement, le rapport de la force vive de l'air aspiré à la force vive du jet de vapeur.

Il paraît démontré que les jets intermittents produisent des rendements supérieurs, et d'après MM. Flachat et Petiet, le travail produit par les injections intermittentes de vapeur dans la cheminée des locomotives varie de 0,5 à 0,16 du travail que la vapeur pourrait produire.

En général, dans ces sortes d'appareils, il faut multiplier les surfaces de contact de la vapeur et de l'air. Les jets annulaires minces ont plus de pouvoir aspirant que les jets cylindriques compacts.

118. **Soufflerles à vapeur.** — Plusieurs appareils industriels sont fondés sur l'aspiration de l'air par un jet de vapeur. Ce moyen a été appliqué pour aérer les chambres de mines. Il a été

employé également au palais de l'Exposition de 1867, à Paris, pour ventiler la grande galerie des machines. Enfin, M. Siemens en a fait une nouvelle application dans la fabrication de l'acier. Dans son appareil (fig. 58), l'air est aspiré par une double buse AA à jet annulaire et à jet conique central. L'air s'introduit par l'orifice annulaire central B et par des orifices CC percés dans la paroi extérieure de l'appareil. Les contacts du fluide entraînant et du fluide entraîné sont ainsi très-multipliés, et cette circonstance est éminemment favorable au rendement. Le mélange de vapeur et d'air est introduit dans un réservoir D contenant des morceaux de coke concassés et lavés par un courant d'eau froide. La vapeur se condense et l'air s'échappe à peu près débarrassé de vapeur. Cet appareil est donc une véritable soufflerie. Son but étant de remplacer les ventilateurs qui, comme on le sait, donnent un très-faible rendement, le système de M. Siemens nous paraît devoir être d'un emploi avantageux.

CHAPITRE XII

LA NOUVELLE MARCHE A CONTRE-VAPEUR DES LOCOMOTIVES OU LE TUBE D'INVERSION

119. **Étude de la distribution.** — La marche à contre-vapeur est une des nécessités de certaines machines motrices. Un navire à vapeur qu'il faut stopper, une locomotive dont il faut ralentir l'allure doivent pouvoir fonctionner à contre-vapeur. La marche à contre-vapeur consiste à mettre le tiroir dans la position de marche en arrière. Il en résulte un changement de distribution qui donne lieu à des compressions de mélanges gazeux et, par suite, à un travail résistant qui détruit peu à peu la vitesse de la machine et la ramène au repos.

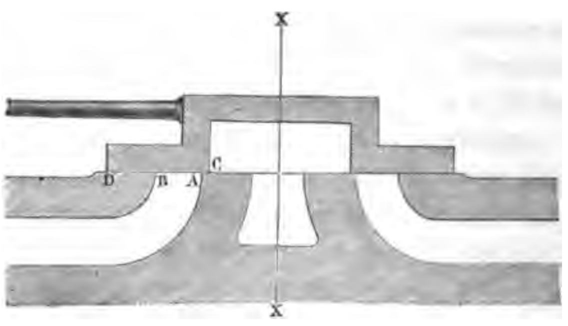


Fig. 61.

Étudions d'abord le fonctionnement d'un tiroir simple de distribution de vapeur, dans le genre de ceux qui sont employés dans les locomotives.

Supposons un pareil tiroir, dit tiroir à coquille, placé dans sa position *moyenne* (fig. 61), nous distinguerons :

1° Le recouvrement intérieur AC;
2° Le recouvrement extérieur BD;
3° La course totale du tiroir *r* dans un sens ou dans l'autre. Elle est égale au rayon d'excentricité de l'excentrique qui dirige le tiroir.

Représentons par le cercle OY (fig. 62) le cercle décrit par le centre de l'excentrique. On s'impose la condition que l'admission de vapeur ait déjà lieu au moment où le piston commence sa course. Cette condition est remplie en plaçant le centre M de l'excentrique un peu en avant du point M_0 qui correspond à la position moyenne du tiroir XX. L'angle $M_0M = \delta$ est ce qu'on nomme *l'avance à l'admission*. Quand le bouton de la manivelle menée par le piston est dans la direction OY, le centre de l'excentrique est en M, l'angle compris entre ces deux directions est $(90° + \delta)$.

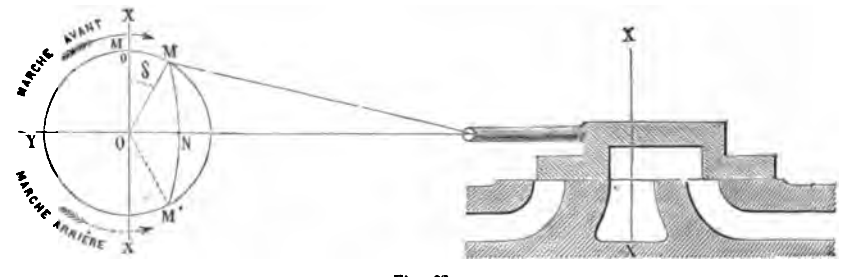


Fig. 62.

Dans la marche en arrière, le mouvement de l'arbre moteur a lieu en sens inverse de la marche en avant, par conséquent, dans le sens de la flèche pointillée de la fig. 60. Si l'on veut conserver dans la marche en arrière une distribution semblable à celle de la marche en avant, il faut attacher la tige du tiroir à un excentrique dont l'angle d'avance soit le même que celui de l'excentrique de marche en avant. A partir du point Y décrivons l'angle $(90° + \delta)$ dans le sens de la marche en arrière et nous trouvons le point M' symétrique du point M par rapport à la ligne OY.

Ainsi le tiroir attaché en M donnera une distribution de marche en avant, attaché en M', il donnera une distribution de marche en

arrière. Attaché à l'une des positions intermédiaires d'un arc quelconque M N M', il donnera des distributions qui se rapprocheront de celles de la marche en avant quand le point d'attache sera compris dans l'arc M N, et de la marche en arrière quand l'attache aura lieu sur l'arc M'N.

Les coulisses de Stephenson, Gooch et autres n'ont d'autre objet que d'interposer entre les excentriques et la tige du tiroir un organe *maniable* et qui permette de réaliser facilement le changement d'attache de la tige du tiroir pendant que la machine est en mouvement.

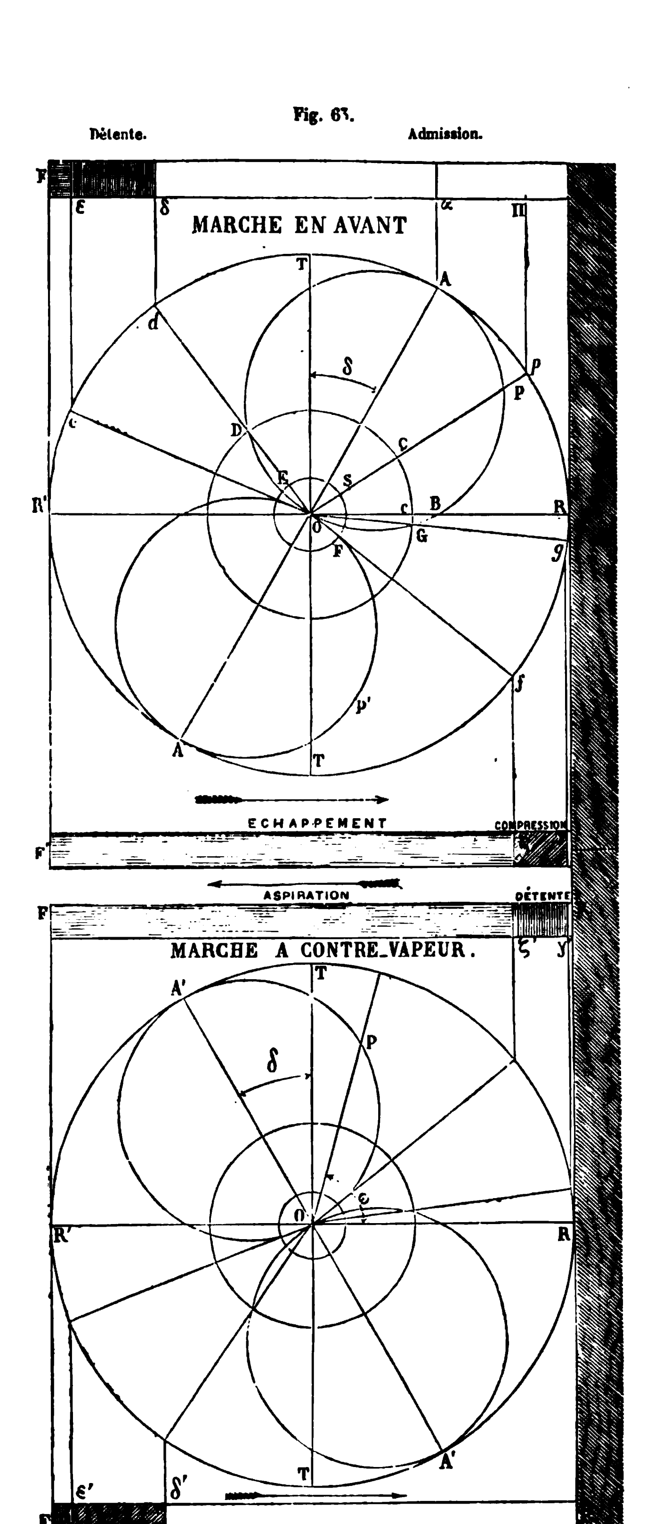
Dans la coulisse de Stephenson, la courbe M N M' est une parabole. Dans la coulisse de Gooch, elle est réduite à une ligne droite MM'. En réalité, tous ces systèmes de distribution sont très-imparfaits et la distribution rationnelle et pratique est encore à trouver.

Le professeur Zeuner a indiqué un moyen très-simple de représenter graphiquement la distribution par un tiroir. Nous allons en donner les résultats en renvoyant pour le détail à l'ouvrage traduit de l'allemand (Debize et Mérijot, *Distribution des tiroirs*).

Soit R R' (fig. 61) un axe parallèle à l'axe du piston, et d'une longueur égale à la course du tiroir, c'est-à-dire à $2r$.

Traçons une ligne O A faisant avec la perpendiculaire O T l'angle d'avance δ. Sur O A et sur son prolongement O A', décrivons deux cercles OPA, OP'A' d'un diamètre égal à r. Ces deux cercles seront tangents en O. Zeuner établit la proposition suivante, qu'il est, du reste, facile de retrouver en écrivant l'équation du mouvement d'un tiroir mené par une bielle de longueur infinie. Si l'on suppose la manivelle du piston en R, quand le piston est au bout de sa course, les rayons vecteurs des deux cercles pris en valeur absolue représentent constamment la course du tiroir, soit à droite, soit à gauche de sa position moyenne. Par exemple, lorsque la manivelle a décrit l'angle ROP, le tiroir est à une distance OP de sa position moyenne. Il suit de là que si on trace du point O comme centre, le cercle OQ avec un rayon égal au recouvrement extérieur, et le cercle OS avec un rayon égal au recouvrement intérieur, les points de rencontre de ces cercles avec le cercle OPA donneront les points principaux de la distribution.

Fig. 63.



Détente.
Admission.
MARCHE EN AVANT
ECHAPPEMENT
COMPRESSION
ASPIRATION
DÉTENTE
MARCHE A CONTRE-VAPEUR.
Compression.
Refoulement.

Fig. 64.

Traçons deux rectangles F, F′ au-dessus et au-dessous de la figure avec des côtés parallèles à R R′. On peut considérer ces rectangles comme représentant le cylindre. Lorsque la manivelle aura parcouru l'angle ROP, le piston sera arrivé en π, projection du point de rencontre p, du rayon vecteur avec la circonférence RTR′.

Étudions maintenant les diverses circonstances de la distribution dans la marche en avant.

Le piston part du fond du cylindre. A ce moment, le tiroir est éloigné de sa position moyenne de OB. La lumière du tiroir est ouverte de CB, puisque OC est égal au recouvrement extérieur. A mesure que le piston marche l'admission a lieu, et la longueur ouverte de la lumière augmente.

Dans la position π l'ouverture est égale à PQ. En α elle passe par un maximum, elle décroît ensuite jusqu'en δ. En ce point qui correspond au rayon vecteur qui passe par l'intersection des deux cercles OPA, OCD, la lumière se ferme. L'admission a duré jusqu'au point δ.

Le piston continue sa marche, tous les orifices sont fermés, il y a détente. Le tiroir passe par sa position moyenne OX et la détente continue. Elle dure jusqu'à ce que la course du tiroir soit réduite au recouvrement intérieur OE. Le rayon vecteur OEe qui passe par le point de rencontre E des cercles OP′A′, OES marque en ε la limite de la détente. A ce moment l'orifice de l'échappement s'ouvre, le piston arrive bientôt à l'extrémité de sa course en R′ et il revient en arrière. Continuons à considérer ce qui se passe sur la face droite du piston devenu face aval après avoir été face amont.

L'échappement continue dans l'angle eR′A′f, c'est-à-dire jusqu'à ce que le rayon vecteur soit redevenu égal au recouvrement intérieur OF. Alors tous les orifices sont fermés, et la vapeur emprisonnée dans le cylindre est comprimé sur la longueur Qγ, c'est-à-dire jusqu'à ce que le tiroir après avoir passé par sa position moyenne OX ouvre l'orifice d'admission. Cela a lieu au point γ, tel que le rayon vecteur Og passe par le point de croisement des deux cercles OPA, OCD. L'admission commence et le piston revient à son point de départ.

Les deux rectangles F, F′ teintés de hachures représentant les

diverses phases de la distribution permettent d'embrasser d'un seul coup d'œil ce qui se passe dans le cylindre pendant une double course complète.

Supposons maintenant qu'on mette le tiroir à la marche en arrière, le piston continuant son mouvement dans le même sens. Il est aisé de voir que la marche à contre-vapeur n'est autre chose qu'une marche directe dans laquelle l'angle d'avance δ' (fig. 65) est donné par l'équation

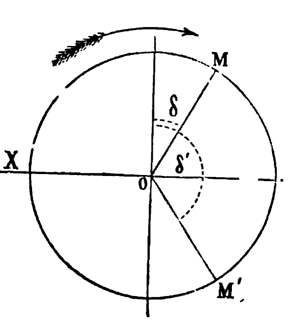


Fig. 65.

$$\delta' = \delta + (180^\circ - 2\delta) = 180 - \delta.$$

Nous aurons donc la distribution dans la marche à contre-vapeur en prenant dans la figure (64) un angle TRA' égal à $(180 - \delta)$, et en traçant les cercles de la figure comme dans la marche en avant. Ces diverses constructions ne présentent pas de difficulté, et on peut les éviter en remarquant que la nouvelle figure est symétrique de l'autre.

On reconnaîtra que dans la marche à contre-vapeur la distribution comporte les phases suivantes.

Le piston étant à l'origine de la course, la lumière d'admission est ouverte. Elle se referme bientôt après en γ', et la vapeur emprisonnée dans le cylindre se détend sur une longueur $Q'\gamma'$. A ce moment, le cylindre communique avec l'échappement, et comme il fait le vide derrière lui, il aspire les gaz des conduits d'échappement. Dans les machines locomotives, ce sont les gaz du foyer qui sont aspirés par le piston. Ces gaz sont à une température d'environ 300°. L'aspiration se prolonge pendant toute la course du piston. Au retour, les gaz sont renvoyés dans l'échappement sur une petite longueur $F'\varepsilon'$, puis les orifices sont fermés et les gaz contenus dans le volume $\varepsilon'R$ sont comprimés par une longueur de course $\varepsilon'\delta'$. En δ' l'orifice d'admission commence à s'ouvrir. La vapeur de la boîte à tiroir qui est à une pression bien supérieure à celle des gaz du cylindre se précipite dans le cylindre. Et le piston emploie la fin de la course $\delta'R$ à refouler cette vapeur dans la chaudière. C'est pendant cette phase que se produit principalement

le travail résistant, et c'est elle qui a valu à la distribution inverse que nous étudions, le nom de *contre-vapeur*.

Maintenant que la marche à contre-vapeur est bien comprise, étudions-en les effets mécaniques.

120. **Étude de la marche ordinaire à contre-vapeur.** — Reproduisons ici le diagramme de la distribution à contre-vapeur (fig. 64) et appelons :

Ω la section du cylindre;
L sa longueur;
α la longueur CA d'admission;
β la longueur AB de détente;
γ la longueur BR d'aspiration;
α' la longueur RA' de refoulement dans l'échappement;
β' la longueur A'B' de compression;
γ' la longueur B'C de refoulement dans la boîte à tiroir.

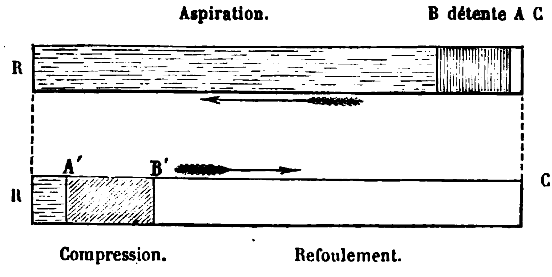


Fig. 66.

Dans la marche directe, les longueurs ci-dessus correspondent aux désignations suivantes :

α avance à l'admission;
β compression;
γ échappement,
α' avance à l'échappement;
β' détente;
γ' admission.

Appelons en outre :

P la pression dans la boîte à tiroir.

Au bout de quelque temps l'air introduit dans la chaudière par la marche à contre-vapeur soulève les soupapes de sûreté et

s'écoule d'une manière continue dans l'atmosphère. On peut donc prendre P égal à la pression des soupapes de sûreté.

Soit encore π la pression dans les conduits d'échappement que nous supposerons toujours égale à la pression atmosphérique.

Ceci posé, considérons le cylindre au moment où le piston commence sa course au point C. Le piston marche, fait le vide derrière lui, il est poussé par le mélange gazeux qui vient de la boîte à tiroir et qui est à la pression P de la chaudière. Si la contre-vapeur fonctionne depuis quelque temps, il est facile de comprendre, et ceci deviendra évident à la suite de cette analyse, que le mélange gazeux est presque entièrement composé d'air. En effet, il se fait des tiroirs vers la chaudière un écoulement permanent d'air comprimé, et cet air débouchant constamment dans la chaudière par le tuyau de prise doit certainement empêcher la vapeur d'accéder au cylindre. Dans tout ce qui va suivre, nous supposerons donc que la boîte à tiroir ne contient que de l'air comprimé.

Pendant que le piston parcourt la longueur α, cet air produit un travail positif

$$P\Omega\alpha. \tag{195}$$

En A, l'orifice d'admission est fermé, la détente commence, et elle se prolonge sur la longueur $AB = \beta$. Si l'on se reporte aux formules du chapitre II relatives à la détente de l'air dans une capacité imperméable à la chaleur, on reconnaîtra que le travail produit pendant cette détente est (équation 27) :

$$\frac{P\Omega\alpha}{k-1}\left[1-\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)^{k-1}\right], \tag{196}$$

formule où k désigne le rapport des capacités calorifiques à pression constante c et à volume constant c_1 des gaz permanents :

$$k=\frac{c}{c_1}=1,41.$$

A la fin de la détente, la pression a diminué, si l'on désigne par p la pression finale (équation 26) :

$$p=P\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)^k.$$

La température a également baissé, et si l'on désigne par T_0 la température initiale, par T la température finale, on a (formule 32)

$$T_0 - T = (a + T_0)\left[1 - \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)^{k-1}\right].$$

Lorsque le piston est arrivé en B, l'orifice d'échappement s'ouvre, l'air détendu dans ce cylindre se trouve en communication avec les conduits d'échappement, où la pression est généralement plus élevée. Il y a donc un écoulement de l'extérieur à l'intérieur du cylindre, et à mesure que le piston marche, le volume qu'il engendre se remplit d'air à la pression atmosphérique. Au moment où cette rentrée d'air commence, il se fait dans le cylindre une compression de l'air qui y était déjà emmagasiné, et, par suite, il y a augmentation de température, mais cette augmentation avait été précédée d'une diminution quand le piston parcourait l'espace AB, de sorte, qu'en réalité, la variation de température dans cette première phase est peu importante, et il est inutile de la calculer.

Pendant toute la période BC, le piston aspire derrière lui de l'air provenant des conduits d'échappement à la pression atmosphérique. Il y a production d'un travail positif

$$\pi\Omega\gamma. \tag{197}$$

Le travail total accompli dans la course *avant* est donc la somme des expressions (195, 196, 197), c'est-à-dire

$$P\Omega\alpha + \frac{P\Omega\alpha}{k-1}\left[1 - \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)^{k-1}\right] + \pi\Omega\gamma. \tag{198}$$

Voyons maintenant ce qui se passe dans le *retour*.

De R en A' le piston renvoie une partie de l'air aspiré, et supporte un travail résistant

$$\pi\Omega\alpha', \tag{199}$$

de A' en B' l'air contenu dans le cylindre diminue de volume sous l'effort du piston dans le rapport de CA' à CB' ou $(\beta' + \gamma')$ à γ'.

D'après la formule (27), le travail résistant de cette période, sera

$$\frac{\pi\Omega(\beta+\gamma)}{k-1}\left[\left(\frac{\beta+\gamma}{\gamma}\right)^{k-1} - 1\right], \tag{200}$$

et la pression dans le cylindre à la fin de la compression aura pour valeur (formule 26) :

$$p' = \pi \left(\frac{\beta + \gamma}{\gamma}\right)^k.$$

La température se sera élevée de (formule 32)

$$t - t_0 = (a + t_0)\left[\left(\frac{\beta + \gamma}{\gamma}\right)^{k-1} - 1\right],$$

en appelant t_0 la température de l'air qui afflue des conduits d'échappement.

Au moment où le piston arrive en B'. nous assistons à la phase la plus intéressante de la marche à contre-vapeur. L'air qui est enfermé dans le cylindre est à une pression un peu supérieure à la pression atmosphérique, mais bien inférieure à celle de la boîte à tiroir. Au moment où le piston dépasse le point B', le cylindre se trouve mis subitement en communication avec la boîte à tiroir. Que se passe-t-il ? L'air qui remplit la boîte se précipite dans le cylindre où la pression est beaucoup moindre et comprime l'air qui y est renfermé comme ce dernier le serait dans un briquet pneumatique. Il en résulte un accroissement de température. Appelons t la température de l'air contenu dans le cylindre sous le volume $\Omega\gamma$, θ la température de l'air venant de la boîte à tiroir et supposons que la chaleur résultant de la compression brusque soit employée tout entière à élever la température de la masse gazeuse $\Omega\gamma$ enfermée dans le cylindre avant l'ouverture de la lumière d'admission. Si l'on considère l'air aspiré depuis le point où il était à la pression π en A' (fig. 67) où il occupait le volume A'C ou

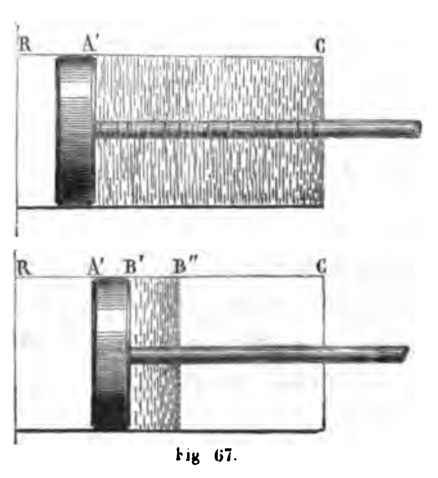


Fig. 67.

$$\Omega(\beta' + \gamma'),$$

jusqu'au point B′ où il occupe un volume réduit

$$\Omega \times B'B'',$$

à la pression P, on aura l'accroissement de température qui résulte de sa compression en remarquant que cette compression s'est effectuée de la pression π à la pression P sans addition ni soustraction de chaleur. Par conséquent, la formule 32 est applicable et elle nous donne pour l'accroissement de la température résultant de la compression :

$$\theta - t_0 = (a + t_0)\left[\left(\frac{P}{\pi}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]. \qquad (201)$$

Dans cette formule θ est la température de l'air, après la compression, t_0 la température de l'air qui vient des conduits de l'échappement, $a = 273°$.

Lorsque la pression est uniformément égale à P dans le cylindre, la marche du piston produit un refoulement à pression constante. Toute la masse gazeuse emmagasinée dans le cylindre, dans la boîte à tiroir et dans les tuyaux qui relient la boîte à tiroir à la chaudière, est refoulée dans cette dernière et y élève la pression et la température. Mais comme la capacité de la chaudière est très-grande par rapport au volume d'une cylindrée, les variations de température et de pression à chaque coup de piston sont en réalité très-faibles. On peut donc considérer que la température des gaz enfermés dans le cylindre ne change plus à partir du moment où la compression brusque est terminée, et si le régime normal de la contre-vapeur est établi, la température θ de l'air d'une cylindrée à la fin de la compression n'est autre chose que la température normale des gaz qui occupent la boîte à tiroir, et cette température peut se calculer par la formule 201.

Le travail mécanique produit dans cette dernière phase est égal à

$$P\Omega\gamma'. \qquad (202)$$

Si l'on additionne tous les travaux résistants de la course de retour, on trouve :

$$\pi\Omega\alpha' + \frac{\pi\Omega(\beta'+\gamma')}{k-1}\left[\left(\frac{\beta'+\gamma'}{\gamma'}\right)^{k-1} - 1\right] + P\Omega\gamma'. \qquad (203)$$

Enfin, on obtiendra le travail résistant définitif ϖ produit dans une course complète en retranchant du travail résistant du retour (203), le travail moteur de l'aller (198). On obtient ainsi la formule suivante :

$$\varpi = \pi\Omega\alpha' + \frac{\pi\Omega(\beta'+\gamma')}{k-1}\left[\left(\frac{\beta'+\gamma'}{\gamma'}\right)^{k-1} - 1\right] + \mathrm{P}\Omega\gamma'$$
$$- \mathrm{P}\Omega\alpha - \frac{\mathrm{P}\Omega\alpha}{k-1}\left[1 - \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)^{k-1}\right] - \pi\Omega\gamma. \quad (204)$$

Telle est l'expression du travail résistant produit dans une course complète pour un côté du piston.

Au travail résistant correspond l'introduction dans la boîte à tiroir d'une masse d'air dont le volume à la température t_0 est en négligeant la masse contenue au retour dans l'espace α,

$$\Omega(\beta'+\gamma').$$

Cet air est élevé par la compression brusque à la température θ donnée par la formule (201)

$$\theta = t_0 + (a + t_0)\left[\left(\frac{\mathrm{P}}{\pi}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]. \quad (201)$$

Enfin, on aura la quantité de chaleur introduite dans la chaudière à chaque coup de piston en ajoutant à la chaleur interne de l'air aspiré, celle qui équivaut au travail résistant produit. Cette chaleur introduite dans la chaudière et évaluée au-dessus de 0° a pour expression (toujours en négligeant α),

$$q = (\beta'+\gamma')\Omega \times \frac{1,30\,a}{a+t_0} \times c_1 t_0 + \mathrm{A}\varpi. \quad (205)$$

Les trois formules (204), (201), (205) nous donnent la solution des principales questions qui se présentent dans la marche à contre-vapeur.

121. Application des formules de la marche à contre-vapeur à une locomotive. — Considérons une machine locomotive du type 20 de la compagnie de l'Est pour laquelle

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,016, & \alpha' &= 0,136,\\ \beta &= 0,163, & \beta' &= 0,249,\\ \gamma &= 0,478, & \gamma' &= 0,272,\\ & \overline{\;0,657,} & & \overline{\;0,657,} \end{aligned}$$

$$\Omega = 0,1515.$$

Supposons la pression de 8 atmosphères dans la chaudière :

$$P = 82{,}664^{\text{kil.}},$$
$$\pi = 10{,}333^{\text{kil.}},$$
$$\frac{P}{\pi} = 8.$$

Les gaz introduits dans les conduits d'échappement ne sont autres que la fumée du foyer elle-même. Sa température est d'environ 300°, donc

$$t_0 = 300^\circ.$$

Par suite, la formule (204) donne pour le travail résistant

$$T = \Omega \left\{ \begin{array}{r} 475{,}29 + 4009{,}70 + 22484{,}00 \\ -1322{,}00 - 2200{,}40 - 4959{,}80 \end{array} \right\}$$
$$= 18487^{\text{km}}{,}79\,\Omega = 2801.$$

Soit, par tour de roue,

$$4 \times 2801 = 11{,}204^{\text{km}}.$$

Nous avons séparé les chiffres correspondants à chacun des termes de la formule (204) afin de mettre en évidence l'influence de chacun d'eux. On voit de suite que le travail du refoulement a une importance prépondérante.

Un travail résistant de 11,204 kil. par tour de roue permettrait d'arrêter sur une longueur de 500 mètres un train de 300 hommes lancé sur un palier à une vitesse de 36 kilom. à l'heure. La contre-vapeur est donc à ce point de vue un moyen d'arrêt puissant. Encore n'avons-nous pas tenu compte dans le calcul précédent des résistances du mécanisme de la machine qui augmentent encore la puissance d'arrêt de la marche à contre-vapeur. Mais nous allons voir que cette manœuvre présente de graves inconvénients.

L'élévation de température $\theta - t_0$ sera donnée par la formule (201) en y faisant $t_0 = 300^\circ$. Par suite, la température de l'air dans la boîte à tiroir, aura pour valeur :

$$\theta = 300 + (273 + 300)\left(8^{\frac{0{,}41}{1{,}41}} - 1\right) = 775^\circ.$$

Quelque réduction qu'on fasse subir à ce chiffre pour tenir compte des pertes de chaleur par les parois du cylindre, ou la tige

du piston, ou encore par suite de l'influence de la vapeur d'eau entraînée, le résultat pratique définitif ne doit pas en être beaucoup éloigné. L'expérience démontre, d'ailleurs, que la marche à contre-vapeur dans les locomotives brûle les huiles, les graisses et la garniture des presse-étoupes et fait rougir la tige du piston. Ces résultats ne peuvent être produits que par une élévation de température considérable, que la formule (201) justifie parfaitement.

Si au lieu d'aspirer de la fumée à 300°, la machine aspire de l'air atmosphérique à 12°, la température après la compression ne sera plus que

$$\theta = 12 + (273 + 12)\left(8^{\frac{0,41}{1,41}} - 1\right) = 248^\circ.$$

Cette température quoique élevée ne présenterait certainement pas les inconvénients ordinaires de la contre-vapeur et on pourrait aspirer de l'air froid au moyen d'un clapet de prise spécial débouchant dans l'atmosphère, mais l'application n'en a jamais été faite.

L'équation (205) nous donnera la quantité de chaleur introduite dans le cylindre à chaque coup de piston,

$$q = \frac{0,521 \times 0,1515 \times 1,30 \times 273}{273 + 300} \times 0,1685 \times 300 + \frac{2801}{424}.$$

On trouve

$$q = 31^{\text{cal}},33.$$

Soit par tour de roue, $4 \times 31,33 = 125$ cal. 33.

Cette chaleur introduite dans la chaudière sous la forme d'air à 775° vaporise une partie de l'eau et augmente la pression dans la chaudière jusqu'à faire soulever les soupapes de sûreté. Il y a donc, en réalité, aspiration d'air dans le cylindre et perte de cet air comprimé par les soupapes de sûreté. La chaleur produite par le travail résistant est tout entière dispersée dans l'atmosphère et perdue pour la machine.

En résumé, la contre-vapeur présente de graves inconvénients pratiques, usure des pièces et destruction des garnitures. Elle ne laisse aucun bénéfice de force motrice, aussi cette manœuvre dangereuse est-elle seulement employée dans les cas de détresse. On lui a substitué depuis quelques années un moyen très-ingénieux et

qui n'est qu'une application fort simple de la théorie mécanique de la vapeur.

122. **Amélioration de la marche à contre-vapeur. — Le tube d'inversion.** — M. Lechatelier, ingénieur en chef des mines, et M. Ricour, ingénieur des ponts et chaussées, sont à des titres divers les inventeurs de la nouvelle marche à contre-vapeur, et c'est sur le chemin de fer du Nord-Espagne que le *tube d'inversion* a été appliqué pour la première fois en 1866.

L'historique des essais successifs qui ont amené à l'adoption du tube d'inversion offre le plus grand intérêt. Le point de départ résulte d'une idée émise par M. Lechatelier et qui consistait à faire sortir dans l'atmosphère par un robinet de décharge placé sur le conduit de vapeur, l'air comprimé qui vient du cylindre, afin d'éviter son introduction dans la chaudière. M. Lechatelier espérait ainsi régulariser la pression dans la boîte à tiroir et l'empêcher d'atteindre des limites trop élevées. « Pour éviter l'inconvé-
« nient de l'échauffement des cylindres par l'air chaud de la boîte
« à fumée, il faudra ouvrir très-largement et peut-être augmenter
« le registre de rentrée d'air et arrêter par tous les moyens pos-
« sibles la combustion dans le foyer. Peut-être même faudra-t-il
« arriver à une combinaison qui fasse entrer à la base du tuyau
« d'échappement de l'air froid ou de *la vapeur venant de la chau-*
« *dière*. »

Tels sont les termes dans lesquels M. Lechatelier posait la question.

Plus tard, M. Lechatelier a proposé de lancer dans les conduits d'échappement un jet d'eau froide provenant du tender.

Tous ces procédés divers contiennent une solution, et ils nous offriront l'occasion d'appliquer de nouveau les théories exposées dans cet ouvrage.

Nous examinerons donc successivement :

1° L'effet d'un jet d'eau froide lancé dans le conduit d'échappement et introduit avec de l'air chaud dans le cylindre.

2° L'effet d'un jet de vapeur lancé dans le conduit et introduit avec l'air chaud dans le cylindre.

3° L'effet d'un jet de vapeur humide ou d'eau chaude aspiré

dans le cylindre sans mélange d'air. C'est la solution dite : le tube d'inversion.

123. **Effet de l'injection d'eau froide en pluie dans les conduits de l'échappement.** — Imaginons qu'on lance un jet d'eau A (fig. 68) en pluie très-fine dans le conduit d'échappement BC. Cette eau placée au contact de la fumée à 300° se réduira en vapeur. Supposons que la quantité d'eau injectée soit telle que toute l'eau soit réduite en vapeur. La pression étant d'environ 1 atmosphère, cette eau se transformera en vapeur saturée à 100° puis elle se surchauffera à une température t. En même temps l'air chaud aura abandonné une partie de sa chaleur et sera redescendu à cette même température t. Soit x le poids de vapeur surchauffée $(1-x)$ le poids d'air, par kilogramme du mélange.

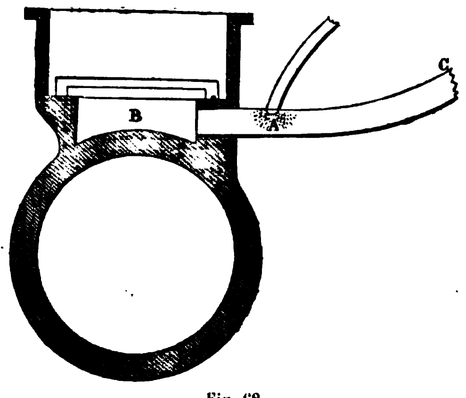


Fig. 68.

Soit τ la température initiale de l'eau injectée ;
t_0 la température initiale de la fumée.

La chaleur absorbée par un poids x de vapeur partant de la température τ pour se transformer en vapeur saturée à 100°, est

$$x(636,5-\tau), \qquad \text{(page 35)}$$

et pour se saturer à la température t, il absorbera en outre une quantité de chaleur

$$x \times 0,4805(t-100), \qquad \text{(page 136)}$$

0,4805 étant la capacité calorifique à pression constante de la vapeur d'eau surchauffée, la quantité de chaleur totale fournie à la vapeur pour la constituer à l'état de vapeur surchauffée à t, sera donc

$$x(636,5-\tau+0,4805t-48,05)$$
$$=x(588,45+0,4805t-\tau).$$

Cette chaleur a nécessairement été fournie par l'air chaud qui vient de la boîte à fumée. En se refroidissant à pression constante de t_0 à t, cet air abandonne une quantité de chaleur

$$(1-x)\times 0{,}2375\,(t_0-t),$$

0,2375 étant la capacité calorifique de l'air à pression constante. La fumée diffère par sa composition de l'air atmosphérique, mais la différence n'est pas bien grande, car les capacités calorifiques de l'acide carbonique et de l'oxyde de carbone, sont :

Acide carbonique.	0,2169
Oxyde de carbone.	0,245

On peut donc considérer la fumée comme de l'air atmosphérique. On sait, d'ailleurs, que sa densité est la même.

Les deux quantités de chaleur ci-dessus sont égales, et on peut écrire :

$$x\,(588{,}45+0{,}4805\,t-\tau)=(1-x)\,0{,}2375\,(t_0-t).$$

Pour plus de simplicité, faisons $\tau=12^\circ$, $t_0=300^\circ$, il viendra :

$$x=\frac{71{,}25-0{,}2375\,t}{648+0{,}245\,t}.$$

Le minimum de t est 100°. Par conséquent, le maximum de x sera

$$x=\frac{71{,}25-23{,}75}{648+24{,}5}=0{,}0712.$$

Ainsi en injectant 7 pour 100 d'eau, on constituera un mélange d'eau et de vapeur saturée qui sera à la température d'environ 100°.

L'échauffement que prendra ce mélange dans le cylindre, par suite de la compression brusque, est facile à calculer par la formule 7, car la proportion de 7 pour 100 de vapeur ne modifie pas beaucoup la capacité calorifique de ce mélange. On aura donc pour la température finale (équation 33) :

$$\theta=t_0+(a+t_0)\left[\left(\frac{P}{\pi}\right)^{\frac{0,41}{1,41}}-1\right],$$

où $t_0=100^\circ$.



Faisons $\frac{P}{\pi} = 8$, on aura

$$\theta = 100 + 373 \times 0,83 = 409^\circ.$$

Nous avions trouvé pour la température produite, dans la contre-vapeur ordinaire, par la compression de la fumée pure sans vapeur 775°. L'introduction de 7 pour 100 d'eau a donc pour effet d'abaisser de 366° la température de l'air comprimé dans les cylindres. Cette temperature serait encore notablement abaissée si l'on pouvait, au moyen d'un robinet de décharge placé sur le conduit de vapeur, comme le proposait M. Lechatelier, régulariser la pression à 2 ou 3 atmosphères seulement. Dans ce dernier cas, $\frac{P}{\pi} = 3$, et la formule donne :

$$\theta = 100^\circ + 373 \times 0,376 = 240^\circ.$$

Ce chiffre ne dépasse probablement pas les limites pratiques acceptables.

124. **Effet d'un jet de vapeur lancé dans le conduit d'échappement et mélangé avec l'air chaud dans le cylindre.** — Nous savons qu'un jet de vapeur lancé dans un milieu à la pression d'une atmosphère se compose de vapeur saturée à 100° et d'eau au moment où il traverse le plan de l'orifice, mais lorsque la vitesse du jet est annulée par suite des frottements ou des chocs, le jet de vapeur se surchauffe (page 135).

Le jet de vapeur et l'air chaud se mélangeront et prendront des températures égales, soit donc

x la proportion de vapeur surchauffée, $(1 - x)$ celle de l'air par kilogramme de mélange ;

0,4805 et 0,2375 les capacités calorifiques à pression constante de la vapeur surchauffée et de l'air ; t_0, la température initiale de l'air ; τ, la température de la surchauffe spontanée ; t, la température finale. La chaleur abandonnée par l'air chaud sera employée à augmenter la surchauffe spontanée de la vapeur et à la porter de la température τ à la température t ; on aura donc

$$x \times 0,4805 (t - \tau) = (1 - x) \times 0,2375 (t_0 - t).$$

Faisons $t_1 = 300^\circ$ et supposons la pression de 8 atmosphères

dans la chaudière. Le tableau de M. Hirn, page 135, nous démontre que la surchauffe spontanée d'un jet de vapeur qui sort d'une chaudière à 8 atmosphères est de 147°. On aura $\tau = 147°$.

Par suite

$$x = \frac{71,25 - 0,2375t}{0,62 + 0,245t}.$$

Nous cherchons à abaisser le plus possible la température t du mélange qui s'introduit dans le cylindre. Or cette température sera d'autant plus basse que la proportion de vapeur x sera plus grande. La plus basse température sera de 147°, et pour cette température $x = 1$. La proportion d'air est réduite à 0. Ce serait donc la solution la plus avantageuse. Examinons-en les conséquences.

Cette vapeur surchauffée à 147° est introduite dans le cylindre et comprimée brusquement à 8 atmosphères. La compression accroîtra sa température, et elle se comprimera à la façon d'un gaz. C'est ce que nous avons expliqué (page 331). On pourra calculer la température finale de la vapeur par la formule (33)

$$\theta = t_0 + (a + t_0)\left[\left(\frac{P}{\pi}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right],$$

en faisant dans cette formule :

t_0, température initiale $= 147°$;

a qui est égal à 273° pour les gaz est égal à 250° pour la vapeur surchauffée (page 136),

$$\frac{P}{\pi} = 8,$$

$k = 1,294$ pour la vapeur surchauffée.

Par suite

$$\theta = 147° + (250 + 147)\left[(8)^{\frac{0,294}{1,294}} - 1\right] = 387°.$$

Nous avions trouvé pour les températures θ :

Avec la fumée seule, 775° ;

Avec la fumée refroidie par un jet d'eau froide, 409° ;

Nous trouvons avec la vapeur seule, 387°.

Un jet de vapeur seul donnerait donc un résultat meilleur que les deux combinaisons précédentes. Il présenterait, en outre, cet

avantage de pouvoir être reconduit dans la chaudière, où il rendrait, outre la chaleur qu'il a emportée, toute celle qui correspond au travail mécanique de compression.

Il est clair que le mélange en proportions variables d'air chaud et de vapeur donnerait un résultat compris entre 387° et 775°, mais son introduction dans la chaudière d'une façon continue ne serait plus possible.

125. **Mélange d'eau et de vapeur. — Le tube d'inversion.** — Il n'est pas difficile de voir que l'élévation considérable de température de la vapeur pendant la compression brusque, dans le cas examiné au paragraphe précédent, est due à ce que la vapeur entre surchauffée dans le cylindre et se surchauffe de plus en plus pendant la compression. Si la vapeur était mélangée avec une quantité d'eau surabondante, elle entrerait saturée dans le cylindre et resterait saturée pendant la compression. Par conséquent, sa température ne s'élèverait pas au-dessus de la température de saturation qui règne dans la chaudière.

Dans le cas où la pression limite est de 8 atmosphères, cette température sera de 170°,81.

Quelle sera la proportion limite de l'eau nécessaire, en supposant cette eau prise dans la chaudière? Pour le savoir nous appliquerons l'équation fondamentale 3, dans laquelle nous égalerons à 0 la chaleur fournie Q, puisque l'appareil est supposé imperméable à la chaleur. L'équation 3 se réduit alors à

$$U_0 = U + A\int_{v_0}^{v} pdv. \qquad (3)$$

Soit y la proportion de vapeur, $(1-y)$, la proportion d'eau prise à la chaudière.

Soit t_0 la température à la chaudière.

La chaleur interne du jet de vapeur au moment où il traverse le plan de l'orifice est d'après la formule (41)

$$\int_0^{100} ldt + (r - Apu)x.$$

$r - Apu$ étant relatif à la pression d'une atmosphère, c'est-à-dire à la température de 100°.

La vitesse d'écoulement est donnée par la formule (167)

$$\frac{Aw^2}{2g} = \int_{100}^{t_0} ldt + r_0 x_0 - rx,$$

en désignant par x_0 la proportion de vapeur sèche contenue dans 1 kilogramme de la vapeur qui s'écoule.

La somme de la chaleur interne (206) et de la chaleur équivalente à la force vive (207) nous donnera la chaleur interne du mélange au moment où sa vitesse est annulée, ce sera donc

$$\int_0^{t_0} ldt + r_0 x_0 - Apux.$$

Un poids y de vapeur aura donc une quantité de chaleur interne égale à

$$y\left(\int_0^{t_0} ldt + r_0 x_0 - Apux\right).$$

Nous avons démontré (page 280) qu'un jet d'eau chaude de la chaudière se transforme partiellement en vapeur en arrivant au contact de l'air. Cet écoulement n'est qu'un cas particulier de l'écoulement d'un mélange de vapeur et d'eau, celui dans lequel la proportion initiale de vapeur sèche est nulle, c'est-à-dire $x_0 = 0$. Nous aurons donc la chaleur interne du jet d'eau chaude lancé dans le conduit d'échappement au moment où sa vitesse est annulée, en remplaçant dans l'expression précédente y par $(1 - y)$, x par x' et faisant $x_0 = 0$, ce qui donne

$$(1 - y)\left(\int_0^{t_0} ldt - Apux'\right).$$

La somme de ces quantités de chaleur nous donnera la chaleur interne du mélange au moment où sa vitesse est annulée. C'est le terme U_0 de l'équation 3. Cette somme est

$$U_0 = \int_0^{t_0} ldt + r_0 x_0 y - Apuxy - Apux'(1 - y).$$

Lorsque le jet de vapeur et le jet d'eau chaude se seront mélangés, il restera finalement un mélange de vapeur sèche et d'eau contenant un poids z de vapeur saturée à 100° et sèche et $(1 - z)$ d'eau à 100°. Mais ce mélange ne se sera pas accompli sans avoir

donné lieu à un changement de volume. Le jet de vapeur avait au sortir de l'orifice un volume

$$y \times ux,$$

et le jet d'eau chaude un volume

$$(1-y)ux',$$

en négligeant complétement le volume de l'eau liquide, le volume final sera

$$uz.$$

Il y a donc eu, par le fait du changement de volume, production du travail

$$puz - p[uxy + (1-y)ux'],$$

dont l'équivalent calorifique sera le terme $A\int_{v_0}^{v} pdv$ de l'équation (3),

$$Apuz - Apuxy - Apux'(1-y).$$

La chaleur interne finale U correspond à une proportion z de vapeur sèche, elle a donc pour expression :

$$\int_0^{100} ldt + (r - Apu)z.$$

On a d'après l'équation (3)

$$\int_0^{t_0} ldt + r_0 x_0 y - Apuxy - Apux'(1-y)$$
$$= \int_0^{100} ldt + (r - Apu)z + Apuz - Apuxy - Apux'(1-y). \quad (206)$$

Réduisant et tirant la valeur de l'inconnue y, il vient pour la proportion de vapeur à fournir par le tube d'inversion :

$$y = \frac{rz - \int_{100}^{t_0} ldt}{r_0 x_0}, \quad (207)$$

formule très-simple et qui va nous donner des conséquences faciles à saisir.

On n'oubliera pas que dans cette formule x_0 représente la proportion de vapeur sèche contenue dans la vapeur qui sort de la

chaudière; y représente la proportion de vapeur par rapport au mélange d'eau et de vapeur, z représente la proportion de vapeur sèche contenue dans la vapeur qui entre dans le cylindre.

Nous supposerons la pression égale à 8 atmosphères dans la chaudière, on aura par conséquent :

$$t_0 = 170°,81, \qquad r_0 = 486, \qquad \int_{100}^{t_0} l dt = 72,70,$$
$$r = 536.$$

Les courbes de détente nous montrent que la vapeur sèche détendue de 170°,81 à 100° contient à la fin de la détente 0,115 d'eau liquide et 0,885 de vapeur sèche.

Réciproquement, pour que la vapeur devienne complétement sèche après la compression brusque, il faut faire $z = 0,885$ dans l'équation (207). On aura donc

$$z = 0,885,$$

d'où

$$x_0 y = \frac{536 \times 0.885 - 72,7}{486} = 0,8266.$$

Dans les locomotives, la vapeur de la chaudière n'est jamais sèche à cause de la rapidité de la vaporisation, et, d'un autre côté, il est démontré qu'il y a intérêt au point de vue des frottements, du graissage et de la conservation des pièces à avoir toujours dans les cylindres de la vapeur humide. Supposons donc qu'à la fin de la compression la vapeur renferme encore 30 pour 100 d'eau. L'expérience indique que c'est une proportion limite, mais encore pratique.

Les courbes de détente nous démontrent que pour faire rentrer à 170°,81 de la vapeur humide contenant 0,70 de vapeur sèche; il faut introduire dans le cylindre à 100°, de la vapeur contenant 0,658 de vapeur sèche ; on fera donc

$$z = 0,658.$$

L'équation (207) donne

$$x_0 y = \frac{536 \times 0,658 - 72,7}{486} = 0,5762.$$

Comme la vapeur qui rentre dans la chaudière doit être néces-

sairement saturée, et que, d'un autre côté, il paraît inutile qu'elle renferme plus de 30 pour 100 d'eau, on voit que le produit $x_0 y$ doit être compris entre les deux chiffres 0,8266 et 0,5762, correspondant le premier au cas de la rentrée de la vapeur sèche, le second à la rentrée de la vapeur à 30 pour 100 d'eau.

Si l'on suppose la condition que la vapeur rentre dans la chaudière dans le même état qu'elle avait en sortant, on fera $x_0 = 1,00$ dans l'équation

$$x_0 y = 0,8266, \quad \text{d'où} \quad y = 0,8266,$$

et $x_0 = 0,70$ dans l'équation

$$x_0 y = 0,5762, \quad \text{d'où} \quad y = 0,823.$$

Ces deux valeurs de y sont à peu près égales et démontrent que pour faire rentrer dans la chaudière de la vapeur de composition semblable à celle qui en est sortie, il faut mélanger dans le *tube d'inversion environ* 82 *de vapeur pour* 18 *d'eau*, et que cette proportion reste à peu près constante quelle que soit la composition indiquée.

On peut donner à la formule (207) une forme encore plus explicite en introduisant, au lieu de z, la proportion de vapeur sèche z_0 contenue dans le mélange après la compression, c'est-à-dire à sa sortie du cylindre ; on a d'après la formule empirique (51) (page 51),

$$z = 0,50 + \frac{z_0 - 0,50}{(147 + t_0)}(147 + t).$$

Portant cette valeur dans l'équation (207) et adoptant toujours la pression de 8 atmosphères qui convient aux locomotives, on aura

$$x_0 y = \frac{536}{486}\left[0,50 + \frac{(z_0 - 0,50) \times 247}{517,81}\right] - \frac{72,7}{486},$$

équation qui se réduit après les calculs à

$$x_0 y = 0,8572\, z_0 - 0,0268. \qquad \text{(207 bis)}$$

Cette équation, plus maniable que la précédente, pourra servir à résoudre les questions concernant la marche à contre-vapeur avec pression de 8 atmosphères à la chaudière. On n'oubliera pas que

z_0 représente la proportion de vapeur sèche relative à la vapeur une fois comprimée.

Faisant $z_0 = 1$ et $z_0 = 0,70$, on retrouve à peu près les valeurs déjà calculées au moyen des courbes de détente :

$$x_0 y = 0,8304,$$

et

$$x_0 y = 0,5732.$$

L'équation (207 *bis*) nous donnera z_0 en fonction des éléments x_0, y du mélange opéré par le tube d'inversion :

$$z_0 = \frac{x_0 y + 0,0268}{0,8572}. \qquad (207\ ter)$$

Si le tube d'inversion ne fournit que de la vapeur *sans eau*, on fera $y = 1$, et on aura

$$z_0 = \frac{x_0 + 0,0268}{0.8572}.$$

Pour $x_0 = 0,70$, $z_0 = 0,851$, la vapeur introduite contiendrait 15 pour 100 d'eau. C'est une proportion convenable. Si la vapeur de la chaudière est sèche $x_0 = 1$, et le calcul donne $z_0 = 1,20$, valeur qui nous indique que la vapeur serait *surchauffée* par la compression, et qu'elle donnerait lieu aux échauffements qui sont tant à redouter dans la marche à contre-vapeur. z_0 devant être inférieur à 1, il est clair que la valeur limite de x_0 est

$$0,8572 - 0,0268 = 0,8304.$$

Il ne serait donc pas prudent de pratiquer la contre-vapeur avec de la vapeur *seule* contenant moins de 17 pour 100 d'eau globulaire.

Dans certaines études publiées sur la contre-vapeur nous avons vu recommander d'injecter de *l'eau seule* sans vapeur. Il est aisé de comprendre que si cette eau s'introduisait réellement dans le cylindre, le fonctionnement de la machine serait impossible. En effet, l'équation (207) nous donne, en y faisant $y = 0$,

$$z = \frac{72,7}{536} = 0,1352.$$

La proportion d'eau contenue dans la vapeur humide avant la

compression serait de 87 pour 100. Or la vapeur qui renferme une pareille proportion d'eau se *condense* par la compression. Les tables de détente démontrent qu'une fois ramenée à la température de 170°,81, cette vapeur ne contiendra plus que 2 ou 3 pour 100 de vapeur sèche et 97 à 98 pour 100 d'eau. Il n'est pas douteux qu'une vapeur aussi humide ne pourrait pas circuler dans les tuyaux sans y déposer un excès d'eau considérable. Si l'expérience a confirmé la possibilité de la marche avec l'injection d'eau *seule*, cela tient à ce que l'excès d'eau est entraîné dans la cheminée par la tuyère de la machine, mais il n'entre probablement dans les cylindres qu'une vapeur humide contenant 60 ou 70 pour 100 d'eau au maximum. Dans ces conditions la proportion convenable pour le mélange d'eau et de vapeur doit approcher, d'après nos calculs, *de 4 de vapeur pour 1 d'eau.*

En pratique, il y aura intérêt à dépasser un peu la proportion d'eau indiquée par les formules précédentes, afin d'être assuré que la vapeur restera toujours en présence d'une quantité d'eau surabondante malgré les pertes qui peuvent se faire par la tuyère d'échappement. Quant à la quantité de vapeur dépensée elle est un peu plus grande que celle qui correspond au volume d'une cylindrée parce que le mécanicien doit toujours viser à obtenir à la cheminée un léger panache de vapeur intermittent. Cela est nécessaire pour empêcher dans les conduits d'échappement, l'accès de l'air du foyer.

La pression de la vapeur est donc toujours un peu supérieure à une atmosphère dans les conduits d'échappement.

Dans un mémoire publié dans les *Annales des ponts et chaussées* (mars 1869), par M. Ricour, cet ingénieur évalue à 10 grammes la proportion d'eau nécessaire pour une cylindrée de vapeur de 30 grammes. C'est la proportion de 3 à 1 au lieu de 4 à 1 que nous avons indiquée, mais il reconnaît que cette proportion d'eau est surabondante.

La plupart des règlements des compagnies de chemins de fer laissent au mécanicien le soin de fixer, selon les circonstances, les proportions d'eau et de vapeur. Voici un extrait du règlement de la compagnie de Paris-Lyon-Méditerranée.

Art. 3. — Injection de vapeur.

« Le volume de vapeur injecté dans le tuyau d'échappement « doit toujours excéder le volume aspiré par le piston, afin d'em- « pêcher l'aspiration de l'air et des gaz produits par la combus- « tion ; il ne doit pas l'excéder de beaucoup, ce qui causerait pour « la chaudière une dépense inutile.

« Pour obtenir l'injection convenable, le mécanicien règle la « position du tiroir d injection de vapeur, de telle façon qu'on « aperçoive constamment un léger nuage de vapeur sortir, en jet « continu, par l'orifice de la cheminée.

« L'insuffisance du volume de vapeur injecté se manifeste par « les phénomènes suivants :

« 1° Il ne s'échappe pas de vapeur de la cheminée, ou elle « s'échappe par jets intermittents ;

« 2° La pression s'élève dans la chaudière ;

« 3° L'injecteur Giffard s'arrête, s'il fonctionnait ; il ne s'amorce « pas, s'il était arrêté.

« L'excès du volume de vapeur se manifeste par l'importance « exagérée du jet de vapeur sortant par la cheminée. »

Art. 4. — Injection d'eau.

« Le volume d'eau injecté dans le tuyau d'échappement doit « être suffisant pour empêcher, par l'évaporation, l'augmentation « de la pression et de la chaleur dans les cylindres ; ce volume ne « doit pas être porté au delà du nécessaire pour obtenir l'effet « ci-dessus indiqué, ce qui causerait une dépense inutile pour la « chaudière, une diminution du travail résistant par suite de la « condensation dans le cylindre de la vapeur comprimée, enfin, « la présence inutile et quelquefois dangereuse d'un excès d'eau « dans les cylindres.

« Pour obtenir l'injection convenable, le mécanicien doit régler « la position du tiroir d'injection de telle sorte qu'un petit excès « d'eau s'échappe par la cheminée et produise une pluie fine, « comme celle qui s'échappe d'une machine qui prime très-légè- « rement.

« L'insuffisance du volume d'eau injecté se manifeste par les « phénomènes suivants :

« 1° Il ne s'échappe pas d'eau par l'orifice de la cheminée;

« 2° Le manomètre indique une augmentation de pression dans « la chaudière.

« 3° Si l'insuffisance de l'eau se prolonge pendant quelques in- « stants seulement, la pression s'élève considérablement, les « garnitures des tiroirs et des pistons s'échauffent et se brûlent « rapidement, les tiroirs grippent sur leurs tables, enfin on re- « tombe dans les inconvénients anciens de la marche à contre- « vapeur.

« L'excès de l'injection d'eau se manifeste par une pluie abon- « dante sortant de la cheminée.

« Les quantités d'eau et de vapeur injectées varient d'une ma- « chine à l'autre avec les volumes des cylindres, et pour la même « machine : avec la pression de la vapeur, la longueur de l'ad- « mission et la vitesse de la machine.

« Il faut donc continuellement surveiller les phénomènes indi- « qués plus haut, pour maintenir les deux injections au point « convenable; cette surveillance attentive est surtout nécessaire « pour l'injection d'eau dont l'excès ou l'insuffisance peut pro- « duire des inconvénients graves. »

M. Ricour estime que le tube d'inversion doit avoir une dimension telle qu'il puisse débiter le poids de vapeur nécessaire pour remplir les cylindres quand la machine fait 30 kilomètres à l'heure, au moins quand il s'agit d'une machine à marchandises ayant des roues de $1^{m},30$ de diamètre. Lorsque la vitesse du train augmente, le volume des cylindrées engendré par minute augmente aussi, mais les lumières des tiroirs restent ouvertes moins longtemps et, par suite, la vapeur emmagasinée à chaque course du piston est à une pression de plus en plus faible qui compense en partie l'accroissement du volume. D'après cela, le poids de vapeur à fournir tend vers une limite constante qui ne diffère pas beaucoup de celle qui correspond à la vitesse de 30 kilomètres à l'heure.

Cette conclusion peut être admise comme donnée pratique approximative. Au fond elle doit s'écarter notablement des faits.

CHAPITRE XIII

LES CHAUDIÈRES A VAPEUR. RÉSUMÉ DE LA THÉORIE DES MACHINES A VAPEUR

Les appareils de chauffe forment une partie intégrante des machines à vapeur, et leur étude offre le plus grand intérêt pratique. Le but de cet ouvrage n'est pas de traiter ce sujet d'une manière étendue, mais il nous a paru utile de donner un exposé succinct de l'état de la question, car les perfectionnements à réaliser dans nos moteurs doivent porter aussi bien sur l'appareil de chauffe que sur l'utilisation de la chaleur qu'ils transmettent.

Nous terminerons par un résumé des résultats obtenus dans le cours de cet ouvrage au sujet de l'emploi de la vapeur dans les machines.

126. **Puissance des chaudières à vapeur.** — L'eau renfermée dans une chaudière mise en contact avec un foyer s'échauffe peu à peu. Lorsque sa température s'est élevée à un degré tel qu'à cette température, la force élastique de sa vapeur soit précisément celle qui correspond à la pression qui règne dans la chaudière, l'ébullition commence. Au contact des parois chaudes qui apportent incessamment de nouvelles quantités de chaleur, l'eau se transforme en vapeur, forme des bulles qui s'élèvent dans la masse liquide et s'y condensent en partie jusqu'à ce que la température de cette masse soit partout uniforme. A partir de ce moment, les quantités de vapeur formées émergent de la masse liquide au fur et à mesure de leur production. Elles remplissent l'atmosphère qui la surmonte, la pression s'élève en même temps que la tem-

pérature et si on ne donnait à la vapeur en dehors de la chaudière un écoulement qui limite la pression et la température, ces dernières s'élèveraient à des limites telles que la vapeur briserait les enveloppes les plus résistantes. C'est le rapport entre l'écoulement de la vapeur hors de la chaudière et l'écoulement de chaleur du foyer vers la chaudière qui détermine la température et la pression normale de l'ébullition. Lorsque ces éléments ne varient pas, c'est que la quantité de chaleur entrée dans la chaudière pendant l'unité de temps est précisément égale à la quantité de chaleur emportée par la vapeur pendant cette même unité de temps. Or, tandis que la quantité de chaleur fournie par le foyer est à peu près constante et croît proportionnellement au temps, la quantité de vapeur puisée dans la chaudière varie à chaque instant. Elle est maximum quand le piston marche à pleine pression, elle est nulle pendant la détente, néanmoins la température accusée par le thermomètre et la pression indiquée par le manomètre ne varient pas sensiblement, c'est que l'eau et la vapeur emmagasinées dans la chaudière constituent une réserve de chaleur qui rend insensibles ces petites variations, absolument comme le *volant* d'une machine rend insensibles les variations d'effort du piston sur la manivelle.

D'après ce que nous venons de dire, la *puissance* d'une machine à vapeur ne dépend pas seulement des dimensions du cylindre, elle dépend bien plus encore de la *puissance* de vaporisation de la chaudière, c'est-à-dire de la quantité de vapeur que cette dernière peut fournir dans un temps donné à une pression donnée.

Avec une forte chaudière et un petit cylindre, on pourrait constituer une machine donnant un très-grand nombre de tours à une haute pression.

Avec une petite chaudière et un grand cylindre, on ne pourrait faire qu'une machine à basse pression et à marche très-lente.

On doit chercher à réaliser dans chaque cas particulier, un équilibre entre les puissances du cylindre et la chaudière, et la base qui sert en pratique à créer cet équilibre, c'est la *quantité de vapeur fournie par mètre carré de surface de chauffe et par heure.* Dans cet argument comparatif, il n'est pas question de la pression, c'est, qu'en effet, elle a peu d'influence sur la consommation définitive de chaleur. Ainsi que nous l'avons vu, M. Regnault a établi

que la quantité de chaleur nécessaire pour transformer 1 kilogramme d'eau à 0° en vapeur saturée à T°, a pour expression :

$$\lambda = 606,5 + 0,305 T.$$

Par exemple, pour faire de la vapeur saturée à 1 atmosphère, c'est-à-dire à 100°, il faut dépenser une quantité de chaleur égale à

637 calories.

Pour faire 1 kilogramme de vapeur saturée à 5 atmosphères, c'est-à-dire à 152°,22, il faut dépenser une quantité de chaleur égale à

$652^{\text{calories}},92.$

La différence n'est que de 16 calories, c'est-à-dire de

$\frac{1}{40^e}$ environ.

Cette différence est en pratique peu importante et elle justifie la mesure adoptée pour la puissance des chaudières, c'est-à-dire le poids *de vapeur produite par heure et par mètre carré de surface de chauffe.*

Cette quantité dépend elle-même de plusieurs circonstances. L'épaisseur du métal, la conductibilité de ce métal pour la chaleur, la température du foyer, la disposition de la surface de chauffe. De toutes ces circonstances, la dernière a seule une grande importance. Les parois métalliques peuvent, en effet, transmettre dans un temps donné des quantités de chaleur incomparablement plus grandes que celles qu'elles transmettent ordinairement dans les chaudières. La transmission est proportionnelle à la différence de température des deux faces chauffée et non chauffée. Si l'eau ne se renouvelait pas sur la face non chauffée, l'équilibre de température s'établirait et il ne passerait d'autre chaleur que celle que l'eau peut transmettre par conductibilité. La conductibilité des liquides est très-faible. La vaporisation serait donc très réduite. En réalité, c'est le renouvellement de l'eau sur les surfaces de chauffe qui donne lieu à une puissante évaporation. Plus ce renouvellement est actif, plus la chaudière est puissante. Nous voyons donc, qu'en réalité, le poids de vapeur fourni par mètre carré et

par heure dépend de la disposition de la surface de chauffe, et qu'il ne saurait être constant. Toutes choses égales, d'ailleurs, la puissance de la chaudière est en raison du renouvellement de l'eau contre les parois.

127. **Rendement économique des chaudières à vapeur.** — Les appareils de chauffe doivent satisfaire à une autre condition que celle de la puissance : c'est l'économie. L'économie du combustible est un des éléments indispensables de tout appareil moteur, et elle marque pour ainsi dire le degré de sa perfection. Telle chaudière pourrait donner une grande quantité de vapeur par mètre carré et par heure, et n'utiliser qu'une faible part de la chaleur émise par le combustible. Il est bien certain, par exemple, que la partie de la chaudière qui est placée directement sur le foyer recevra par mètre carré plus de chaleur que les parties qui en sont plus éloignées. Si l'on restreignait la chaudière à cette partie qui regarde directement le feu, on réaliserait une grande puissance par mètre carré de surface de chauffe, mais on perdrait complétement la chaleur emportée par la flamme, chaleur qui se répand dans l'atmosphère à l'extrémité de la cheminée. On doit donc viser à utiliser le plus possible la chaleur du combustible. Pour y parvenir, on place sur le parcours de la flamme des surfaces de chauffe en quantité suffisante pour absorber la chaleur des gaz, les refroidir et les rendre à la cheminée à la température la plus basse possible. Comme la chaleur qui peut passer dans un temps donné à travers une surface de chauffe est proportionnelle à la différence de température qui règne sur les deux faces, c'est-à-dire à la différence de température du corps *chauffant* et du corps *chauffé*, on a intérêt à mettre les surfaces les plus froides en contact avec les gaz les plus froids, en d'autres termes, l'eau froide doit entrer dans les chaudières du côté des gaz froids et parcourir la chaudière en sens inverse du mouvement de la flamme. C'est le *principe des courants inverses*. Les appareils dits *réchauffeurs*, et qui consistent en tubes recevant l'eau froide d'alimentation, tubes que l'on place près de l'échappement des gaz dans la cheminée, n'ont pas d'autre but que d'utiliser la chaleur conformément au principe que nous venons d'énoncer.

L'établissement d'une chaudière comporte donc au point de vue économique un argument qui est ainsi défini ; *le poids de vapeur*

fourni par kilogramme de houille. Il va sans dire que dans cette évaluation, on doit tenir compte de la qualité de la houille, qualité qui n'est pas uniforme, mais qu'on doit rapporter à sa valeur moyenne.

En résumé, on mesurera la *puissance* d'une chaudière par le *poids de vapeur produit par heure et par mètre carré de surface de chauffe;* on mesurera son utilisation par *le poids de vapeur fourni par kilogramme de houille.*

128. **Des différentes espèces de chaudières.** — Les premières chaudières fonctionnaient à basse pression, elles avaient la forme d'un vase hémisphérique à fond presque plat; on les appelait chaudières *à tombeau* (fig. 69).

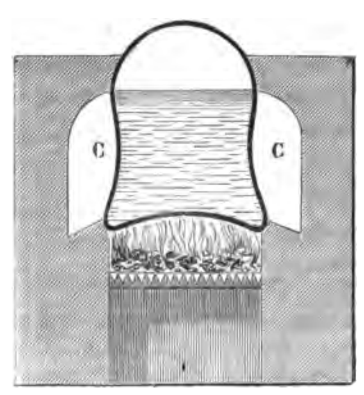


Fig. 69.

Plus tard on eut besoin de machines plus puissantes; on augmenta la pression et il fallut donner aux enveloppes des chaudières la forme d'un solide de résistance maxima. On employa alors les chaudières cylindriques (fig. 70) terminées par des fonds hémisphériques.

Plus tard encore, on eut besoin d'augmenter la surface de chauffe sans augmenter toutefois dans une forte proportion le volume des chaudières qui était déjà bien encombrant. On imagina alors les chaudières à foyer intérieur (fig. 71) et les chaudières à *bouilleurs* (fig. 72). Les bouilleurs B sont des tubes horizontaux


Fig. 70.

noyés dans la flamme et qui communiquent avec les chaudières par des tubulures verticales rivées sur les parois et sur le dessus des bouilleurs (fig. 72).

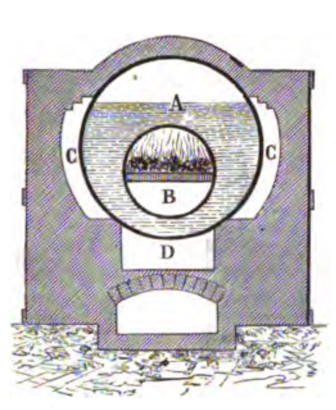


Fig. 71.



Fig. 72.

Tantôt ces bouilleurs sont compris dans le même plan vertical que la chaudière, tantôt ils sont logés dans des compartiments latéraux ou la flamme n'arrive que quand elle a déjà perdu une grande partie de sa chaleur (fig. 73).

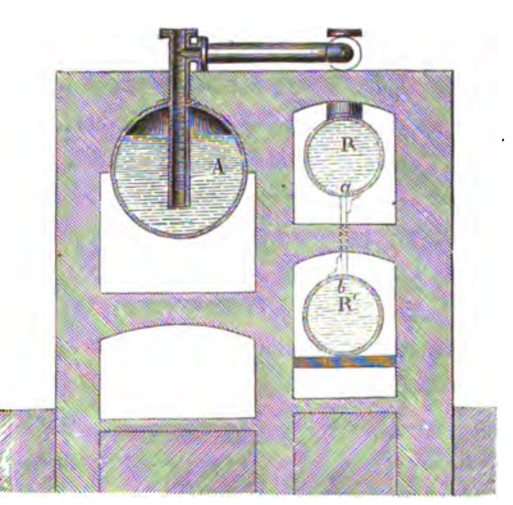
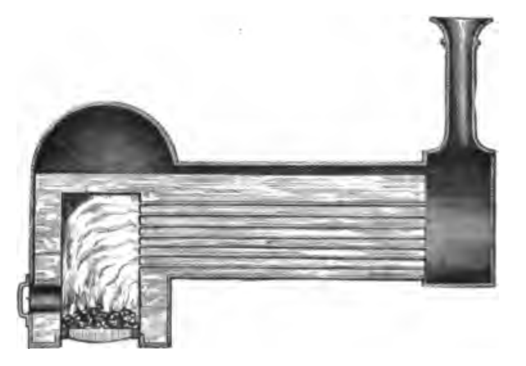


Fig. 73.

Lorsqu'il s'agit de créer la machine locomotive à vapeur, on se trouva, au point de vue de la chaudière, en présence d'une grosse difficulté. Les chaudières jusqu'alors employées étaient très-encombrantes. Il s'agissait de constituer un appareil de chauffe très-puissant et en même temps occupant peu de place. M. Séguin avait imaginé le système tubulaire en 1826 (fig. 74), et cette découverte qui devait faire faire de si grands progrès aux machines à vapeur, se trouva

toute prête lorsqu'il s'agit de l'appliquer aux locomotives.

L'invention réalisa entièrement les espérances qu'elle avait fait concevoir, et l'industrie se trouva immédiatement en possession d'un nouveau type de chaudière pouvant présenter sous un petit volume des surfaces de chauffe considérables et constituant des appareils d'une grande puissance.



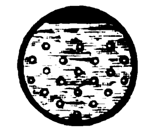


Fig. 74.

Enfin, dans ces dernières années, un nouveau principe fort ingénieux a été mis en pratique. Dans les chaudières Field (fig. 75), des tubes *tt* sont pendants au milieu de la flamme. A l'intérieur de ces tubes emboutis sur le ciel de la chaudière sont placés des tubes plus petits *q* terminés à la partie supérieure par un entonnoir évasé, et simplement suspendus sur le plus grand tube sans fermer son orifice supérieur. Sous l'action de la chaleur du foyer la vapeur se forme dans le cylindre annulaire compris entre les deux tubes, cette vapeur s'élève et l'eau du petit tube vient la remplacer au fur et à mesure de sa formation. Il s'établit ainsi un courant d'eau descendant dans le tube intérieur, et un courant de vapeur ascendant le long des parois extérieures. Ce courant atteint des vitesses considérables, et grâce au renouvellement permanent du liquide en contact avec les parois chauffées, l'évaporation est très-active. Ces sortes d'appareils sont caractérisés par la rapidité de la mise sous pression. Aussi conviennent-ils surtout pour les pompes à incendie et dans les autres circonstances où la mise en marche doit être faite en peu de temps.

Il existe un certain nombre d'autres générateurs à *circulation* rapide. Le principe en est toujours le même : créer par des diffé-

rences de poids spécifique de l'eau et de la vapeur des courants verticaux qui renouvellent le liquide en contact avec les parois.

Enfin les générateurs des machines marines (fig. 76) offrent une combinaison du système tubulaire avec les parois planes.

Ce système peu rationnel puise sa raison

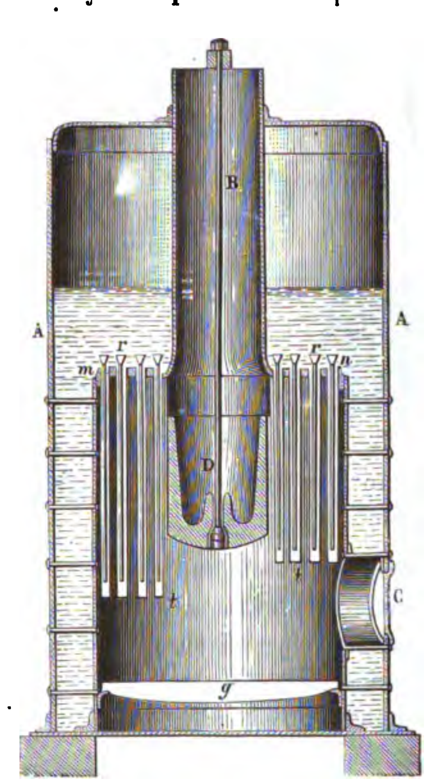
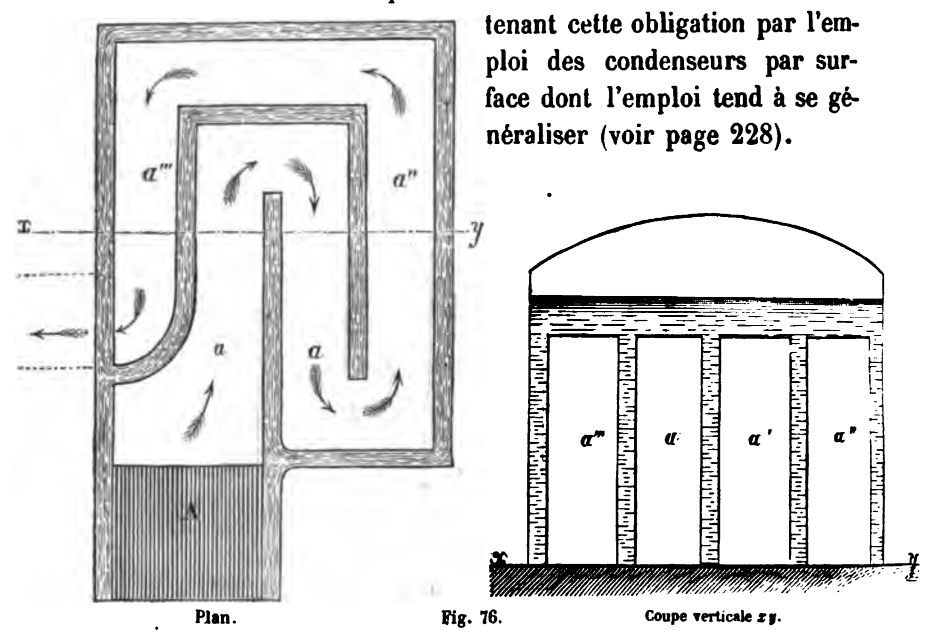


Fig. 75.

d'être dans la forme qu'on est obligé de donner aux chaudières pour les loger commodément dans la carène des navires. Ici les maçonneries sont totalement supprimées, et l'appareil simplement en tôle est réconforté par des armatures métalliques pour éviter les déformations des parois planes. Les générateurs de machines marines sont d'ailleurs soumis à une sujétion qui leur est spéciale et qui cause une notable déperdition de chaleur, nous voulons parler de l'obligation de rejeter une partie de l'eau contenue dans les chaudières, lorsque sa teneur en sel dépasse une

certaine limite. C'est ce qu'on nomme *l'extraction*. On évite maintenant cette obligation par l'emploi des condenseurs par surface dont l'emploi tend à se généraliser (voir page 228).



Plan. Fig. 76. Coupe verticale *xy*.

En résumé, on peut classer les générateurs de vapeur en sept catégories distinctes :

1° Chaudières à tombeau;
2° Chaudières cylindriques à foyer extérieur;
3° Chaudières cylindriques à foyer intérieur;
4° Chaudières à bouilleurs;
5° Chaudières tubulaires;
6° Chaudières à circulation;
7° Chaudières marines.

129. **Tableau des éléments numériques relatifs aux chaudières à vapeur. — Rendement calorifique.** — Les différents types de chaudières employées dans l'industrie varient à l'infini dans leurs détails, mais ils peuvent toujours se ramener à la classification que nous avons adoptée. Nous terminerons en donnant un tableau des arguments spéciaux des différentes espèces de chaudières et en y joignant un nouvel élément, *le poids de combustible brûlé par décimètre carré de surface de grille*. Ces éléments sont extraits des ouvrages de MM. Morin, Tresca et Péclet.

NATURE DES CHAUDIÈRES.	PUISSANCE — POIDS D'EAU ÉVAPORÉE PAR MÈTRE CARRÉ ET PAR HEURE.	RENDEMENT — POIDS DE VAPEUR PRODUITE PAR KILOGR DE COMBUSTIBLE.	GRILLES — CHARBON BRULÉ PAR DÉCIM. CARRÉ ET PAR HEURE.
	kilog.	kilog.	kilog.
Chaudières à tombeau (Cornouailles).... (Expériences de M. Wicksteed.)	»	7,96	»
Chaudières à tombeau des eaux de Londres. (Expériences de M. Wicksteed.)	28,15	8 35	53,80
Chaudières cylindriques à foyers intérieurs. (Expériences de M. Wicksteed.)	24,26 à 44,76	8,44	»
Chaudières cylindriques à foyers intérieurs. (Expériences de M. Wicksteed.)	8,68	8,55	44,76
Chaudières de bateaux .... (Expériences de M. Wicksteed.)	»	9,56 à 9,45	»
Chaudières sans bouilleurs......... (Expériences Cavé.)	»	6,80	»
Chaudières avec bouilleurs......... (Expériences Cavé.)	»	6,70	»
Chaudières cylindriques en cuivre..... (Expériences Schlumberger.)	»	5,53	»
Chaudières cylindriques en fonte avec deux bouilleurs en tôle........... (Expériences Schlumberger.)	»	4,80 à 6,06	»
Chaudières cylindriques à 1 bouilleur. . . (Expériences Morin.)	22,48	8,74	54,30
Chaudières cylindriques à 2 bouilleurs inférieurs :			
Expériences Cavé..........	21	6 88	56,00
— Carillion, à Paris.....	19,80	5,84	66,35
— Glacerie de Montluçon. . .	28,73	5,90	129,61
Chaudières à 2 bouilleurs......... (Durenne, Exposition 1855.)	21,07	8,10	63,50
Chaudières à 3 bouilleurs........ (Expériences Marozeau, 1849.)	11,52	7,15	27,28
Chaudières à 3 bouilleurs......... (Dollfus-Mieg et Cᵉ, Exp. de Mulhouse.)	28,90	6,71	88,10
Chaudières à bouilleurs latéraux :			
— Farcot, à 4 bouilleurs latéraux..	7,64	7,42	48,00
— Farcot, à 3 bouilleurs latéraux..	14,45	8,51	60,36
— Lecointe, à 2 bouilleurs latéraux.	9,30	6,70	35,71
— Farcot, à 2 bouilleurs latéraux.. (Exposition 1855.)	19,68	8,00	72,35
Chaudières tubulaires de locomotive.... (Morin, Compagnie de Lyon.)	12,13	8,00	109,82

NATURE DES CHAUDIÈRES.	PUISSANCE — POIDS D'EAU ÉVAPORÉE PAR MÈTRE CARRÉ ET PAR HEURE.	RENDEMENT — POIDS DE VAPEUR PRODUITE PAR KILOGR. DE COMBUSTIBLE.	GRILLES — CHARBON BRULÉ PAR DÉCIM. CARRÉ ET PAR HEURE.
	kilog.	kilog.	kilog.
Chaudières tubulaires fixes. . . . . (Chem. de fer du Nord, à La Chapelle.)	17,62	8,00	68,63
Chaudières tubulaires (Système Molinos et Pronnier) :			
Chaudières de l'Exposition de 1855.. . .	30,37	9,10	129,69
Chaudières des expériences de Mulhouse.	14,90	7,54	81,62
Chaudières tubulaires (Système Zambeaux).			
Exposition de 1855..	16,55	8,30	176,75
Expériences de Mulhouse.	8,10	7,56	78,16
Chaudières tubulaires (Système Prouvost).			
Expériences de Mulhouse.	7,15	7,40	55,42
Chaudières à 2 bouilleurs latéraux.. . . . (Expér. de M. Chavès, au Chemin de fer du Nord. Service courant.)	»	4,30 à 6,25	»
Chaudières à 1 bouilleur. . . . . (Expériences de M. Chavès, etc.)	»	4,90 à 5,00	»
Chaudières cylindriques seules.. . . . . . (Expériences de M. Chavès, etc.)	»	6,40	»
Chaudières tubulaires seules. *Id*..	»	6,40 à 7,00	»
Chaudières cylindriques avec un réchauffeur (Expériences de Newscastle).	»	10,06 9,11	102,50 103,20
Chaudières cylindriques avec un réchauffeur. (Wye-Villiams).	»	10,84 11,30	131,70 133,60
Chaudières de locomobiles..	»	»	»
Expér. du Conserv. des Arts-et-Métiers.. . .	»	9,28	29,30
Locomobiles Tuxford.	23,82	8,09	86,39
— Cail et Cᵉ, tubes de 0,04. . . .	20,94	9,44	100,14
— Cail et Cᵉ, tubes de 0,06 . . .	29,92	6,88	91,11
— Thomas, Laurent et Pérignon..	23,99	8,70	74,90
— Cail et Cᵉ, demi-portative. . .	25,02	7,44	206,30
— Nepveu et Cᵉ.	41,09	»	»
— Gargan et Cᵉ.	18,44	7,56	73,55
Chaudières de Locomotives. . . . . (Expér. du Chem. de fer du Nord en 1850.)	»	7,11 à 8,54	»
Divers.	35,00	»	250 à 300
Chaudières de bateaux (Morin)..	21,98	6,70	76,77
Le Napoléon de 950 chevaux..	16,73	6,53	53,40
Chaudières Field.. . . . . (Exposition 1867.)	40,00	9,30	»

La comparaison des chiffres inscrits dans une même colonne verticale démontre que la puissance d'évaporation des appareils est très-différente suivant leurs dispositions. La surface de grille varie également beaucoup pour une combustion donnée, mais en général, elle augmente dans les appareils tubulaires. Enfin la valeur économique de chaque système dépend d'un grand nombre de conditions, parmi lesquelles l'habileté des chauffeurs n'est pas la moins importante. On peut dire qu'au point de vue de l'économie les chaudières n'ont fait aucun progrès depuis Watt. Les chaudières à tombeau de Cornouailles ou de Londres donnaient 8 kilog. environ de vapeur par kilogramme de combustible, les appareils plus récents n'atteignent pas ce rendement. Cela tient en grande partie au soin avec lequel étaient construites les premières chaudières. On y prenait, pour éviter les pertes de chaleur, des précautions qui ont été malheureusement trop négligées depuis. Le besoin de diminuer l'encombrement est venu s'ajouter à cette négligence.

En diminuant la longueur des appareils, on a diminué les parcours de fumée, et on a été conduit à laisser échapper les gaz à une température plus élevée. On a donc perdu en économie l'avantage qu'on a gagné au point de vue de l'encombrement des appareils.

Il faut d'ailleurs faire attention à une circonstance importante dont le tableau précédent ne fait pas mention. Tels appareils produisent de la vapeur à peu près sèche, c'est-à-dire n'entraînant avec elle que 5 ou 6 pour 100 d'eau non vaporisée. D'autres, au contraire, ne produisent que de la vapeur très-humide, et la proportion d'eau entraînée peut s'élever à 25, 30 et même 40 pour 100. La chaleur fournie à 1 kilogramme de vapeur contenant 5 pour 100 d'eau à 5 atmosphères est d'après le tableau A de Zeuner.

$$154 + 0,95 \times (455,05) = 586,29 \text{ calories.}$$

celle fournie à 1 kilogramme de vapeur contenant 40 pour 100 d'eau, est seulement

$$154 + 0,60 \times 455,05 = 427 \text{ calories.}$$

La différence est de 159 calories, soit près du quart du chiffre

de 586 correspondant à la vapeur à peu près sèche. Les locomotives, et, en général, les chaudières à évaporation rapide et à réservoir de vapeur restreint, produisent de la vapeur très-humide. Il ne faut donc accepter les chiffres de rendement du tableau précédent que sous le bénéfice de cette remarque qui leur ôte, comme on le voit, une grande partie de leur valeur.

Le chiffre maximum de rendement qu'on puisse espérer, en service courant, pour une bonne chaudière est celui de 7 kilog. de vapeur par kilogramme de houille de qualité moyenne donnant 10 pour 100 de cendres. En fixant à 8,000 calories la chaleur dégagée par la combustion d'un kilogramme de houille pure, on reconnaît que l'utilisation des chaudières correspond à une fraction égale à

$$\frac{7 \times 586}{0,90 \times 8000} = \frac{4102}{7200} = 57 \text{ p. } 100 \text{ environ.}$$

Plus du tiers de la chaleur est perdue dans nos meilleurs générateurs de vapeur. Ajoutons enfin que les soins d'un bon chauffeur peuvent aisément augmenter le rendement de 10 pour 100.

De ces indications, on doit conclure que cette partie de nos machines à vapeur est susceptible de recevoir de notables perfectionnements. Cependant, si l'on considère l'état stationnaire du rendement calorifique des chaudières de Watt, on est porté à croire que ces perfectionnements sont très-difficiles à réaliser. Les foyers Siemens nous paraissent être la seule tentative faite dans le but d'économiser le combustible et qui mérite d'être signalée, mais son application est nécessairement restreinte aux machines à vapeur fixe.

130. **La machine à vapeur parfaite. — Rendement des machines à vapeur de l'industrie.** — La vapeur une fois produite, il s'agit de l'utiliser. C'est ici surtout qu'interviennent les principes pour la vulgarisation desquels cet ouvrage a été particulièrement écrit. Rappelons d'abord ce que serait la machine à vapeur parfaite, telle que nous l'avons décrite, page 61.

Elle serait composée de trois cylindres. Dans un premier cylindre, la vapeur saturée à la température T exercerait un travail de pleine pression et se détendrait ensuite jusqu'à n'avoir plus que la

pression de saturation entretenue dans un cylindre par un réfrigérant extérieur à la température t.

Son abaissement de température pendant la détente serait ainsi $(T - t)$. A la fin de la détente la vapeur passerait dans le second cylindre refroidi extérieurement ou cylindre récepteur, et elle serait soumise à la compression d'un piston, compression pendant laquelle sa température serait maintenue à la température t. Le réfrigérant absorberait la chaleur résultant de la compression.

Vers la fin de la course du deuxième piston et à un moment donné, que les circonstances finales vont nous permettre de préciser, la vapeur serait introduite dans un troisième cylindre, imperméable à la chaleur, où elle subirait une compression à la fin de laquelle elle serait complétement transformée en eau à T. Elle serait renvoyée à la chaudière où elle recommencerait *le cycle fermé* qu'elle a parcouru,

Dans une pareille machine la vapeur se dilaterait à température constante dans la chaudière, et elle serait comprimée à température constante dans le *récepteur*, ce sont là les caractères distinctifs du maximum de rendement. Nous avons démontré que la fraction de chaleur dépensée par la chaudière qui peut être transformée en travail mécanique, a pour expression

$$\frac{T-t}{a+T},$$

formule ou $a = 273°$. En d'autres termes si l'on appelle Q la quantité de chaleur fournie par la chaudière, Q′ la quantité de chaleur restituée au récepteur, la quantité de chaleur disparue, et par suite transformée en travail mécanique est

$$Q-Q',$$

et le rendement a pour valeur

$$\frac{Q-Q'}{Q}.$$

C'est ce rapport qui dans les machines les plus parfaites ne peut pas dépasser la fraction

$$\frac{T-t}{a+T}.$$

La mécanique rationnelle enseigne qu'une machine rend toujours un travail utile inférieur au travail moteur. Le complément indispensable de ce théorème relativement aux machines thermiques est celui-ci :

La proportion de chaleur dépensée qui peut être transformée en travail moteur ne dépasse pas la fraction $\frac{T - t}{a + T}$, T et t étant les températures respectives de la source de chaleur et du récepteur (autrement dit du condenseur).

Quelques auteurs donnent une idée très-fausse des machines à vapeur actuelles en disant qu'elles sont très-imparfaites puisqu'elles n'utilisent que 5 à 15 pour 100 de la chaleur dépensée. Cette assertion est exacte, mais il faut ajouter qu'il serait impossible, quel que fût le système adopté d'utiliser non pas seulement la totalité de la chaleur dépensée, mais une fraction de cette chaleur dépassant 20 pour 100.

En effet, considérons une machine à vapeur à très-longue détente et à condensation prenant la vapeur à 6 atmosphères et la détendant à 20 fois son volume primitif, ce sont là certainement les conditions limites qu'on puisse admettre. La température de la vapeur étant à 6 atmosphères de 159°,22, et la température la plus basse du condenseur étant de 35°, une pareille machine pourrait utiliser théoriquement une fraction égale à

$$\frac{159{,}22 - 35^\circ}{273^\circ + 159{,}22} = 0{,}286$$

de la chaleur fournie par la chaudière. Comme la *chute de chaleur* (T — t) que nous avons adoptée dans notre exemple, est à peu près la plus grande qu'il soit possible de réaliser dans nos machines, on en doit conclure que le chiffre de 0,286 est le plus grand coefficient d'utilisation qu'il soit possible d'obtenir dans nos machines à vapeur, même en les supposant parfaites.

Si l'on tient compte des pertes de chaleur inhérentes à la conduite de la vapeur dans les tuyaux et dans les cylindres, des imperfections de la distribution, et enfin des pertes de force causées par les frottements qu'on peut diminuer sans jamais les annuler complétement, on reconnaîtra que l'utilisation de 20 pour 100 de

la chaleur reçue par la chaudière serait encore un très-beau résultat que la plupart de nos machines sont loin d'offrir.

En effet, si l'on suppose la chaudière bien établie et rendant $\frac{2}{3}$ d'effet utile, la consommation de houille d'une pareille machine sera de

$$\frac{3600 \times 75}{\frac{2}{3} \times 8000 \times 424 \times 0,20} = 0^k,595.$$

Soit environ $0^k,60$ de houille par force de cheval et par heure.

Quelques machines très-perfectionnées consomment moins de 1 kilogramme de houille par force de cheval et par heure, mais aucune n'a réalisé le degré d'économie qui correspond à un rendement calorifique de 20 pour 100.

Le rapprochement de ces chiffres contient un enseignement et nous fournit une réponse contre les détracteurs de nos machines à vapeur actuelles. En réalité, nos meilleures machines utilisent 60 à 65 pour 100 de la chaleur *convertissable* en travail mécanique. En cela elles se rapprochent des bons moteurs hydrauliques, qui, comme on le sait, rendent 65 à 70 pour 100 du travail moteur des chutes d'eau.

Il est vrai que le nombre des machines à vapeur qui réalisent ce degré d'utilisation est extrêmement restreint. Toutes les machines *sans condensation* perdent une grande partie de la chaleur qui serait *convertissable* en travail mécanique si elles étaient munies d'un condenseur. Par exemple, une machine sans condensation prenant la vapeur à 6 atmosphères ne peut rendre qu'une fraction égale à

$$\frac{159^o,22 - 100^o}{273^o + 159^o,22} = 0,137$$

de la chaleur fournie par la chaudière. Cette fraction n'est pas la moitié de la fraction 0,286 que nous avions trouvée pour la machine à condensation.

Les machines à vapeur *sans condensation* ne peuvent donc pas être des machines *économiques*. Elles présentent l'avantage d'une

plus grande simplicité de construction, d'un moindre encombrement, mais au point de vue purement théorique, elles constituent un système imparfait.

Les considérations qui précèdent doivent donner une idée nette de ce qu'il est possible d'attendre du perfectionnement des machines à vapeur dans l'avenir. On ne peut compter en somme que sur des améliorations de détail, mais l'industrie est aujourd'hui à même de réaliser à peu près la perfection dans ce genre de moteurs, et les machines à vapeur qui consomment 1 kilogramme de houille par force de cheval effectif et par heure n'en sont pas très-éloignées.

131. **Poids spécifique de la vapeur d'eau.** — On n'a jamais déterminé par des expériences précises et méthodiques la variation du poids spécifique de la vapeur d'eau avec la température. On connaît seulement la densité de la vapeur à 100° telle qu'elle résulte des expériences de M. Dumas. Elle est égale à 0,620, celle de l'air était représentée par 1. Cela donne pour le poids du mètre cube de vapeur :

$$\frac{0,620 \times 1,293}{1+0,366}, \quad \text{ou} \quad 0^k,59.$$

La composition atomique de la vapeur d'eau conduit au même résultat. Quant aux variations du poids spécifique de la vapeur en raison de la température, on a supposé jusqu'à présent qu'elles avaient lieu conformément à la loi de Mariotte, c'est-à-dire que les poids spécifiques étaient proportionnels aux pressions. Cette hypothèse qui a servi de point de départ à la construction de toutes les tables publiées jusqu'à ce jour n'est pas exacte.

La théorie de la chaleur nous a fourni une éclatante confirmation de ses principes dans la détermination directe par le calcul du poids spécifique de la vapeur d'eau à toutes les températures. La table A de Zeuner renferme dans les colonnes 8 et 9 les valeurs du volume spécifique et du poids spécifique de la vapeur d'eau pour toutes les pressions.

En comparant ces valeurs à celles qui sont données dans les tables usuelles, on reconnaîtra de notables différences.

Voici quelques éléments de comparaison :

Pression.. . .	$0^{at},50$	1^{at}	2^{at}	3^{at}	4^{at}	5^{at}	8^{at}	10^{at}
Volumes d'après le Guide du mécanicien de MM. Flachat, Petiet.	3,205	1,689	0,891	0,614	0,472	0,385	0,251	0,205
Volumes calculés par Zeuner.. .	3,165	1,646	0,857	0,586	0,447	0,363	0,234	0,190

En général, les volumes calculés par Zeuner sont plus faibles que ceux qu'on a employés jusqu'ici. La différence atteint 7 1/2 pour 100 à la pression de 10 atmosphères.

De l'eau entraînée par la vapeur. — Dans les machines à vapeur, il faut tenir compte pour l'évaluation des dépenses de vapeur de l'eau entraînée par la vapeur. La proportion en est variable suivant la disposition des chaudières, mais, en général, on ne doit pas compter qu'elle descende au-dessous de 5 pour 100 dans les meilleures chaudières, nous voulons dire dans celles qui présentent une chauffe régulière et qui possèdent un grand réservoir de vapeur.

MM. Morin et Tresca (*Des machines à vapeur*) vont jusqu'à admettre qu'un kilogramme de vapeur entraîne presque toujours jusqu'à *un quart* de son poids d'eau non vaporisée.

Ce chiffre nous paraît excessif pour la plupart des chaudières fixes, mais il est certainement atteint dans la plupart des appareils tubulaires desservant des machines à grande vitesse, comme par exemple les locomotives.

MM. Vuillemin, Guébhard et Dieudonné (*De la résistance des trains*) citent à l'occasion des machines locomotives, les chiffres suivants :

Pertes et entraînement d'eau, 24, 30, 31 et 39 pour 100. Il est vrai que ces chiffres calculés par la comparaison entre la consommation d'eau mesurée au tender, et le volume décrit par les pistons pendant la durée de l'admission ne sauraient offrir une grande exactitude, attendu que la pression pendant l'admission dans le cylindre diffère notablement de celle qui a lieu dans la chaudière, et qu'ainsi elle n'est pas connue. Les auteurs ajoutent qu'ils ne pensent pas qu'il y ait lieu de s'attacher à trop sécher la

vapeur, parce que si, d'une part, on économise le combustible, d'une autre part, on augmente l'usure des mécanismes par l'emploi de la vapeur sèche.

Quoi qu'il en soit, on doit admettre que la proportion d'eau entraînée est toujours d'au moins 5 pour 100 et qu'elle peut s'élever à 30 pour 100 du poids total de la vapeur. Dans nos machines la vapeur est toujours en présence d'un excès d'eau, elle est donc toujours *saturée* et sa température est déterminée uniquement par la pression.

132. **De la détente de la vapeur dans les cylindres des machines à vapeur.** — Parmi les propriétés de la vapeur, il n'en est pas qui soient plus mal connues, en général, que celles qui sont relatives à la détente de la vapeur dans une enveloppe imperméable à la chaleur, ce qui est le cas des cylindres des machines à vapeur. La plupart des auteurs qui ont écrit sur cette matière ont exposé ces faits d'une manière erronée.

M. Armengaud dit à la page 78 du tome I de son *Traité des moteurs à vapeur*. « On admet que la vapeur suit la loi de Mariotte « (pendant la détente) comme nous l'avons dit ci-dessus et en sup- « posant que la vapeur conserve sa température initiale pendant « qu'elle se détend. »

Or cette hypothèse de la température constante est tellement fausse, qu'il n'est plus permis de la présenter, même pour arriver à justifier l'application de la loi de Mariotte à la détente de la vapeur. Nous savons, en effet, que pendant la détente de la vapeur la température *s'abaisse constamment*, car cette température n'est autre que la *température de saturation* correspondant à la pression qui règne à chaque instant dans le cylindre, pression qui va en s'abaissant pendant la détente. Nous avons vu qu'en même temps que la pression s'abaisse et que le volume augmente, une portion de la vapeur *se condense*, que ce phénomène de condensation n'est pas un accident, mais bien une conséquence *normale* des lois de la chaleur. Nous avons enfin donné un tableau graphique des quantités de vapeur qui se condensent pendant la détente, et une table des volumes occupés par la vapeur pendant la détente. Les courbes et la table nous démontrent que les condensations qui s'opèrent pendant la detente sont à peu près proportionnelles à

l'abaissement de la température. Si l'on appelle T la température au commencement de la détente, t la température à un moment donné, x_0 la proportion de vapeur sèche contenue dans 1 kilogramme de vapeur humide au commencement de la détente, x la proportion de vapeur sèche contenue dans 1 kilogramme de vapeur humide lorsque la température est descendue à t; on a

$$x = 0,50 + \frac{(x_0 - 0,50)}{(147 + T)}(147 + t).$$

Cette formule sans être absolument rigoureuse est cependant suffisamment exacte pour la pratique.

On peut donc résumer de la manière suivante, les phénomènes qui se passent pendant la détente de la vapeur dans un cylindre imperméable à la chaleur.

1° A mesure que la vapeur se détend, une portion de la vapeur se condense.

2° La vapeur reste toujours saturée.

3° La température s'abaisse constamment de manière à correspondre à la pression qui règne à chaque instant dans le cylindre.

4° La quantité de vapeur sèche contenue dans 1 kilogramme de vapeur du cylindre suit à peu près la loi exprimée par la formule

$$x = 0,50 + \frac{x_0 - 0,50}{147 + T}(147 + t).$$

Nous pouvons ajouter que pendant la détente la pression ne varie pas en raison inverse du volume ainsi qu'on le croit généralement. Elle est toujours beaucoup plus faible que ne l'indiquerait l'application de cette loi.

133. **Des diverses circonstances qui influent sur le rendement. — Application.** — Nous avons analysé dans le cours de ce livre les diverses circonstances qui peuvent influer sur le rendement. Nous nous bornerons ici à les résumer.

La proportion d'eau entraînée par la vapeur au moment où elle sort de la chaudière n'influe pas sensiblement sur le rendement des machines à condensation et à longue détente. Elle diminue ce rendement de 3 à 4 pour 100.

Pour les machines à vapeur sans condensation, la quantité d'eau entraînée est plus grande, notamment dans les locomotives, la perte de rendement peut s'élever à 9 ou 10 pour 100. Ce chiffre atteint 15 pour 100 lorsque le degré de détente de la machine est très-restreint.

Quant à la puissance de la machine, elle augmente à mesure que la proportion d'eau entraînée est plus considérable. En d'autres termes étant donné un cylindre avec un certain degré de détente, le travail mécanique produit à chaque cylindrée sera d'autant plus grand que la vapeur introduite sera plus humide, résultat qui, au premier abord, paraît paradoxal. Par exemple, une locomotive sera plus puissante quand elle emploiera de la vapeur à 30 pour 100 d'eau que si elle employait de la vapeur sèche. La chaudière aura, il est vrai, plus de chaleur à transmettre dans le même temps, ce qui pourra atténuer la puissance définitive de la machine.

Les espaces nuisibles diminuent toujours le rendement d'une machine à vapeur. La perte augmente avec la détente et peut s'élever à 18 pour 100. Il importe de diminuer le plus possible le volume de ces espaces, ce qui peut se faire en établissant deux tiroirs aux deux bouts du cylindre et dans tous les cas, on doit faire entrer leur volume dans le calcul du travail mécanique.

En pratique, la détente réelle ne doit pas dépasser les rapports suivants :

	DEGRÉS DE DÉTENTE PRATIQUES.	
PRESSION INITIALE.	MACHINES SANS CONDENSATION.	MACHINES A CONDENSATION.
12	6	25
10	5	20
8	4	16
6	3,5	13
5	3,0	12
4	2,50	10
3	2,00	8
2	1,40	6
1,20	»	4

On doit s'attacher à éviter toute perte de pression de la vapeur

à son entrée dans le cylindre. Ces dépressions diminuent beaucoup la puissance de la machine. Elles diminuent aussi son rendement.

Les orifices de distribution doivent avoir d'assez larges dimensions et être démasqués très-vite lors de l'admission ou de l'échappement.

Les tuyaux de conduite de la vapeur doivent être enveloppés de matières isolantes pour éviter les condensations.

Les cylindres doivent être également bien enveloppés de chemises imperméables à la chaleur en vue d'éviter les condensations. Quoi qu'on fasse, ces condensations existent toujours, mais on les atténue : 1° en purgeant avec soin les cylindres de l'eau qu'ils peuvent contenir; 2° en enveloppant les cylindres de chemises de vapeur; 3° en donnant des conduits distincts à l'échappement et à l'admission.

Dans l'établissement de la distribution, on doit chercher à se rapprocher de la distribution théorique. Les modes en usage sont loin d'être parfaits et présentent beaucoup d'inconvénients. Une bonne distribution par de larges orifices subitement démasqués est encore un problème à résoudre.

En suivant les principes que nous venons d'exposer on arrivera à établir de bonnes machines à vapeur dont le rendement sera très-supérieur à celui des machines ordinaires. Quant aux calculs que nécessite leur établissement, on trouvera dans le chapitre V toutes les données nécessaires, mais la table C y suppléera facilement. Nous terminerons par une application.

PROBLÈME. — *Calculer une machine de 50 chevaux utiles à 1 cylindre, à condensation, faisant 40 tours par minute marchant à 5 atmosphères, et établie dans les conditions du rendement le plus économique.*

Le travail utile qu'il faut produire est de

$$\frac{50 \times 75 \times 60}{40} = 5625 \text{ kilogrammètres,}$$

par tour de volant, soit de la moitié

$$\frac{1}{2} \times 5625 = 2812^{km},$$

pour chaque côté du piston.

Nous admettrons que les mécanismes rendent 80 pour 100 du travail du piston. Le travail réel sera donc

$$\frac{2812}{0,80} = 3515^{km}.$$

La machine fonctionnant à 5 atmosphères, la détente réelle sera fixée au degré 12. Nous pourrons réaliser avec une bonne distribution une contre-pression égale seulement à $\frac{1}{10}$ d'atmosphère. La table C (n°. 6) nous montre qu'au degré 12 la vapeur à 5 atmosphères produit un travail de

$$52,000^{km} \text{ environ,}$$

par kilogramme de vapeur sèche, ayant un volume spécifique de 0,362 (table A), soit

$$\frac{52,000}{0,362} = 143,600 \text{ kilogrammètres,}$$

par mètre cube de vapeur.

En réalité, la vapeur que nous emploierons ne rendra pas un aussi grand travail à cause de l'espace nuisible. En le fixant au $\frac{1}{30}$ du volume du cylindre, on fera le raisonnement suivant :

1 mètre cube de vapeur rendrait $143,600^{km}$ et se dilaterait jusqu'au volume 12^{mc}.

Le $\frac{1}{30}$ de 12^{mc} est $0^{mc},40$. L'espace nuisible prendra $0^{mc},40$ et le cylindre $0^{mc},60$ pendant l'admission. Les $0^{mc},40$ ne produisent aucun travail de pleine pression. Il y a donc à retrancher du chiffre 143,600 (ce calcul est approximatif),

$$0,40 \times 5 \times 10,300 = 20,700^{km}.$$

Il restera

$$122,900^{km}.$$

Tel sera le travail produit par mètre cube de vapeur dépensée. La consommation de vapeur par cylindrée, sera donc

$$\frac{3515}{122,900} = 0^{m \cdot c},02858.$$

Le volume parcouru par le piston pendant l'admission sera

$$0{,}60 \times 0{,}02858 = 0^{m.c},01715,$$

et le volume du cylindre

$$0{,}01715 \times 12 = 0^{m.c},2058.$$

La détente apparente sera ainsi de $\frac{0{,}60}{12} = \frac{1}{20}$.

Le volume du cylindre pourra être réalisé par un cylindre de

1 mètre de course, $0^{m},512$ de diamètre.

La vitesse moyenne du piston serait ainsi de

$$\frac{40 \times 2 \times 1}{60} = 1^{m},33,$$

ce qui est un chiffre admissible.

Cet exemple montre comment les calculs relatifs à l'établissement d'une machine à vapeur peuvent être faits très-rapidement au moyen de la table C, lorsqu'on n'aura pas besoin d'une grande exactitude et que, pour ce motif, on ne voudra pas recourir à l'emploi des formules exactes du chapitre V.

TABLE A

Principales valeurs relatives à la vapeur d'eau à l'état de saturation.

Tableau des principales valeurs relatives à la vapeur d'eau à l'état de saturation.

PRESSION DE LA VAPEUR.			TEMPÉRATURE en degrés centigrades. t	QUANTITÉ de chaleur convertie en travail mécanique externe par la transformation de l'eau en vapeur. Apu	CHALEUR employée à chauffer l'eau de 0° à t°. $\int_0^t ldt$	CHALEUR de VAPORISATION. r	VOLUME du kilogramme de vapeur en mètres cubes. $w = u + 0{,}001$	POIDS du mètre cube de vapeur en kilogrammes. $\frac{1}{w}$
EN ATMOSPHÈRES.	EN MILLIMÈTRES DE MERCURE.	EN KILOGRAMMES sur 1 mèt. carré de surface. p						
0,1	76	1033,4	46,21	35,349	45,55	573,959	14,5044	0,069
0,2	152	2066,8	60,45	36,679	60,12	564,059	7,52[illegible]6	0,133
0,3	228	3100,2	69,49	37,493	69,35	557,753	5,1288	0,195
0,4	304	4133,6	76,25	38,089	76,27	553,019	3,9079	0,256
0,5	380	5167,0	81,71	38,562	81,85	549,192	3,1654	0,316
0,6	456	6200,4	86,32	38,954	86,57	545,944	2,6648	0,375
0,7	532	7233,8	90,32	39,292	90,65	543,132	2,3040	0,434
0,8	608	8267,2	93,88	39,589	94,30	540,619	2,0314	0,492
0,9	684	9300,6	97,08	39,853	97,57	538,363	1,8178	0,550
1,0	760	10334,0	100,00	40,092	100,55	536,302	1,6460	0,607
1,1	836	11367,4	102,68	40,310	103,29	534,410	1,5046	0,665
1,2	912	12400,8	105,17	40,512	105,84	532,642	1,3861	0,722
1,3	988	13434,2	107,50	40,699	108,22	530,999	1,2855	0,778
1,4	1064	14467,6	109,68	40,873	110,45	529,453	1,1988	0,834
1,5	1140	15501,0	111,74	41,036	112,55	527,996	1,1235	0,890
1,6	1216	16534,4	113,60	41,190	114,55	526,610	1,0573	[illegible]

1,9	1444	19634,6	118,99	41,605	119,97	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2,0	1520	20668,0	120,60	41,730	121,61	521,700	0,8571	1,167
2,1	1596	21701,4	122,15	41,849	123,20	520,599	0,8186	1,222
2,2	1672	22734,8	123,64	41,964	124,72	519,544	0,7836	1,276
2,3	1748	23768,2	125,07	42,073	126,18	518,523	0,7515	1,331
2,4	1824	24801,6	126,46	42,180	127,61	517,530	0,7221	1,385
2,5	1900	25835,0	127,80	42,282	128,97	516,582	0,6949	1,439
2,6	1976	26868,4	129,10	42,380	130,30	515,650	0,6698	1,493
2,7	2052	27901,8	130,35	42,475	131,58	514,765	0,6464	1,547
2,8	2128	28935,2	131,57	42,567	132,82	513,897	0,6247	1,601
2,9	2204	29968,6	132,76	42,656	134,04	513,046	0,6045	1,654
3,0	2280	31002,0	133,91	42,742	135,22	512,222	0,5856	1,708
3,1	2356	32035,4	135,05	42,826	136,36	511,426	0,5678	1,761
3,2	2432	33068,8	136,12	42,907	137,48	510,647	0,5511	1,814
3,3	2508	34102,2	137,19	42,987	138,57	509,887	0,5355	1,867
3,4	2584	35135,6	138,23	43,064	139,63	509,144	0,5207	1,920
3,5	2660	36169,0	139,24	43,139	140,68	508,409	0,5067	1,973
3,6	2736	37202,4	140,23	43,212	141,68	507,712	0,4935	2,026
3,7	2812	38235,8	141,21	43,284	142,68	507,014	0,4810	2,079
3,8	2888	39269,2	142,15	43,353	143,64	506,343	0,4691	2,132
3,9	2964	40302,6	143,08	43,421	144,60	505,671	0,4578	2,184
4,0	3040	41336,0	144,00	43,488	145,53	505,018	0,4471	2,237
4,1	3116	42369,4	144,89	43,553	146,44	504,383	0,4368	2,289
4,2	3192	43402,8	145,76	43,617	147,34	503,757	0,4271	2,341
4,3	3268	44436,2	146,61	43,678	148,21	503,148	0,4178	2,393

Tableau des principales valeurs relatives à la vapeur d'eau à l'état de saturation.

PRESSION DE LA VAPEUR. En atmosphères.	En millimètres de mercure.	En kilogrammes sur 1 mèt. carré de surface. p	TEMPÉRATURE en degrés centigrades. t	QUANTITÉ de chaleur convertie en travail mécanique externe par la transformation de l'eau en vapeur. Apu	CHALEUR employée à chauffer l'eau de 0° à t°. $\int_0^t l dt$	CHALEUR de vaporisation. r	VOLUME du kilogramme de vapeur en mètres cubes. $w = u + 0{,}001$	POIDS du mètre cube de vapeur en kilogrammes. $\frac{1}{w}$
4,4	3344	45469,6	147,46	43,740	149,07	502,540	0,4089	2,446
4,5	3420	46503,0	148,29	43,800	149,92	501,950	0,4003	2,498
4,6	3496	47536,4	149,10	43,859	150.75	501,369	0,3922	2,550
4,7	3572	48569,8	149,90	43,916	151,57	500,796	0,3844	2,602
4,8	3648	49603,2	150.69	43,973	152,37	500,233	0,3769	2,653
4,9	3724	50636,6	151,46	44,028	153,16	499,678	0,3697	2,705
5,0	3800	51670,0	152,22	44,083	153,94	499,133	0,3627	2,757
5,1	3876	52703,4	152,97	44,137	154,70	498,597	0,3561	2,807
5,2	3952	53736,8	153,70	44,189	155,46	498,069	0,3497	2,859
5,3	4028	54770,2	154,43	44,241	156,20	497,551	0,3435	2,911
5,4	4104	55803,6	155,14	44,291	156,92	497,041	0,3375	2,963
5,5	4180	56837,0	155,85	44,342	157,65	496,532	0,3318	3,014
5,6	4256	57870,4	156,54	44,391	158,36	496,031	0,3202	3,066
5,7	4332	58903,8	157,22	44,430	159,05	495,540	0,3209	3,116
5,8	4408	59937,2	157,90	44,487	159,75	495,057	0,3157	3,168
5,9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
6,2	4712	64070,8	160,50	44,670	162,41	493,190	0,2966	3,374
6,3	4788	65104,2	161,14	44,715	163,06	492,735	0,2922	3,422
6,4	4864	66137,6	161,76	44,759	163,69	492,289	0,2879	3,472
6,5	4940	67171,0	162,37	44,801	164,32	491,851	0,2838	3,523
6,6	5016	68204,4	162,98	44,844	164,94	491,414	0,2798	3,574
6,7	5092	69237,8	163,58	44,886	165,55	490,986	0,2759	3,624
6,8	5168	70271,2	164,18	44,928	166,17	490,548	0,2721	3,674
6,9	5244	71304,6	164,76	44,968	166,76	490,138	0,2684	3,725
7,00	5320	72338,0	165,34	45,008	167,55	489,718	0,2648	3,776
7,25	5510	74921,5	166,77	45,108	168,82	488,688	0,2563	3,902
7,50	5700	77505,0	168,15	45,203	170,23	487,695	0,2485	4,027
7,75	5890	80088,5	169,50	45,296	171,61	486,796	0,2408	4,152
8,00	6080	82672,0	170,81	45,386	172,94	485,786	0,2338	4,277
8,25	6270	85255,5	172,10	45,475	174,26	484,855	0,2271	4,403
8,50	6460	87839,0	173,35	45,560	175,55	483,950	0,2209	4,527
8,75	6650	90422,5	174,57	45,643	176,79	483,073	0,2150	4,651
9,00	6840	93006,0	175,77	45,725	178,01	482,215	0,2094	4,775
9,25	7030	95589,5	176,94	45,804	179,22	481,364	0,2042	4,897
9,50	7220	98173,0	178,08	45,881	180,38	480,551	0,1991	5,023
9,75	7410	100756,5	179,21	45,957	181,53	479,737	0,1944	5,144
10,00	7600	103340,0	180,31	46,031	182,66	478,941	0,1899	5,266
10,25	7790	105923,5	181,38	46,103	183,75	478,173	0,1855	5,391
10,50	7980	108507,0	182,44	46,174	184,84	477,404	0,1814	5,513

Tableau des principales valeurs relatives à la vapeur d'eau à l'état de saturation.

PRESSION DE LA VAPEUR.			TEMPÉRATURE en degrés centigrades.	QUANTITÉ de chaleur convertie en travail mécanique externe par la transformation de l'eau en vapeur.	CHALEUR employée à chauffer l'eau de 0° à t°.	CHALEUR de VAPORISATION.	VOLUME du kilogramme de vapeur en mètres cubes.	POIDS du mètre cube de vapeur en kilogrammes.
EN ATMOSPHÈRES.	EN MILLIMÈTRES DE MERCURE.	EN KILOGRAMMES sur 1 mèt. carré de surface. p	t	Apu	$\int_0^t l dt$	r	$w = u + 0{,}001$	$\frac{1}{w}$
10,75	8170	111090,5	183,48	46,243	186,04	476,655	0,1775	5,634
11,00	8360	113674,0	184,50	46,311	186,94	475,921	0,1737	5,757
11,25	8550	116257,5	185,51	46,379	187,98	475,189	0,1701	5,879
11,50	8740	118841,0	186,49	46,444	188,97	474,484	0,1667	5,998
11,75	8930	121424,5	187,46	46,508	190,07	473,778	0,1634	6,120
12,00	9120	124008,0	188,41	46,571	190,94	473,091	0,1602	6,242
12,25	9310	126591,5	189,35	46,633	191,90	472,413	0,1572	6,361
12,50	9500	129175,0	190,27	46,693	192,84	471,753	0,1543	6,481
12,75	9690	131758,5	191,18	46,753	193,77	471,093	0,1514	6,605
13,00	9880	134342,0	192,08	46,812	194,69	470,442	0,1487	6,725
13,25	10070	136925,5	192,96	46,869	195,59	469,809	0,1461	6,845
13,50	10260	130509,0	193,83	46,926	196,48	469,176	0,1430	6,964
13,75	10450	142092,5	194,09	46,982	197,36	468,572	0,1412	7,082
14,00	10640	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

TABLE B

Tables numériques relatives à la détente de la vapeur d'eau.

(La lettre x représente la proportion de vapeur sèche contenue dans 1 kilogramme de vapeur humide. — Le δ représente le degré de détente, c'est-à-dire le rapport du volume final de la vapeur à son volume initial.)

Nota. — Les valeurs de x ne sont qu'approximatives, mais suffisamment exactes pour la pratique.

Tables numériques relatives à la détente de la vapeur d'eau.

N° 1. TEMPÉRATURE INITIALE : 190°.

TEMPÉRATURES.	$x_0 = 1,00$		$x_0 = 0,95$		$x_0 = 0,90$		$x_0 = 0,85$		$x_0 = 0,80$		$x_0 = 0,75$		$x_0 = 0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
180°	0,986	1,21	0,937	1,21	0,890	1,21	0,842	1,21	0,794	1,22	0,744	1,22	0,696	1,22
170°	0,972	1,49	0,924	1,49	0,880	1,50	0,835	1,50	0,786	1,50	0,737	1,50	0,693	1,51
160°	0,957	1,85	0,912	1,85	0,868	1,86	0,823	1,87	0,778	1,88	0,732	1,88	0,687	1,90
150°	0,943	2,33	0,898	2,33	0,857	2,35	0,813	2,36	0,769	2,37	0,724	2,38	0,683	2,41
140°	0,927	2,97	0,885	2,98	0,845	3,00	0,803	3,02	0,761	3,04	0,717	3,05	0,677	3,09
130°	0,912	3,84	0,872	3,86	0,832	3,89	0,792	3,92	0,752	3,96	0,710	3,98	0,672	4,04
120°	0,897	5,05	0,858	5,08	0,820	5,13	0,780	5,16	0,743	5,23	0,703	5,27	0,665	5,35
110°	0,882	6,75	0,844	6,79	0,808	6,87	0,769	6,92	0,733	7,02	0,695	7,08	0,658	7,20
100°	0,867	9,21	0,830	9,26	0,795	9,37	0,758	9,46	0,724	9,61	0,687	9.71	0,652	9,89
90°	0,851	12,46	0,816	12,55	0,783	12,75	0,747	12,85	0,714	13,06	0,678	13,21	0,644	13,47
80°	0,834	18,02	0,802	18,21	0,768	18,42	0,734	18,64	0,703	18,98	0,670	19,25	0,637	19,66
70°	0,819	26,79	0,787	27,06	0,755	27,42	0,722	27,77	0,693	28,34	0,661	28,78	0,628	29,34
60°	0,803	40,94	0,772	41,57	0,741	41,95	0,710	42,55	0,681	43,39	0,651	44,17	0,620	45,15
50°	0,787	74,78	0,757	65,50	0,727	66,45	0,697	67,46	0,670	68,93	0,641	70,22	0,612	71,96
40°	0,770	105,40	0,742	1[illegible]6,80	0,714	108,60	0,685	110,50	0,658	112,60	0,632	115,20	0,603	117,90

N° 2. TEMPÉRATURE INITIALE : 180°.

TEMPÉRATURES.	$x_0 = 1,00$		$x_0 = 0,95$		$x_0 = 0,90$		$x_0 = 0,85$		$x_0 = 0,80$		$x_0 = 0,75$		$x_0 = 0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
170°	0,987	1,23	0,957	1,23	0,889	1,23	0,840	1,23	0,794	1,24	0,744	1,24	0,695	1,24
160°	0,973	1,53	0,923	1,53	0,877	1,53	0,830	1,54	0,785	1,54	0,737	1,55	0,690	1,55
150°	0,956	1,92	0,910	1,93	0,866	1,94	0,820	1,94	0,776	1,95	0,730	1,96	0,685	1,97
140°	0,940	2,45	0,896	2,46	0,853	2,47	0,809	2,48	0,766	2,50	0,723	2,51	0,680	2,53
130°	0,924	3,17	0,882	3,18	0,840	3,20	0,798	3,22	0,757	3,24	0,715	3,27	0,674	3,30
120°	0,908	4,16	0,868	4,19	0,827	4,21	0,787	4,25	0,748	4,29	0,707	4,32	0,668	4,38
110°	0,893	5,57	0,854	5,61	0,815	5,65	0,776	5,70	0,738	5,76	0,700	5,82	0,662	5,90
100°	0,877	7,59	0,840	7,65	0,802	7,71	0,764	7,78	0,728	7,87	0,692	7,98	0,655	8,09
90°	0,861	10,27	0,824	10,34	0,789	10,45	0,753	10,57	0,718	10,70	0,683	10,86	0,648	11,04
80°	0,844	14,85	0,810	15,01	0,775	15,16	0,740	15,32	0,708	15,58	0,674	15,82	0,640	16,09
70°	0,828	22,07	0,795	22,31	0,762	22,57	0,727	22,80	0,607	25,22	0,664	23,59	0,632	24,06
60°	0,812	33,73	0,780	34,11	0,747	34,48	0,715	34,94	0,685	35,57	0,654	36,22	0,624	37,02
50°	0,796	53,39	0,764	53,94	0,732	54,55	0,703	55,47	0,674	56,50	0,644	57,58	0,615	58,92
40°	0,778	86,80	0,748	87,85	0,718	89,94	0,689	90,64	0,663	92,46	0,634	94,39	0,606	96,57

N° 3. TEMPÉRATURE INITIALE : 170°.

TEMPÉRATURES.	$x_0 = 1,00$		$x_0 = 0,95$		$x_0 = 0,90$		$x_0 = 0,85$		$x_0 = 0,80$		$x_0 = 0,75$		$x_0 = 0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
160°	0,987	1,24	0,937	1,24	0,888	1,24	0,840	1,25	0,791	1,25	0,743	1,25	0,695	1,25
150°	0,970	1,56	0,922	1,57	0,875	1,57	0,829	1,57	0,782	1,58	0,736	1,58	0,690	1,59

N° 3 (suite). TEMPÉRATURE INITIALE : 170°

TEMPÉRATURES.	$x_0=1,00$		$x_0=0,95$		$x_0=0,90$		$x_0=0,85$		$x_0=0,80$		$x_0=0,75$		$x_0=0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
140°	0,954	1,99	0,908	2,00	0,862	2,00	0,818	2,01	0,773	2,02	0,728	2,03	0,685	2,04
130°	0,937	2,58	0,894	2,59	0,849	2,59	0,807	2,61	0,763	2,62	0,721	2,64	0,679	2,67
120°	0,921	3,39	0,879	3,40	0,837	3,42	0,795	3,44	0,753	3,46	0,713	3,50	0,673	3,53
110°	0,904	4,52	0,864	4,55	0,823	4,57	0,783	4,61	0,743	4,64	0,704	4,70	0,666	4,76
100°	0,888	6,16	0,850	6,21	0,811	6,25	0,772	6,30	0,733	6,36	0,696	6,44	0,659	6,53
90°	0,872	8,34	0,835	8,41	0,797	8,47	0,760	8,55	0,723	8,64	0,687	8,76	0,651	8,89
80°	0,854	12,06	0,820	12,18	0,783	12,28	0,747	12,40	0,712	12,56	0,678	12,76	0,643	12,96
70°	0,838	17,91	0,804	18,09	0,769	18,25	0,734	18,46	0,700	18,70	0,669	19,07	0,635	19,38
60°	0,822	27,38	0,788	27,63	0,754	27,90	0,721	28,26	0,689	28,68	0,659	29,27	0,626	29,78
50°	0,804	43,24	0,773	43,77	0,741	44,27	0,708	44,80	0,678	45,57	0,649	46,54	0,617	47,39
40°	0,788	70,49	0,757	71,30	0,726	72,16	0,696	73,26	0,667	74,57	0,638	76,11	0,607	77,56

N° 4. TEMPÉRATURE INITIALE : 160°.

TEMPÉRATURES.	$x_0=1,00$		$x_0=0,95$		$x_0=0,90$		$x_0=0,85$		$x_0=0,80$		$x_0=0,75$		$x_0=0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
150°	0,983	1,26	0,936	1,26	0,886	1,26	0,839	1,26	0,791	1,26	0,743	1,27	0,696	1,27
140°	0,967	1,60	0,921	1,61	0,873	1,61	0,827	1,61	0,782	1,62	0,735	1,62	0,690	1,63
130°	0,950	2,07	0,905	2,08	0,860	2,08	0,816	2,09	0,772	2,10	0,728	2,11	0,683	2,13
120°	0,933	2,72	0,890	2,73	0,847	2,74	0,804	2,76	0,762	2,77	0,720	2,80	0,677	2,82
110°	0,916	3,63	0,876	3,66	0,833	3,67	0,792	3,69	0,751	3,72	0,711	3,76	0,670	3,80
100°	0,899	4,94	0,862	4,96	0,819	5,00	0,780	5,05	0,740	5,08	0,702	5,15	0,663	[illegible]

80°	0,865	9,67	0,830	9,77	0,792	9,84	0,754	9,92	0,718	10,00	0,684	10,20	0,647	10,34
70°	0,848	14,56	0,814	14,51	0,778	14,74	0,742	14,78	0,707	14,97	0,674	15,22	0,638	15,44
60°	0,830	21,91	0,797	22,15	0,763	22,57	0,728	22,61	0,696	22,96	0,664	23,37	0,629	23,72
50°	0,813	34,64	0,782	35,08	0,748	35,41	0,714	35,80	0,683	36,38	0,653	37,10	0,621	37,81
40°	0,797	56,50	0,765	57,09	0,733	57,73	0,702	58,55	0,671	59,45	0,642	60,68	0,611	61,89

N° 5. TEMPÉRATURE INITIALE : 150°.

TEMPÉRATURES.	$x_0=1,00$		$x_0=0,95$		$x_0=0,90$		$x_0=0,85$		$x_0=0,80$		$x_0=0,75$		$x_0=0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
140°	0,984	1,27	0,935	1,28	0,887	1,28	0,837	1,28	0,790	1,28	0,742	1,28	0,694	1,28
130°	0,967	1,65	0,918	1,65	0,873	1,65	0,826	1,66	0,779	1,66	0,734	1,66	0,688	1,67
120°	0,950	2,17	0,905	2,17	0,859	2,17	0,814	2,18	0,769	2,19	0,726	2,21	0,682	2,22
110°	0,932	2,89	0,888	2,90	0,845	2,91	0,802	2,92	0,759	2,94	0,717	2,96	0,675	2,99
100°	0,914	3,93	0,873	3,95	0,832	3,98	0,789	3,99	0,748	4,02	0,708	4,06	0,667	4,10
90°	0,897	5,52	0,856	5,54	0,817	5,38	0,776	5,41	0,737	5,46	0,699	5,52	0,650	5,58
80°	0,879	7,69	0,841	7,74	0,802	7,80	0,763	7,85	0,726	7,94	0,689	8,04	0,650	8,12
70°	0,862	11,42	0,824	11,49	0,788	11,60	0,750	11,69	0,713	11,81	0,678	11,97	0,642	12,15
60°	0,844	17,43	0,808	17,56	0,773	11,74	0,736	17,88	0,702	18,12	0,668	18,39	0,633	18,67
50°	0,826	27,53	0,792	27,79	0,758	28,08	0,722	28,52	0,689	28,71	0,658	29,25	0,624	29,72
40°	0,808	44,[illegible]1	0,776	45,25	0,743	45,78	0,709	46,26	0,677	46,93	0,647	47,83	0,614	48,65

N° 6. TEMPÉRATURE INITIALE : 140°.

TEMPÉRATURES	$x_0=1,00$		$x_0=0,95$		$x_0=0,90$		$x_0=0,85$		$x_0=0,80$		$x_0=0,75$		$x_0=0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
130°	0,984	1,29	0,934	1,29	0,885	1,29	0,838	1,30	0,789	1,30	0,741	1,30	0,694	1,30
120°	0,966	1,70	0,917	1,70	0,872	1,70	0,825	1,71	0,778	1,71	0,732	1,72	0,687	1,73
110°	0,948	2,27	0,900	2,27	0,857	2,28	0,813	2,29	0,767	2,29	0,723	2,31	0,680	2,32
100°	0,930	3,09	0,884	3,09	0,842	3,10	0,800	3,12	0,756	3,14	0,714	3,16	0,673	3,19
90°	0,912	4,17	0,868	4,18	0,828	4,21	0,787	4,23	0,745	4,26	0,705	4,30	0,665	4,34
80°	0,894	6,03	0,850	6,04	0,813	6,10	0,773	6,14	0,732	6,17	0,695	6,25	0,656	6,32
70°	0,876	8,95	0,835	8,98	0,798	9,06	0,759	9,13	0,720	9,20	0,685	9,33	0,647	9,45
60°	0,856	13,64	0,818	13,72	0,782	13,84	0,745	13,97	0,709	14,12	0,674	14,32	0,638	14,50
50°	0,837	21,53	0,802	21,72	0,766	21,89	0,730	22,09	0,695	22,34	0,663	22,70	0,629	23,11
40°	0,818	35,00	0,786	35,49	0,750	35,66	0,717	36,10	0,682	36,47	0,652	37,15	0,620	37,90

N° 7. TEMPÉRATURE INITIALE : 130°.

TEMPÉRATURES	$x_0=1,00$		$x_0=0,95$		$x_0=0,90$		$x_0=0,85$		$x_0=0,80$		$x_0=0,75$		$x_0=0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
120°	0,983	1,31	0,933	1,31	0,886	1,32	0,838	1,32	0,789	1,32	0,741	1,32	0,694	1,33
110°	0,964	1,75	0,916	1,75	0,871	1,76	0,825	1,77	0,778	1,77	0,731	1,77	0,687	1,79
100°	0,946	2,30	0,899	2,30	0,856	2,40	0,812	2,41	0,766	2,42	0,722	2,43	0,680	2,45
90°	0,927	3,22	0,882	3,25	0,841	3,25	0,798	3,26	0,754	3,28	0,712	3,30	0,672	3,34
80°	0,908	4,66	0,865	4,67	0,825	4,70	0,784	4,73	0,741	4,75	0,702	4,80	0,663	4,86
70°	0,880	6,91	0,848	6,94	0,809	6,99	0,770	7,04	0,728	7,07	0,692	7,17	0,653	7,25

50°	0,850	16,62	0,814	16,76	0,779	16,93	0,742	17,07	0,702	17,16	0,668	17,41	0,634	11,71
40°	0,831	27,03	0,797	27,29	0,764	27,62	0,727	27,82	0,699	28,42	0,657	28,49	0,025	29,05

N° 8. TEMPÉRATURE INITIALE : 120°.

TEMPÉRATURES.	$x_0 = 1,00$		$x_0 = 0,95$		$x_0 = 0,90$		$x_0 = 0,85$		$x_0 = 0,80$		$x_0 = 0,75$		$x_0 = 0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
110°	0,983	1,34	0,934	1,34	0,885	1,34	0,836	1,34	0,788	1,34	0,739	1,34	0,693	1,35
100°	0,965	1,82	0,916	1,82	0,869	1,82	0,822	1,82	0,776	1,83	0,729	1,83	0,685	1,85
90°	0,946	2,46	0,899	2,46	0,853	2,46	0,808	2,47	0,764	2,48	0,719	2,49	0,677	2,51
80°	0,926	3,55	0,881	3,55	0,836	3,56	0,794	3,58	0,751	3,60	0,709	3,63	0,668	3,66
70°	0,905	5,26	0,863	5,28	0,821	5,30	0,780	5,33	0,735	5,34	0,698	5,41	0,658	5,46
60°	0,884	8,01	0,844	8,05	0,804	8,09	0,765	8,15	0,725	8,21	0,686	8,29	0,649	8,40
50°	0,864	12,64	0,827	12,73	0,788	12,80	0,750	12,90	0,712	13,02	0,675	13,16	0,639	13,35
40°	0,844	20,53	0,810	20,74	0,771	20,84	0,735	21,03	0,698	21,23	0,664	21,54	0,630	21,90

N° 9. TEMPÉRATURE INITIALE : 110°.

TEMPÉRATURES.	$x_0 = 1,00$		$x_0 = 0,95$		$x_0 = 0,90$		$x_0 = 0,85$		$x_0 = 0,80$		$x_0 = 0,75$		$x_0 = 0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
100°	0,982	1,56	0,932	1,36	0,884	1,36	0,837	1,36	0,787	1,36	0,740	1,37	0,692	1,37
90°	0,964	1,90	0,914	1,90	0,868	1,90	0,822	1,91	0,775	1,91	0,729	1,92	0,683	1,92
80°	0,945	2,66	0,896	2,66	0 852	2,67	0,807	2,68	0,762	2,69	0,718	2,70	0,674	2,72
70°	0,925	3,95	0,877	3,95	0,835	3,96	0,792	3,98	0,748	3,99	0,707	4,03	0,664	4,05

N° 9 (suite). TEMPÉRATURE INITIALE : 110°.

TEMPÉRATURES.	$x_0 = 1,00$		$x_0 = 0,95$		$x_0 = 0,90$		$x_0 = 0,85$		$x_0 = 0,80$		$x_0 = 0,75$		$x_0 = 0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
60°	0,903	6,01	0,858	6,02	0,818	6,05	0,777	6,09	0,735	6,12	0,696	6,18	0,654	6,22
50°	0,881	9,47	0,839	9,50	0,802	9,58	0,762	9,64	0,721	9,69	0,683	9,79	0,644	9,89
40°	0,853	15,34	0,819	15,43	0,786	15,62	0,745	15,70	0,708	15,83	0,671	16,00	0,634	16,19

N° 10. TEMPÉRATURE INITIALE : 100°.

TEMPÉRATURES.	$x_0 = 1,00$		$x_0 = 0,95$		$x_0 = 0,90$		$x_0 = 0,85$		$x_0 = 0,80$		$x_0 = 0,75$		$x_0 = 0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
90°	0,981	1,40	0,931	1,40	0,883	1,40	0,835	1,40	0,787	1,41	0,739	1,41	0,692	1,41
80°	0,960	2,00	0,912	2,00	0,866	2,01	0,820	2,01	0,773	2,01	0,727	2,02	0,682	2,03
70°	0,938	2,96	0,892	2,96	0,849	2,98	0,804	2,98	0,759	2,99	0,715	3,01	0,672	3,02
60°	0,917	4,53	0,873	4,54	0,831	4,56	0,788	4,58	0,745	4,60	0,703	4,63	0,662	4,67
50°	0,895	6,96	0,853	6,98	0,814	7,03	0,773	7,07	0,730	7,09	0,691	7,16	0,651	7,23
40°	0,873	11,26	0,834	11,32	0,798	11,43	0,757	11,48	0,715	11,52	0,678	11,66	0,641	11,81

N° 11. TEMPÉRATURE INITIALE : 90°.

TEMPÉRATURES.	$x_0 = 1,00$		$x_0 = 0,95$		$x_0 = 0,90$		$x_0 = 0,85$		$x_0 = 0,80$		$x_0 = 0,75$		$x_0 = 0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ

80°	0,979	1,44	0,930	1,44	0,882	1,45	0,834	1,45	0,785	1,45	0,737	1,45	0,690	1,45
70°	0,956	2,14	0,910	2,14	0,864	2,15	0,819	2,15	0,771	2,15	0,725	2,16	0,679	2,17
60°	0,935	3,20	0,889	3,26	0,846	3,27	0,803	3,29	0,757	3,30	0,713	3,31	0,668	3,32
50°	0,912	5,13	0,869	5,15	0,828	5,10	0,787	5,21	0,742	5,21	0,700	5,25	0,658	5,29
40°	0,889	8,32	0,849	8,36	0,810	8,42	0,770	8,47	0,727	8,50	0,687	8,57	0,647	8,65

N° 12. TEMPÉRATURE INITIALE : 80°.

TEMPÉRATURES.	$x_0 = 1,00$		$x_0 = 0,95$		$x_0 = 0,90$		$x_0 = 0,85$		$x_0 = 0,80$		$x_0 = 0,75$		$x_0 = 0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
70°	0,978	1,48	0,929	1,48	0,881	1,48	0,835	1,49	0,786	1,49	0,738	1,49	0,690	1,49
60°	0,955	2,25	0,908	2,26	0,862	2,26	0,818	2,27	0,771	2,27	0,725	2,28	0,678	2,29
50°	0,931	3,55	0,887	3,56	0,845	3,57	0,802	3,59	0,756	3,60	0,712	3,62	0,667	3,63
40°	0,908	5,76	0,865	5,77	0,824	5,80	0,786	5,86	0,741	5,87	0,698	5,90	0,656	5,94

N° 13. TEMPÉRATURE INITIALE : 70°.

TEMPÉRATURES.	$x_0 = 1,00$		$x_0 = 0,95$		$x_0 = 0,90$		$x_0 = 0,85$		$x_0 = 0,80$		$x_0 = 0,75$		$x_0 = 0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
60°	0,976	1,52	0,927	1,52	0,880	1,52	0,832	1,53	0,785	1,53	0,737	1,53	0,689	1,54
50°	0,952	2,40	0,905	2,40	0,860	2,40	0,815	2,41	0,769	2,43	0,724	2,45	0,677	2,43
40°	0,927	3,88	0,882	3,89	0,840	3,91	0,798	3,93	0,753	3,94	0,710	3,96	0,666	3,98

N° 14. TEMPÉRATURE INITIALE : 60°.

TEMPÉRATURES.	$x_0=1,00$		$x_0=0,95$		$x_0=0,90$		$x_0=0,85$		$x_0=0,80$		$x_0=0,75$		$x_0=0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
50°	0,975	1,57	0,927	1,57	0,880	1,58	0,833	1,58	0,783	1,58	0,736	1,58	0,688	1,59
40°	0,950	2,55	0,905	2,56	0,858	2,56	0,815	2,57	0,767	2,57	0,724	2,59	0,676	2,59

N° 15. TEMPÉRATURE INITIALE : 50°.

TEMPÉRATURES.	$x_0=1,00$		$x_0=0,95$		$x_0=0,90$		$x_0=0,85$		$x_0=0,80$		$x_0=0,75$		$x_0=0,70$	
	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ	x	δ
40°	0,973	1,62	0,926	1,62	0,878	1,62	0,831	1,63	0,783	1,63	0,735	1,63	0,687	1,63

TABLE C

Éléments du travail mécanique de la vapeur dans les machines à vapeur.

Éléments du travail mécanique de la vapeur dans les machines à vapeur.

Tableau n° 1. PRESSION A LA CHAUDIÈRE : 12 ATMOSPHÈRES.

TEMPÉRATURE : 188°,41.

PRESSIONS à la fin de la détente. p	PROPORTION DE VAPEUR SÈCHE à la fin de la détente. x	DEGRÉ ou rapport de détente. δ	TRAVAIL MÉCANIQUE DÉVELOPPÉ PAR UN KILOGRAMME DE VAPEUR SÈCHE ÉVALUÉ EN KILOGRAMMÈTRES. — MACHINES SANS CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 1^{at},20$	MACHINES SANS CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 1^{at},00$	MACHINES A CONDENSATION. Contre pression à l'échappement. $p_1 = 0^{at},20$	MACHINES A CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 0^{at},10$
atmosph.						
10	0,988	1,17	20424,08	20805,68	22332,08	22522,88
8	0,974	1,42	23527,76	23994,16	25859,76	26092,96
7	0,965	1,60	25431,52	25982,72	28187,52	28463,12
6	0,957	1,83	27233,52	27784,72	29989.52	30265,12
5	0,946	2,15	29548,56	30184,56	32728,56	33046,56
4	0,934	2,62	31864,80	32775,20	36416,80	36872,00
3	0,919	3,38	34602,64	35747,44	40326,64	40899,04
2	0,899	4,83	37490,08	39101,28	46546,08	47551,68
1,80	0,894	5,31	38028,56	39758,48	46678,16	47543,12
1,60	0,889	5,90	38363,52	40271,52	47903,52	48857,52
1,40	0,883	6,65	38702,72	40865,12	49514,72	50595,92
1,20	0,877	7,61	39300,56	41802,16	51808,56	53059,36
1,00	0,868	8,97	»	42035,36	53245,92	54729,92
0,80	0,858	10,95	»	»	55683,92	57464,72
0,60	0,847	14,15	»	»	58113,44	60445,44
0,40	0,833	20,45	»	»	60615,04	64007,04
0,20	0,809	38,24	»	»	62404,32	68721,92
0,10	0,788	71,75	»	»	»	70180,48

Tableau n° 2. PRESSION A LA CHAUDIÈRE : 10 ATMOSPHÈRES.

TEMPÉRATURE : 180°,31.

8	0,986	1,21	20250,24	20674,24	22370,24	22582,24
7	0,977	1,36	22111,60	22705,20	25079,60	25376,40
6	0,968	1,56	24083,20	24634,40	26839,20	27114,80
5	0,957	1,83	26313,44	27034,24	29917,44	30277,84
4	0,944	2,23	28861,68	29752,08	33313,68	33758,88
3	0,929	2,87	31494,72	32639,52	37218,72	37791,12
2	0,909	4,12	34297,36	35950,96	42565,36	43392,16
1,80	0,904	4,52	34835,84	36616,64	43739,84	44630,24
1,60	0,898	5,02	35382,80	37333,20	45134,80	46110,00
1,40	0,892	5,66	35689,60	37842,00	46451,60	47527,80
1,20	0,884	6,48	36023,04	38524,64	48531,04	49781,84

Tableau n° 2 (suite). PRESSION A LA CHAUDIÈRE : 10 ATMOSPHÈRES.

TEMPÉRATURE : 180°,31.

PRESSIONS à la fin de la détente. p	PROPORTION DE VAPEUR SÈCHE à la fin de la détente. x	DEGRÉ ou rapport de détente. δ	TRAVAIL MÉCANIQUE DÉVELOPPÉ PAR UN KILOGRAMME DE VAPEUR SÈCHE ÉVALUÉ EN KILOGRAMMÈTRES. — MACHINES SANS CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 1^{at},20$	MACHINES SANS CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 1^{at},00$	MACHINES A CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 0^{at},20$	MACHINES A CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 0^{at},10$
atmosph.						
1,00	0,877	7,63	»	38757,84	50507,60	51791,60
0,80	0,867	9,32	»	»	52703,20	54526,40
0,60	0,856	12,07	»	»	55090,32	57422,32
0,40	0,841	17,39	»	»	57761,52	61195,92
0,20	0,817	32,55	»	»	59466,00	65868,40
0,10	0,795	61,03	»	»	»	67454,16
Tableau n° 3. PRESSION A LA CHAUDIÈRE : 8 ATMOSPHÈRES. TEMPÉRATURE : 170°,81.						
7	0,9913	1,12	18138,72	18689,92	20894,72	21170,32
6	0,9818	1,29	20152,72	20746,32	23120,72	23417,52
5	0,9707	1,51	22382,96	23103,76	25986,96	26347,36
4	0,9579	1,84	24840,40	25736,80	29298,40	29743,60
3	0,9420	2,36	27606,64	28751,44	33330,64	33903,04
2	0,9210	3,39	30536,48	32190,08	38804,48	39631,28
1,80	0,9159	3,72	31032,56	32813,36	39936,56	40826,96
1,60	0,9102	4,13	31494,74	33415,12	41246,64	42221,87
1,40	0,9039	4,65	31791,52	33996,32	42815,52	43917,92
1,20	0,8968	5,33	32202,16	34636,56	44134,16	45321,36
1,00	0,8886	6,28	»	34890,16	46589,12	48073,12
0,80	0,8778	7,65	»	»	49154,32	50977,52
0,60	0,8671	9,92	»	»	51414,24	53788,64
0,40	0,8512	14,28	»	»	54255,04	57699,44
0,20	0,8263	26,71	»	»	56044,32	62489,12
0,10	0,8041	50,09	»	»	»	64032,48
Tableau n° 4. PRESSION A LA CHAUDIÈRE : 7 ATMOSPHÈRES. TEMPÉRATURE : 165°,34.						
6	0,9892	1,15	18049,68	18590,88	52075,68	21026,28
5	0,9780	1,34	20237,52	20958,32	23841,52	24201,92

Tableau n° 4 (suite). PRESSION A LA CHAUDIÈRE : 7 ATMOSPHÈRES.

TEMPÉRATURE : 165°,34.

PRESSIONS à la fin de la détente. p	PROPORTION DE VAPEUR SÈCHE à la fin de la détente. x	DEGRÉ ou rapport de détente. δ	TRAVAIL MÉCANIQUE DÉVELOPPÉ PAR UN KILOGRAMME DE VAPEUR SÈCHE ÉVALUÉ EN KILOGRAMMÈTRES. MACHINES SANS CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 1^{at},20$	MACHINES SANS CONDENSATION. Contre-pression à l'échappem $p_1 = 1^{at},00$	MACHINES A CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 0^{at},20$	MACHINES A CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 0^{at},10$
atmosph.						
4	0,9649	1,63	22739,12	23633,76	27207,32	27654,14
3	0,9488	2,10	25503,60	26690,80	31439,60	32033,20
2	0,9275	3,01	28433,44	30087,04	36701,44	37528,24
1,80	0,9223	3,31	28929,52	30752,72	38045,52	38957,12
1,60	0,9165	3,67	29391,68	31384,48	39355,58	40352,08
1,40	0,9101	4,13	29730,88	31935,68	40754,88	41857,28
1,20	0,9030	4,74	29819,92	32363,92	42539,02	43811,92
1,00	0,8946	5,58	»	32618,32	44613,28	46097,28
0,80	0,8836	6,80	»	»	47220,88	49044,08
0,60	0,8727	8,81	»	»	49480,80	51897,60
0,40	0,8566	12,69	»	»	52321,60	55796,40
0,20	0,8314	23,71	»	»	54110,88	60598,08
0,10	0,8088	44,46	»	»	»	62183,84

Tableau n° 5. PRESSION A LA CHAUDIÈRE : 6 ATMOSPHÈRES.

TEMPÉRATURE : 159°,22.

p	x	δ	$p_1 = 1^{at},20$	$p_1 = 1^{at},00$	$p_1 = 0^{at},20$	$p_1 = 0^{at},10$
5	0,9883	1,17	17456,08	18134,48	20848,08	21187,28
4	0,9752	1,43	19877,12	20767,52	24329,12	24774,32
3	0,9587	1,84	22679,76	23866,96	28615,76	29209,36
2	0,9370	2,63	25609,60	27305,60	34089,60	34937,60
1,80	0,9316	2,89	26148,08	27971,28	35264,08	36175,68
1,60	0,9257	3,21	26610,24	28603,04	36574,24	37570,64
1,40	0,9192	3,61	26907,04	29154,24	38143,04	39266,64
1,20	0,9118	4,14	27038,48	29624,88	39970,48	41263,68
1,00	0,9033	4,87	»	29879,28	41959,04	43485,44
0,80	0,8921	5,94	»	»	44566,64	46432,24
0,60	0,8810	7,70	»	»	46868,96	49285,76
0,40	0,8645	11,08	»	»	49752,16	53271,36
0,20	0,8387	20,71	»	»	51583,84	58113,44
0,10	0,8156	58,80	»	»	»	59699,20

Tableau n° 6. PRESSION A LA CHAUDIÈRE : 5 ATMOSPHÈRES.

TEMPÉRATURE : 152°,22.

PRESSIONS à la fin de la détente. p	PROPORTION DE VAPEUR SÈCHE à la fin de la détente. x	DEGRÉ ou rapport de détente. δ	TRAVAIL MÉCANIQUE DÉVELOPPÉ PAR UN KILOGRAMME DE VAPEUR SÈCHE ÉVALUÉ EN KILOGRAMMÈTRES. MACHINES SANS CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 1^{at},20$	MACHINES SANS CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 1^{at},00$	MACHINES A CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 0^{at},20$	MACHINES A CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 0^{at},10$
atmosph.						
4	0,9863	1,22	16764,96	17655,36	21216,96	21662,16
3	0,9694	1,57	19525,20	20712,40	25461,20	26054,80
2	0,9472	2,25	22539,84	24195,44	30807,84	31634,44
1,80	0,9417	2,46	23078,32	24901,52	32194,32	33105,92
1,60	0,9356	2,73	23752,48	25787,68	33928,48	34946,08
1,40	0,9290	3,08	23837,28	26126,88	35285,28	36430,08
1,20	0,9214	3,53	23968,72	26555,12	36900,72	38195,92
1,00	0,9127	4,15	»	26788,32	39058,88	40585,28
0,80	0,9012	5,06	»	»	41708,88	43574,48
0,60	0,8898	6,55	»	»	44011,20	46470,40
0,40	0,8730	9,43	»	»	46894,40	50456,00
0,20	0,8466	17,61	»	»	48768,48	55383,88
0,10	0,8230	32,99	»	»	»	57011,04

Tableau n° 7. PRESSION A LA CHAUDIÈRE : 4 ATMOSPHÈRES.

TEMPÉRATURE : 144°,00.

3	0,9826	1,20	15785,52	16972,72	21721,52	22908,72
2	0,9598	1,84	18757,76	20453,76	27237,76	28085,76
1,80	0,9541	2,02	19296,24	21161,84	28624,24	29557,04
1,60	0,9480	2,25	19716,00	21793,60	30104,00	31142,80
1,40	0,9411	2,52	20055,20	22387,20	31715,20	32881,20
1,20	0,9334	2,90	20186,64	22815,44	33330,64	34645,04
1,00	0,9244	3,41	»	23048,64	35446,40	37057,60
0,80	0,9125	4,15	»	»	38181,20	40589,20
0,60	0,9009	5,38	»	»	40483,52	42985,12
0,40	0,8835	7,74	»	»	43451,52	47055,52
0,20	0,8564	14,45	»	»	45368,00	52024,80
0,10	0,8321	27,05	»	»	»	53737,76

Tableau n° 8. PRESSION A LA CHAUDIÈRE : 3 ATMOSPHÈRES.

TEMPÉRATURE : 133°,91.

PRESSIONS à la fin de la détente. p	PROPORTION DE VAPEUR SÈCHE à la fin de la détente. x	DEGRÉ ou rapport de détente. δ	TRAVAIL MÉCANIQUE DÉVELOPPÉ PAR UN KILOGRAMME DE VAPEUR SÈCHE ÉVALUÉ EN KILOGRAMMÈTRES. MACHINES SANS CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 1^{at},20$	MACHINES SANS CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 1^{at},00$	MACHINES A CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 0^{at},20$	MACHINES A CONDENSATION. Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 0^{at},10$
atmosph.						
2	0,9763	1,43	13919,92	15658,32	22611,92	23481,12
1,80	0,9705	1,57	14416,00	16324,00	23956,00	24910,00
1,60	0,9640	1,74	14920,56	16998,16	25308,56	26347,36
1,40	0,9569	1,96	15259,76	17591,76	26919,76	28085,76
1,20	0,9489	2,25	15348,80	18062,40	28916,80	30273,60
1,00	0,9397	2,64	»	18316,80	30862,96	32474,16
0,80	0,9274	3,22	»	»	33640,16	35548,16
0,60	0,9153	4,17	»	»	36027,28	38528,88
0,40	0,8973	5,99	»	»	38995,28	42684,08
0,20	0,8692	11,19	»	»	40996,56	47780,56
0,10	0,8441	20,94	»	»	»	49493,52

Tableau n° 9. PRESSION A LA CHAUDIÈRE : 2 ATMOSPHÈRES.

TEMPÉRATURE : 120°,60.

1,80	0,9938	1,10	7619,28	9569,68	17371,28	18346,48
1,60	0,9871	1,22	8123,84	10243,84	18723,84	19783,84
1,40	0,9796	1,37	8463,04	10837,44	20335,04	21522,24
1,20	0,9712	1,57	8552,08	11308,08	22332,08	23710,08
1,00	0,9615	1,85	»	11562,48	24447,84	26101,44
0,80	0,9486	2,25	»	»	27309,84	29260,24
0,60	0,9359	2,91	»	»	29606,96	32285,36
0,40	0,9170	4,18	»	»	32792,16	36525,56
0,20	0,8875	7,80	»	»	26355,84	41789,44
0,10	0,8612	14,58	»	»	»	43587,20

Tableau n° 10. PRESSION A LA CHAUDIÈRE : 1,20 ATMOSPHÈRE.

TEMPÉRATURE : 105°,17.

PRESSIONS à la fin de la détente. p	PROPORTION DE VAPEUR SÈCHE à la fin de la détente. x	DEGRÉ ou rapport de détente. δ	TRAVAIL MÉCANIQUE DÉVELOPPÉ PAR UN KILOGRAMME DE VAPEUR SÈCHE ÉVALUÉ EN KILOGRAMMÈTRES. MACHINES SANS CONDENSATION.		MACHINES A CONDENSATION.	
			Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 1^{at},20$	Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 1^{at},00$	Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 0^{at},20$	Contre-pression à l'échappement. $p_1 = 0^{at},10$
atmosph.						
1,00	0,9897	1,18	»	»	16379,12	18075,12
0,80	0,9760	1,43	»	»	19325,92	21318,72
0,60	0,9625	1,85	»	»	21797,84	24426.64
0,40	0,9425	2,66	»	»	24977,84	28795,84
0,30	0,9292	3,44	»	»	26410,96	31329,36
0,20	0,9112	4,95	»	»	27148,72	34271.92
0,10	0,8832	9,25	»	»	»	36196,88

TABLE D

Écoulement de l'air comprimé dans l'atmosphère.

p_0, pression dans le réservoir avant l'écoulement.
t_0, température id.

Écoulement de l'air comprimé dans l'atmosphère à la pression de 760mm de mercure.

PRESSION de L'AIR COMPRIMÉ. p_0	VITESSES D'ÉCOULEMENT.					TEMPÉRATURE DE L'AIR DANS LE RÉSERVOIR 20 degrés.	
	$t_0=20°$	$t_0=150°$	$t_0=200°$	$t_0=250°$	$t_0=300°$	Température de l'air qui traverse l'orifice.	Poids de l'air débité par centimètre carré d'orifice et par seconde.
millimètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	degrés.	kilogr.
770	48,12	57,74	61,11	64,00	67,37	18,89	0,005783
780	63,65	76,38	80,83	84,65	89,11	17,80	0,007678
790	80,52	96,52	102,26	107,09	112,73	16,80	0,009749
800	92,56	111,07	117,55	123,10	129,58	15,70	0,01125
810	102,90	123,48	130,68	136,85	144,06	14,60	0,01255
820	112,30	134,76	142,62	149,35	157,22	13,60	0,01375
830	120,70	144,84	153,29	160,53	168,98	12,60	0,01487
840	128,70	154,44	163,44	171,17	180,18	11,60	0,01586
850	135,90	163,08	172,50	180,75	190,26	10,60	0,01681
860	142,70	171,24	181,23	189,79	199,78	9,70	0,01771
870	149,10	178,92	189,35	198,30	208,74	8,70	0,01856
880	155,20	186,24	197,10	206,42	217,28	7,80	0,01939
890	161,00	193,20	204,47	214,13	225,40	6,80	0,02018
900	166,40	199,68	211,33	221,31	232,96	6,00	0,02092
910	171,70	206,04	218,06	228,36	240,38	5,10	0,02165
950	190,50	228,60	241,93	253,36	266,70	1,60	0,02433
1000	210,40	252,48	267,21	279,83	294,56	— 2,40	0,02728
1050	227,60	273,12	289,05	302,71	318,04	— 6,20	0,03005
1100	242,60	291,12	308,10	322,66	339,04	— 9,80	[illegible]

1200	268,50	322,20	340,99	357,10	375,90	— 16,30	0,03670
1250	278,90	334,68	354,20	370,94	390,46	— 19,40	0,03858
1500	288,90	346,08	366,90	384,24	404,46	— 22,20	0,04042
1350	298,10	357,72	378,58	396,47	417,34	— 25,00	0,04216
1400	306,50	367,80	389,20	407,64	429,10	— 27,60	0,04381
1450	314,40	377,28	399,29	418,15	440,16	— 30,95	0,04540
1500	321,90	386,28	408,81	428,12	450,06	— 32,40	0,04694
2 atmos.	324,70	389,64	412,36	431,85	454,58	— 33,40	0,04753
3	397,40	476,88	504,70	528,54	556,36	— 5[illegible],90	0,06543
4	437,70	525,24	555,88	582,14	612,78	— 77,00	0,07834
5	464,70	557,64	590,17	618,05	650,58	— 89,30	0,08873
6	484,30	581,16	615,06	644,12	678,02	— 98,70	0,09749
7	499,60	599,[illegible]2	634,49	664,47	690,44	— 106,40	0,1051
8	512,00	614,40	650,24	680,96	716,80	— 112,70	0,1120
9	522,00	626,40	662,94	694,26	730,80	— 118,10	0,1182
10	531,00	637,20	674,37	706,23	743,40	— 122,70	0,1240
11	538,60	646,32	684,02	715,68	754,04	— 125,50	0,1293
12	545,20	654,24	692,40	724,12	763,28	— 130,50	0,1342
13	551,10	661,32	699,90	732,96	771,54	— 133,70	0,1388
14	556,40	667,68	706,61	740,01	778,96	— 136,70	0,1432

TABLE E

Vitesses d'écoulement de la vapeur d'eau.

Vitesse d'écoulement de la vapeur sèche par un orifice, sous diverses pressions initiale et finale.

On calculera la vitesse d'écoulement d'un mélange d'eau et de vapeur contenant x de vapeur et $(1-x)$ d'eau en multipliant les nombres du tableau ci-dessous par $\sqrt{x}$.

PRESSIONS ET TEMPÉRATURES FINALES.		PRESSIONS ET TEMPÉRATURES INITIALES.									
		8 at. 170°,81	7 at. 165°,34	6 at. 159°,22	5 at. 152°,22	4 at. 144°,00	3 at. 133°,91	2 at. 120°,60	1 1/2 at. 111°,74	1 1/5 at. 105°,17	1 at. 100°,00
PRESSION.	TEMPÉRATURE.	485,79	489,71	494,11	499,13	5 5,02	512,22	521,70	527,99	532,64	536,50
atmosphères.	degrés.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.	mètres.
7 atm.	165,34	223	»	»	»	»	»	»	»	»	»
6	159,22	325	238	»	»	»	»	»	»	»	»
5	152,22	411	349	258	»	»	»	»	»	»	»
4	144,00	494	445	381	283	»	»	»	»	»	»
3	133,91	580	540	490	421	3:9	»	»	»	»	»
2,4	126,46	636	601	558	501	420	279	»	»	»	»
2	120,60	676	645	606	555	485	372	»	»	»	»
1,8	117,30	698	668	632	584	519	417	190	»	»	»
1,6	113,69	721	694	658	613	553	460	276	»	»	»
1,4	109,68	746	719	686	645	588	504	347	»	»	»
1,2	105,17	773	748	717	678	625	549	463	274	»	»
1,00	100,00	803	779	750	714	666	596	477	366	246	»
0,90	97,08	819	797	769	734	688	621	498	409	308	187
0,80	93,88	837	815	788	755	710	647	543	451	364	270
0,70	90,32	856	835	809	777	735	676	578	494	417	341
0,60	86,32	877	857	833	802	763	706	615	539	470	404
0,50	81,71	900	882	858	830	792	739	655	585	524	467
0,40	76,25	928	910	888	861	826	770	690	630	582	532
0,30	69,49	960	944	924	899	866	821	751	694	646	603
0,20	60,45	1,002	988	969	947	918	877	814	705	725	687
0,10	46,21	1,065	1,052	1,037	1,017	993	958	900	865	831	801

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE III. — LES VAPEURS.

CHAPITRE IV. — DES MACHINES THERMIQUES EN GÉNÉRAL.

CHAPITRE V. — LES MACHINES A VAPEUR.

Chapitre VI. — Emploi dans les machines de la vapeur surchauffée. machines a vapeur combinées.

Chapitre VII. — Des machines a air chaud.

Chapitre VIII. — Des machines a air comprimé.

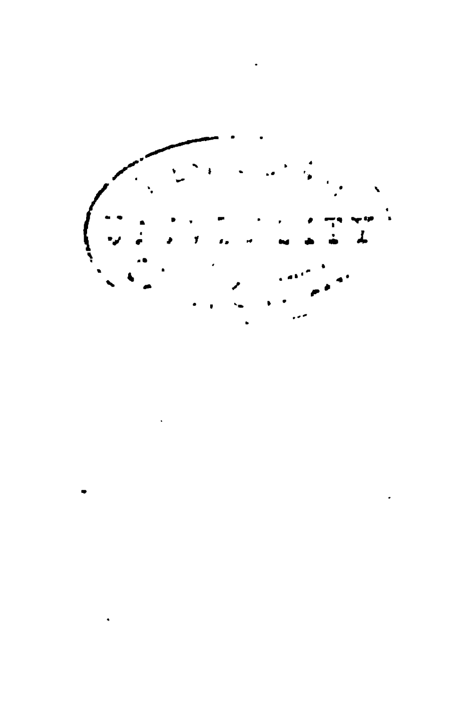
CHAPITRE IX. — ÉCOULEMENT DES GAZ.

CHAPITRE X. — ÉCOULEMENT DES VAPEURS.

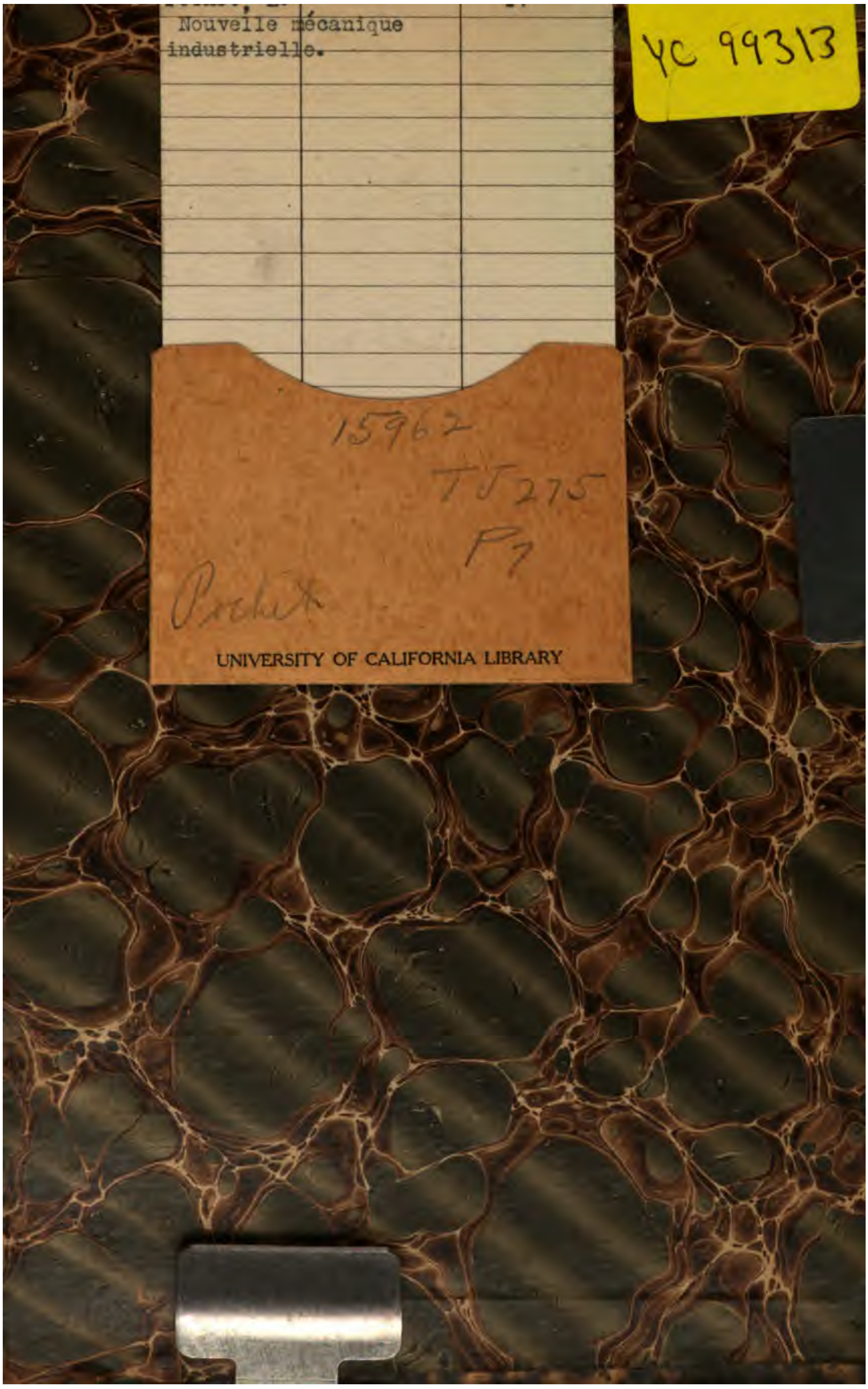
CHAPITRE XI. — LES INJECTEURS A VAPEUR.

CHAPITRE XII. — LA NOUVELLE MARCHE A CONTRE-VAPEUR DES LOCOMOTIVES OU LE TUBE D'INVERSION.

PARIS. — IMP. SIMON RAÇON ET COMP., RUE D'ERFURTH, 1.






Nouvelle mécanique
industrielle.
YC 99313
15962
TJ275
P7
Pochet
UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY

